Interkantonale Hochschule für Heilpädagogik Zürich
Departement 1: Studiengang Sonderpädagogik
Masterarbeit

Auf dem Weg zum inklusiven altersdurchmischten Mathematikunterricht

Erarbeitung eines Konzepts und erste Schritte zur Implementierung im Zyklus 2

Eingereicht von: Nadine Kruijthof

Begleitung: Stefan Meyer, lic. phil.

St. Gallen, 22. Juni 2018

Bildnachweis

Titelbild: Kruijthof, N. (2018). Vermessung des Pausenplatzes. Foto. Reute AR

Abstract

In dieser Masterarbeit wurde an der Schule Reute AR ein Entwicklungsprojekt initiiert, das einen inklusiven, altersdurchmischten Mathematikunterricht anstrebt.
Ich erarbeitete mit den Teams Zyklus 1&2 (4 LP + SHP) Grundlagen für einen ko-konstruktivistischen, themenorientierten Unterricht.
Diese Unterrichtsentwicklung wurde schrittweise als Demingkreis-Aktionsforschung auf der strategischen, lernkulturellen und strukturellen Ebene durchgeführt, was erfolgreich war.
Für den inklusiven, heterogenen Mathematikunterricht liessen sich Gelingensbedingungen konzeptionell herausschälen: Offene Lernsettings mit natürlicher Differenzierung, Themenorientierung am gemeinsamen komplexen mathematischen Gegenstand sowie ko-konstruktivistische Lernphasen mit definierter pädagogischer wie sonderpädagogischer Lernbegleitung durch das flexible Interview.
Das Team führt die Entwicklung weiter.

Inhaltsverzeichnis

1. Beschreibung der Ausgangslage 1
2. Fragestellung 4
3. Theoretische Herleitung 7
   3.1. Inklusion 7
   3.2. Inklusiver Unterricht 8
   3.3. Mathematikdidaktik 9
      3.3.1. Definition Mathematik für den Unterricht 10
      3.3.2. Die Handmetapher 10
   3.4. Mathematik im inklusiven Setting 15
      3.4.1. Entwicklungsorientierter Unterricht 16
      3.4.2. Handlungsorientierter Unterricht 17
      3.4.3. Didaktische Setzung 18
   3.5. Lehr-, Lernkultur 19
      3.5.1. Lernbegleitung 19
      3.5.2. Flexibles Interview 20
      3.5.3. Voraussetzungen 21
      3.5.4. Lehr-, Lernkultur im Team erarbeiten 22
      3.5.5. Konzeptionelle Grundlagen 22
4. Implementierung im Team 24
   4.1. Projektmanagement 24
      4.1.1. Ablauf Projekte 24
      4.1.2. Mögliche Schwierigkeiten 26
      4.1.3. Grundlagen Projektmanagement 29
   4.2. Kraftfeldanalyse 29
   4.3. Interventionen und Reflexionen 34
      4.3.1. Kick-off 35
      4.3.2. Erste themenorientierte Auseinandersetzung 39
      4.3.3. Konkretisierungsschritte 42
      4.3.4. Entscheidungsfindung Projekttage 46
      4.3.5. Weg zum Start 49
5. Erprobung inklusiver Mathematikunterricht 50
   5.1. Ziele der Projekttage 50
   5.2. Projektplanung 51
      5.2.1. Sachanalyse und didaktische Analyse 52

5.2.2. Planung im Team ... 52
5.3. Projektdurchführung ... 53
5.3.1. Ablauf Dienstag ... 54
5.3.2. Ablauf Mittwoch ... 56
5.3.3. Ablauf Donnerstag ... 57
5.4. Projektauswertung ... 59
5.4.1. Ziel inklusiver Unterricht ... 59
5.4.2. Ziel Lernbegleitun ... 62
6. Diskussion der Ergebnisse ... 64
6.1. Evaluation und Reflexion ... 64
6.1.1. Erster Erkenntnisstrang inklusiver Mathematikunterricht ... 64
6.1.2. Zweiter Erkenntnisstrang Rollen SHP und LP ... 65
6.1.3. Dritter Erkenntnisstrang Implementierung im Team ... 66
6.2. Beantwortung der Fragestellungen ... 67
6.2.1. Fragestellung 1 inklusiver Mathematikunterricht ... 67
6.2.2. Fragestellung 2 Schritte der Implementierung ... 69
6.3. Fazit ... 70
7. Literaturverzeichnis ... 71
8. Anhang ... 74

Abkürzungsverzeichnis

LP	Lehrperson (Frauen und Männer sind gleichermassen angesprochen)
SHP	Schulische Heilpädagogin / Schulischer Heilpädagoge
SuS	Schülerinnen und Schüler
LG	Lerngruppe
SFB	Sonderpädagogischer Förderbedarf
IVM	Integriert Verstärkte Massnahmen

Personennamen

Die Namen von sämtlichen in dieser Masterarbeit genannten Personen wurden geändert.

1. Beschreibung der Ausgangslage

Die Schule Reute ist eine kleine, sehr ländliche Schule in Appenzell Ausserrhoden. Sie besteht lediglich aus zwei Klassen, nämlich einer Basisstufe - Zyklus 1, welche den Kindergarten und die erste und zweite Klasse beinhaltet, sowie einer Mittelstufe - Zyklus 2, die aus der dritten bis sechsten Klasse gebildet ist. Durch diese Altersdurchmischung entsteht eine sehr grosse Heterogenität in den Klassen. Dies macht ein breites Angebot an Lernmaterial und starke Differenzierung nötig. Auf separierende Unterrichtsformen wird bewusst verzichtet. Auch in der Öffentlichkeit, durch ihre Homepage, tritt die Schule Reute bewusst integrativ auf und unterstreicht, dass die Bedürfnisse aller Kinder wahrgenommen werden sollen. Damit ist sowohl die integrative Sonderschulung wie auch die integrative Begabtenförderung einbezogen (vgl. Schule Reute, 2017). Es wird betont, dass Verschiedenheit als Normalität angeschaut wird und individuelles Lernen und individuelle Lernwege im Zentrum stehen. Die Ziele der Kinder erstrecken sich über vier Jahre, können jedoch auch in drei oder fünf Jahren bearbeitet werden. Dadurch hat jedes Kind genügend Zeit, seine Ziele zu erreichen (vgl. Schule Reute, 2017). Aus diesen Ausführungen wird klar, dass die Schule Reute bereits eine Entwicklung zu einer integrativen Schule durchlaufen hat und sich schrittweise nun dem Ziel der Inklusion nähert. Dies sind ideale strukturelle Voraussetzungen für die Bestätigung der noch nie verifizierten These überzeugter Lehrpersonen von altersdurchmischten Klassen, dass die Erhöhung der Heterogenität Inklusion erleichtert.

Das spezielle didaktische Setting hat auch meine Einstellung gegenüber dem unterrichtlichen Lernen geprägt. Das Lernen ist eine Handlung des Individuums, in der es die persönliche Phase der nächsten Entwicklung finden und dort arbeiten können muss. Die Lehrperson hat also den Unterricht so zu gestalten, dass die Kinder gemäss ihrem Lernstand und den persönlichen Begabungen optimal gefördert werden. Die Individualisierung ist ein pädagogisches Mittel, um den unterschiedlichen Bedürfnissen gerecht zu werden und aus meinem Schulbild nicht mehr wegzudenken. Meiner Überzeugung nach wird dies durch gelungenen altersdurchmischten Unterricht begünstigt, was die Integration oder sogar Inklusion aller Kinder vereinfacht.

Trotz dieser inklusiven Grundhaltung und der gelungenen Umsetzung in einigen Fächern besteht auch in Reute weiter Entwicklungsbedarf. Der vollständige Perspektivenwechsel von der integrativen zur inklusiven Schule ist im Gange, das Team steht dem offen gegenüber und ist für die Weiterentwicklung bereit. Doch noch nicht in jeder Situation gelingt es, den Unterricht in seiner Struktur so anzupassen, dass alle Kinder darin auf ihrem persönlichen Lernstand gefördert werden können und so allen Bedürfnissen und dem Prinzip der Inklusion Rechnung getragen wird.

Für einen inklusiven Unterricht ist das Arbeiten am gleichen Thema über die unterschiedlichen Leistungsniveaus hinweg eine gute Grundlage, was in Fächern wie «Natur, Mensch, Gesellschaft» oft problemlos gelingt. Das Bearbeiten des Themas nach dem eigenen Entwicklungsstand ergibt sich oft auf natürliche Weise. Die Gestaltung eines solchen Unterrichts in der Mathematik ist jedoch noch kaum möglich.

In der Mittelstufe Reute wird der Mathematikunterricht von einer Lehrperson geplant und von zwei Lehrpersonen und dem schulischen Heilpädagogen durchgeführt. Der Unterricht findet jeweils in einer wöchentlichen Doppellektion mit der ganzen Klasse statt, sowie in einer Doppellektion für die jüngeren respektive die älteren beiden Lerngruppen, in welchen dann jedoch nur zwei Lehrpersonen anwesend sind. Diese günstigen personellen Bedingungen und die Tatsache, dass zur gleichen Zeit alle Kinder mit dem gleichen Lehrmittel oft auch teilweise am gleichen mathematischen Thema wie beispielsweise «Addition» oder «Zahlenraum» arbeiten, sind bereits gute Voraussetzungen für die Umsetzung eines inklusiven altersdurchmischten Unterrichts. Trotzdem wird im Mathematikunterricht in Reute von vier Lerngruppen ausgegangen. Diese Lerngruppen bestehen aus durchschnittlich sieben Kindern und weisen in sich selbst bereits eine grosse Heterogenität auf. Parallelen zu anderen Lerngruppen, die am gleichen Thema auf einem anderen Niveau arbeiten, werden wenig genutzt. Die Einführung in ein bestimmtes Thema geschieht in der Regel lerngruppengetrennt. So wird die grosse Heterogenität als Chance kaum genutzt, sondern stellt uns immer wieder vor Probleme. Zwar ist es bei uns bereits problemlos möglich, die Lerngruppe für die Bearbeitung eines mathematischen Themas oder für das ganze Fach zu wechseln, die Zuteilung zu einer bestimmten Lerngruppe ist jedoch zwingend. Da diese Zuteilung aber meistens nicht eindeutig ist und keine Lerngruppe leistungshomogen „gemacht“ werden kann und soll, bestehen weiterhin grosse Unterschiede in den Leistungen der Kinder derselben Lerngruppe, wodurch in jeder der vier Gruppen stark differenziert werden muss. Dies gelingt bei einem Kurs mit sieben Kindern nicht immer befriedigend und es ist schlicht nicht möglich oder sinnvoll, mit vier Lerngruppen viele weitere Untergruppen zu bilden.

Auch der in unserer Klasse sehr vereinfachte Wechsel der Lerngruppe im Fach Mathematik bringt ungelöste Schwierigkeiten mit sich. Arbeitet ein Kind in der Mathematik nicht in seiner „Stammlerngruppe“ mit, wirft dies nicht nur Fragen vor dem Übertritt in die Sekundarschule auf, sondern ergibt sogar Schwierigkeiten in der Gestaltung des Mathematikunterrichts innerhalb der Mittelstufe, da nicht immer alle Lerngruppen zeitgleich unterrichtet werden. Immer wieder muss von neuem geklärt werden, ob eine Einführung mit einzelnen vor- oder nachgeholt wird, ob für eine Lerngruppe zwei Kurse auf unterschiedlichen Niveaus durchgeführt werden sollen und so fort.

Zusammenfassend heisst dies also, dass wir durch unser System in Lerngruppen denken und somit innerhalb einer solchen Gruppe immer wieder versuchen, eine Homogenität herzustellen. Zwar sollen dabei alle Kinder ihren Platz finden, welches im Grunde im integrativen Sinne steht, das Streben nach homogenen Gruppen ist dabei jedoch ein Widerspruch. Eine inklusiv gestaltete Schule müsste sich von dem Denken in Lerngruppen lösen. Dies bedeuten jedoch einen grossen Schritt in der Entwicklung zu wagen und wirft viele Fragen auf. Zu Beginn interessiert sicherlich, ob es überhaupt möglich ist, von der Konzentration auf die Lerngruppen wegzukommen und den Fokus auf übergreifende Lernarrangements zu legen. Daraus abgeleitet muss beleuchtet werden, wie solche Lernarrangements aussehen müssten. Aus der sonderpädagogischen Optik muss geklärt werden, was dies für die Schulung von Kindern mit sonderpädagogischen Förderbedarf bedeuten würde und wie sich somit die heilpädagogische Rolle definiert. Ein weiterer sehr wichtiger Punkt ist die Frage nach der Orientierung sowohl für die Lehrperson wie auch die Kinder, wenn die vermeintliche Kontrolle durch die Einteilung in vier Gruppen wegfällt. Dabei fällt auf, dass der Lehrplan 21 in seiner Grundidee der Inklusion entspricht, da er den Erwerb der Kompetenzen als individuellen Prozess beschreibt. Es ist folglich zu überprüfen, ob in den Kompetenzrastern des Lehrplan 21 eine ausreichende Orientierungshilfe gefunden werden kann. Aus diesen Fragen und Überlegungen soll untenstehend die zentrale Fragestellung hergeleitet werden.

2. Fragestellung

Die Ausführungen zur Situation in Reute zeigen auf, dass das Team bestrebt ist, einen inklusiven Unterricht zu ermöglichen. Die Altersdurchmischung verlangt ausserdem einen bewussten Umgang mit Heterogenität, welcher einen hohen Grad an Individualisierung fordert. Durch das so erlangte Normalisierungsprinzip ist es für Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf einfacher, im inklusiven Setting genügend Zeit in den Aufbau der Grundfertigkeiten zu investieren. Damit dies aber gelingen kann, müssen zwei Herausforderungen gemeinsam vom Team gemeistert werden. Zum einen muss eine Lernwelt geschaffen werden, die genügend offen ist, dass inklusiv gearbeitet werden kann, zum anderen braucht es einen Orientierungsrahmen, der die klassenorientierten Schulbücher ersetzen kann.
Daraus ergibt sich erstens die Überlegung, ob für einen solchen Orientierungsrahmen die Kompetenzraster des zweiten Zyklus aus dem Lehrplan 21 genügen würden, um damit einen inklusiven Mathematikunterricht zu planen, vorzubereiten und umzusetzen. Die im Raster beschriebenen Kompetenzen wären dann während der Mittelstufe zu erarbeiten, ohne dass eine klare Zuteilung in eine jeweilige Lerngruppe nötig wäre. Die Kompetenzstufen wären Anhaltspunkte für das Mathematiklernen in unserer Klasse. Ziel wäre es für im Grunde jedes Kind, mindestens die Grundansprüche des zweiten Zyklus nach Abschluss der Mittelstufe zu beherrschen. Ob die Mittelstufe dann in drei, vier oder fünf Jahren durchlaufen wurde und in welcher Zeit welche Fortschritte gemacht wurden, wäre dann nicht mehr von Belang. Ob dies jedoch als Orientierungs- und Strukturierungshilfe für den inklusiven Unterricht ausreichen würde, müsste beleuchtet werden.
Der Mathematikunterricht müsste zweitens so weit geöffnet sein, dass die Kinder am gleichen Thema auf ihrem individuellen Stand arbeiten könnten. Wie dabei die lehrerzentrierten Kurse gestaltet sein müssten, damit sie unterschiedliche Schwierigkeitsgrade zulassen würden und ob sie von den Kindern flexibel besucht werden könnten, gilt es herauszufinden. Auch muss geprüft werden, ob es für einen inklusiven Unterricht genügen würde, wenn an einem gemeinsamen offenen Gegenstand gearbeitet wird oder in zwei oder drei Gruppen, welche ebenfalls offene Aufgaben auf unterschiedlichen Niveaus bearbeiten und ob dadurch tatsächlich jedes Kind auf seinem Stand genügend gefordert würde.
Aus sonderpädagogischer Sicht wird von der These ausgegangen, dass die Kinder, welche in Mathematik sonderpädagogische Unterstützung benötigen, diese simultan während der Bearbeitung des gemeinsamen Gegenstandes erhalten können. Dabei müsste nicht thematisiert werden, wen dies betrifft und wen nicht. Ausserdem müsste für diese Kinder nicht mehr definiert werden, zu welcher Lerngruppe sie in der Mathematik gehören. Sie könnten ohne Gesichtsverlust

auf ihrem Stand mit der benötigten Unterstützung in der Gemeinschaft lernen und üben. Auch diese These gilt es zu überprüfen.
Damit Inklusion im Mathematikunterricht umgesetzt werden kann, soll ein Leitfaden im Sinne eines Konzepts für den altersdurchmischten *inklusiven* Mathematikunterricht entstehen. An diesem theoretisch begründeten Konzept sollen sich die Lehrpersonen orientieren können und somit genügend Sicherheit erhalten, um den Mathematikunterricht für die ganze heterogene Mittelstufe zu öffnen. Daher die erste Fragestellung:

1. Welche pädagogischen, sonderpädagogischen, didaktischen und fachdidaktischen Gelingensbedingungen lassen sich in der Schule Reute zu einem Konzept des inklusiven altersdurchmischten Mathematikunterrichts bündeln?

Zur Beantwortung dieser ersten Fragestellung wird zum einen die Umsetzung eines inklusiven Unterrichts im Fach Mathematik beleuchtet, zum anderen soll geklärt werden, wie den beteiligten pädagogischen und sonderpädagogischen Fachpersonen die Gestaltung eines solchen Unterrichts gemeinsam gelingen kann. Dabei wird der Frage nach der Rolle der Lehrperson (nachfolgend aus Gründen der Lesbarkeit «LP» genannt) sowie des Schulischen Heilpädagogen / der Schulischen Heilpädagogin (nachfolgend aus Gründen der Lesbarkeit «SHP» genannt) nachgegangen. Dazu gehört auch die Klärung der Zusammenarbeit zwischen LP und SHP. Alle diese Aspekte sollen schlussendlich durch die Fragestellung 1 beantwortet werden können.

Damit ein Konzept, welches eine starke Entwicklung verlangt, erfolgreich und auf das Schulteam abgestimmt erstellt werden kann, braucht es eine sorgfältige, schrittweise Erarbeitung und Implementierung mit dem ganzen Team. Daher die zweite Fragestellung:

2. Welches sind notwendige strategische, strukturelle und lernkulturelle Schritte der Implementierung eines solchen Konzepts?

Die strategischen Schritte meinen die Entwicklung einer gemeinsamen Vision, welche in diesem Fall eine gelungene Inklusion bedeutet und auf der gesellschaftlichen Ebene zu verordnen sind. Weiter sind strukturelle Schritte notwendig, welche Fragen betreffend Organisation, wie beispielsweise die Verwendung von Lehrmittel oder der Einteilung der Zeitgefässe, klären sollen. Zudem braucht es Schritte auf der lernkulturellen Ebene, welche die Aufgaben und Herausforderungen, welche dieser Prozess an die Beteiligten stellt, berücksichtigen. Alle drei

Ebenen müssen bei der Implementierung berücksichtig werden. Zu Beginn steht natürlich eine Übereinkunft des Teams und die Entwicklung der gemeinsamen Vision auf der strategischen Ebene. Um jedoch einen erfolgreichen Prozess zu durchlaufen, muss die inklusive Lernkultur gemeinsam erarbeitet werden, wobei die Hilfen auf der strukturellen Ebene stetig angepasst und mitentwickelt werden müssen.

Um die beiden Fragestellungen bearbeiten zu können, wird folglich eine Entwicklungsarbeit angestrebt, welche die drei daraus abzuleitenden Optiken immer wieder einnimmt. Die Optiken des inklusiven Mathematikunterrichts erstens, der dabei notwendigen Rollen der LP und SHP zweitens und der Implementierung im Team drittens werden als Erkenntnisstränge durch die Arbeit gezogen und immer wieder verfolgt. Dabei soll im ersten Teil aus einem theoretischen Fundament das Konzept entstehen, während im zweiten Teil die Implementierung im Team analysiert und reflektiert wird.

3. Theoretische Herleitung

Aus der Beschreibung der Ausgangslage und der Herleitung der Fragestellung wurde klar, dass ein inklusiver Mathematikunterricht angestrebt wird. Um dieses visionäre Ziel zu verfolgen, werden zunächst theoretische Grundlagen, welche mit inklusivem Mathematikunterricht in Zusammenhang stehen, diskutiert. Dazu wird der Begriff Inklusion geklärt und seine Bedeutung für den Unterricht beleuchtet.
Im nächsten Schritt wird die Mathematikdidaktik und das Verständnis von mathematischem Lernen anhand der Handmetapher übersichtsmässig dargelegt. In Bezug auf einen inklusiven Unterricht werden zwei Schwerpunkte der Handmetapher diskutiert und erste Vermutungen betreffend den ersten Erkenntnisstrang «inklusiver Unterricht» aufgestellt.
Daraus werden Konsequenzen für das Arbeiten von SHP und LP abgeleitet, die damit verbundenen Anforderungen beleuchtet und die Methode des flexiblen Interviews als mögliche Hilfe zur Umsetzung beschrieben. Vermutungen zum zweiten Erkenntnisstrang «Rollen der LP und SHP» können davon abgeleitet werden. Schlussendlich wird die Implementierung im Team ins Auge gefasst und die in der Theorie gewonnenen Erkenntnisse zusammenfassend damit in Bezug gesetzt.

3.1. Inklusion

Um sich auf der theoretischen Ebene mit dem als Fernziel angestrebten inklusiven Unterricht zu befassen, braucht es vorab eine Klärung des Begriffs «Inklusion». Damit dies nachvollziehbar erläutert werden kann, muss der damit in engem Zusammenhang stehende Begriff der «Integration» ebenfalls geklärt werden.
Das Wort «Integration» kommt vom Lateinischen «integratio» und wird meistens mit «Wiederherstellen eines Ganzen» übersetzt (vgl. Lienhard-Tuggener, et al. 2011, S. 11). Die Integration möchte also eine separierte Gruppe wiedereingliedern (vgl. Rothenbächer, 2016, S. 4). Im schulischen Kontext bedeutet dies, dass Kinder mit Beeinträchtigungen bewusst in die Regelschule einbezogen werden, während sie in der Separation ausserhalb gefördert werden (vgl. Lienhard-Tuggener, et al. 2011, S. 14). Die Inklusion dagegen geht von einer Gesamtheit aus, die grundsätzlich sehr divers ist und nicht gegliedert werden muss (vgl. Rothenbächer, 2016, S. 4). Die inklusive Schule ist also eine Schule, in die alle Kinder aufgenommen und gemäss ihren Bedürfnissen gefördert werden (vgl. Lienhard-Tuggener, et al. 2011, S. 14). Lienhard- Tuggener et al. bezeichnen die Inklusion als wichtige Zielvorstellung für die Entwicklung in Richtung Schule für alle (vgl. ebd., 2011, S. 15). Trotzdem verwenden sie in ihren Ausführungen absichtlich den Begriff

der Integration, um Schulen, die bereits integrativ arbeiten, genügend Respekt zu erbringen. Inklusion hingegen betrachten sie als visionäres, anzustrebendes Ziel (vgl. Lienhard-Tuggener, et al. 2011, S. 15). Auch das Deutsche Institut für Menschenrechte betont, dass «Integration» und «Inklusion» dem gleichen Ansatz entsprechen. Der Unterschied bestehe darin, dass die «Inklusion» einen stärkeren Fokus auf die Schulentwicklung legt, da sie auf Etikettierungen gänzlich verzichtet (vgl. Moser, 2013, S.10).
Gemäss diesen Ausführungen scheint der Begriff «Inklusion» für das in Reute geplante Entwicklungsprojekt passend, da in unserer Schule vom Normalitätsprinzip ausgegangen wird und Inklusion als Fernziel definiert ist. Dabei ist jedoch zu betonen, dass die Wiedereingliederung im integrativen Sinne keineswegs abzuwerten ist. Vielmehr möchten wir unser integratives Arbeiten durch die Auseinandersetzung mit inklusivem Unterricht am Beispiel des Mathematikunterrichts weiterentwickeln. Dies ist in unserer Situation zudem besonders interessant, da die altersdurchmischte Klasse in sich bereits eine so grosse Heterogenität aufweist, dass der Gedanke von einem Ganzen, in dem Verschiedenheit normal ist, naheliegt. Wir gehen davon aus, dass es für Kinder mit verstärktem sonderpädagogischem Förderbedarf eine grosse Chance sein kann, in dieser heterogenen Gruppe den eigenen Platz zu finden. Ihr Sonderstatus soll so klein wie möglich gehalten werden, ohne dass sie dadurch Nachteile erfahren.

3.2. Inklusiver Unterricht

Wie Inklusion in der Regelschule umgesetzt werden soll, lässt sich kaum eindeutig beantworten. Grundsätzlich gibt es kein einheitliches organisatorisches Modell. In der Forschung und Entwicklung werden diverse Möglichkeiten vom Umgang mit Heterogenität beschrieben. Einigkeit besteht darüber, dass eine Form von innerer Differenzierung zentral ist (vgl. Werning, 2013, S. 55). Dabei ist nicht nur differenzierendes Material gemeint, sondern auch die differenzierende Didaktik und einer Offenheit für die Themen der Kinder (vgl. Pregel, 2013, S. 177ff). Weiter herrscht Konsens darüber, dass dies erhöhte Anforderungen an die Lehrpersonen stellt, da mehr pädagogisches und psychologisches Wissen und bessere diagnostische Kompetenzen (vgl. Werning, 2013, S. 54), welche förder- und ressourcenorientiert auch die Stärken der Kinder betonen (vgl. Pregel, 2013, S. 181ff), gefordert sind. Auch sind breitere Methodenkompetenzen der Lehrperson nötig (vgl. Werning, 2013, S. 54).
Als mögliche Methoden lassen sich jedoch viele Ansätze finden, wie beispielsweise die Projektmethode, das Lernen am gemeinsamen Gegenstand und Formen der inneren Differenzierung (vgl. Meister, Schnell, 2013, S. 187). Auch werden diverse Gütekriterien als Thesen genannt, welche aus Erfahrungen, empirischen Erhebungen und theoretischen Analysen für

inklusiven Unterricht hervorgegangen sind (vgl. Pregel, 2013, S. 177ff). Diese sind nebst der bereits erwähnten Differenzierung und förderorientierten Diagnostik die Beziehung von der LP und SHP zu den Kindern, sowie eine respektvolle Beziehung der Kinder untereinander. Auch kooperative multiprofessionelle Teams, die gemeinsam die Verantwortung für die heterogene Gruppe tragen, werden als Gütekriterium aufgeführt (vgl. Pregel, 2013, S. 183). SHP und LP fällt dabei gleichermassen die Aufgabe des Begleitens der Kinder im Unterricht zu (vgl. Pregel, 2013, S. 183).
Für das Gelingen von inklusivem Unterricht scheinen also verschiedene Faktoren entscheidend zu sein. Grundsätzlich lässt sich festhalten, dass inklusive Schulen vermehrt zu offenen und flexibleren Unterrichtsformen und verstärkter pädagogischer Flexibilität in den individuellen Lernplänen zugunsten eines adaptiven, passgenauen Unterrichts, sowie im Einsatz von unterschiedlichen Sozialformen tendieren (vgl. Werning, 2013, S. 53). Das flexible Reagieren auf die momentanen Bedürfnisse und Situationen scheint also eine wichtige und pädagogisch herausfordernde Kompetenz im Entwickeln von inklusivem Unterricht zu sein. Wie das Team, welches für das Gelingen desselben matchentscheidend scheint, dies konkret bewerkstelligt, wie dabei die pädagogische sowie sonderpädagogische Funktion definiert wird und wie sich diese beiden Rollen unterscheiden, bleibt jedoch offen. Der Grund dafür könnte darin liegen, dass das Konstrukt der Differenzierung im inklusiven Sinne oft im losgelösten methodischen Kontext angeschaut wird, anstatt in direktem Bezug zu einem bestimmten Fach (vgl. Krauthausen, Scherer, 2014, S. 29). Weiter kann kaum davon ausgegangen werden, dass der Komplexität, welche ein inklusiv gestalteter Unterricht mit sich bringt, durch eine Methode alleine Rechnung getragen werden kann. Vielmehr scheint ein situationsbezogenes, offenes, flexibles Herangehen, ein Ausprobieren, Verwerfen und Entwickeln im Team für das Annähern an den inklusiven Unterricht zentral. Dies Verlangt jedoch ein vertieftes pädagogisches und mathematikdidaktisches Wissen von allen Beteiligten, einen ganzheitlichen Blick auf die Thematik sowie Orientierungshilfen, damit ein erstes Herantasten ermöglicht werden kann. Somit wird eine Auseinandersetzung mit der Fachdidaktik Mathematik nötig.

3.3. Mathematikdidaktik

Untenstehend wird nun, nach einer ersten Klärung der Begriffe, die Mathematikdidaktik in Bezug auf die Umsetzung eines inklusiven Unterrichts diskutiert. Dafür wird zuerst ein Überblick anhand der Handmetapher gegeben. Im Anschluss folgt eine Verknüpfung der Handmetapher mit dem inklusiven Unterricht. Daraus wird die Fokussierung auf die beiden Bereiche «Entwicklungsgemäss» und «Handlungsaspekte» abgeleitet und beleuchtet. Schlussendlich werden erste theoriebasierte Thesen zur Fragestellung 1 bezüglich des ersten Entwicklungsstrangs

«inklusiver Mathematikunterricht» aufgestellt, sodass im nächsten Schritt der zweite Entwicklungsstrang «Rollen der LP und SHP» anhand der Theorie aufgegriffen werden kann.

3.3.1. Definition Mathematik für den Unterricht

Eine allgemein anerkannte Definition des Begriffs «Mathematik» in Bezug auf das «Mathematiklernen» lässt sich schwer finden. Die Schülerinnen und Schüler selbst definieren die von ihnen erlebte Mathematik im Unterricht oft mit Zahlen und Rechnungen. Dies ermöglicht bereits einen Einblick, wie der Mathematikunterricht erlebt wird (vgl. Matter, 2017, S. 7).
Für das Lernen im konstruktivistischen Umfeld eignet sich jedoch die Definition der Mathematik als Wissenschaft der Muster und vielfältigen Beziehungen besser (vgl. Matter, 2017, S. 11), da der Begriff «Muster» als Vorlage, Schema oder Modell verstanden werden kann. Das Erkennen dieser Muster hilft dem Verständnis der Mathematik, bedingt jedoch auch, dass Unwichtiges ausgeblendet werden kann. Das Verallgemeinern und Abstrahieren sind dazu zentrale Denkprozesse (vgl. Matter, 2017, S. 11). Ausserdem passt das Verständnis der Mathematik als ein Konstrukt von Mustern zu der Arbeitsweise eines menschlichen Gehirns, da neuronale Netzwerke Muster, wie beispielsweise das Erkennen von Gesichtern, äusserst gut erkennen können (vgl. Matter, 2017, S. 12). Dieses Verständnis der Mathematik eignet sich daher für einen Unterricht, in dem Kinder im konstruktivistischen Sinne lernen, sehr. Es gibt jedoch noch keine Informationen zu den tatsächlichen Inhalten der Mathematik im Schulalltag sowie deren didaktischen Umsetzung.
Um Klarheit bezüglich der Inhalte zu erlangen, wurde der Lehrplan 21 herangezogen. Im Lehrplan 21 wird die Mathematik auf der Primarstufe in die Bereiche «Zahl und Variabel», welcher den Zahlenraum und die Grundoperationen umfasst, «Grössen, Funktionen, Daten und Zufall» sowie «Form und Raum» unterteilt. Zu jedem dieser Themenbereiche werden die Kompetenzen nach den Handlungsaspekten «Operieren und Benennen», «Erforschen und Argumentieren» und «Mathematisieren und Darstellen» gegliedert (vgl. Lehrplan 21, 2017). Diese Aufteilung erlaubt bereits einen guten Überblick der zu bearbeitenden Kompetenzen, womit eine inhaltliche Orientierung möglich wird. Zur mathematikdidaktischen Umsetzung braucht es jedoch eine andere Orientierungshilfe, welche im nachfolgenden Abschnitt beschreiben werden soll.

3.3.2. Die Handmetapher

Um die Mathematikdidaktik und die damit verbundenen vielfältigen Modelle und Theorien möglichst ganzheitlich erfassen zu können, wird das ressourcenorientierte Modell der Handmetapher herangezogen. Dieses versucht, reduziert und alltagstauglich, die wichtigsten

Dimensionen eines beziehungshaltigen, systematischen Mathematikunterrichts zu illustrieren (vgl. Meyer, 2012, S. 34). Es umfasst die Dimensionen der Entwicklung, der bedeutsamen Inhalte, der Handlungsaspekte und Bildungsziele, der Didaktik des Übens sowie des Abfragens (vgl. Meyer, 2012, S. 34). Auf jede dieser Dimensionen soll nachfolgend kurz eingegangen werden.

Daumen: Entwicklungsgemäss

Der Lernprozess in der Mathematik wird oft in Stufen beschrieben. Das Durchlaufen dieser Stufen ist ein Entwicklungsprozess, auf den im Mathematikunterricht Rücksicht genommen werden muss. Freudenthal beschreibt beispielsweise, dass ein Kind auf einer tiefen Entwicklungsstufe mathematische Handlungen zwar ausführen kann, dies jedoch noch nicht bewusst geschieht. Eine Erklärung, wie es die Handlung ausführte oder gar die Übersetzung in eine Operation kann es in diesem Falle noch nicht leisten. Dies gibt den Hinweis, dass es für die nächste Stufe noch nicht bereit ist. Ihm die Operation dann zu lehren, würde es überfordern und keinen Nutzen zeigen (vgl. Freudenthal, 1973, S. 123). Erst auf der nächst höheren Stufe wird die ausgeführte Tätigkeit, das Operative zum Gegenstand selbst und für das Kind erklärbar (vgl. Freudenthal, 1973, S. 120). Bevor dies der Fall ist, kann ein Kind die Erklärungen der Lehrperson zur Operation im besten Falle nachahmen, versteht jedoch noch nicht, was gemeint ist. Das führt zu einem Gefühl der Hilflosigkeit (vgl. Freudenthal, 1973, S. 121). Die Entwicklungsstufen durchlaufen die Kinder zirkulär. Das heisst, sie begegnen den gleichen Inhalten in ihrer Entwicklung immer wieder, bearbeiten diese jedoch je nach Entwicklungsstand unterschiedlich. Dadurch werden komplexe Inhalte teilweise erst recht spät ganzheitlich, also mit allen Facetten und Beziehungen, verstanden. Es konnte beispielsweise aufgezeigt werden, dass das dekadische System von vielen Kindern erst mit elf oder zwölf Jahren vollständig verstanden werden kann. Dies macht eine Passung von Unterricht und Entwicklungsmuster nötig (vgl. Meyer, 2012, S. 35). Ein erfolgreicher Lernprozess kann also in der Mathematik auch nur dann geschehen, wenn der Inhalt dem individuellen Lernstand angepasst ist (vgl. Hussman, et al., 2015, S. 9). Dabei gilt der Grundsatz: nicht zu früh, nicht zu spät, nicht zu streng, nicht zu mild (vgl. Meyer, 2012, S. 35). Um diesen Anforderungen gerecht zu werden, muss Sowohl LP wie SHP, nebst reichlicher Kenntnis zum Entwicklungsprozess im mathematischen Lernen und den didaktischen Hilfestellungen dazu, ebenfalls über den Entwicklungsstand eines Kindes Bescheid wissen. Laut Studien eignet sich dafür die Methode des flexiblen Interviews sehr (vgl. Meyer, 2012, S. 35), worauf später vertieft eingegangen werden soll.

Zeigefinger: Bedeutsame Inhalte

Nebst der Passung auf den Entwicklungsstand des Kindes muss der Inhalt des Mathematikunterrichts für das Kind gegenwärtig, zukünftig und exemplarisch bedeutsam sein (vgl. Meyer, 2012, S. 35), um Leerläufe und Sinnkrisen zu vermeiden (vgl. Meyer, 2012, S. 36). Zwar gibt der Lehrplan 21 die in der Primarschule zu behandelnden Inhalte vor, jedoch sind diese nie für ein Kind per se bedeutsam. Leider wird die Mathematik in der Schule oft als Fertigfabrikat angesehen und verhindert das Verständnis derselben als Tätigkeit (vgl. Freudenthal, 1973, S. 115). Diese fertige Mathematik ist jedoch eine Fiktion, welche zu nichts führt, weder zu höheren Mathematik noch ins Leben. Die Schulmathematik in diesem Sinne ist laut Freudenthal eine Sackgasse (vgl. ebd., 1973, S. 112).

Wird die Mathematik hingegen als Tätigkeit gesehen, bedeutet dies eine Absage an Mathematik als Sammlung von Faktenwissen, Verfahrensregeln und Formeln, welche häppchenweise verarbeitet werden können. Es verlangt eigenes Denken, Nachdenken sowie nicht zuletzt die Freude an diesem Denken (vgl. Matter, 2017, S. 46). Damit jedoch ein Kind in diesen selbst konstruierenden Prozess kommt, der nötig ist, um wirkliches Verstehen zu erlangen, braucht es Interesse und Motivation (vgl. Krauthausen, Scherer, 2014, S. 59ff). Gelingt in diesem aktiven, forschenden Denken die Verbindung des Inhaltes mit dem Interesse, der Lebens- und Erfahrungswelt des Kindes, tritt es mit dem Inhalt in Interaktion, wodurch dieser bedeutsam wird (vgl. Meyer, 2012, S. 36). Dies wiederum ist zentral für die individuelle Denkentwicklung (vgl. Korff, 2015, S. 233).

Mittelfinger: Handlungsaspekte

Im obigen Abschnitt zum Lernen an bedeutsamen Inhalten wurde bereits angedeutet, dass das Kind im mathematischen Lernen eine eigene Denkentwicklung durchlaufen muss. Das Lernen ist eine konstruktive Aufbauleistung des Individuums. Dass wir ein Modell, welches wir in unserem Kopf konstruiert haben, auf einen anderen Kopf übertragen können, in dem wir Worte aneinanderhängen, ist eine weit verbreitete Fehlvorstellung (vgl. Scherer, 1999, S. 86).

Der Lehrplan 21 widerspricht dieser Vorstellung stark durch die Gliederung eines jeden Bereichs in die jeweiligen Handlungsaspekte und verlangt damit einen aktiv handelnden Unterricht (vgl. Lehrplan 21, 2017), welcher in der Theorie bereits von verschiedenen Seiten unter verschiedensten Namen beschrieben wurde. Freudenthal beschreibt das Tun der Kinder beispielsweise als Nacherfindung und betont, dass eine Handlung vom Kind selbst ausgeführt werden muss (vgl. ebd., 1973, S. 107). Matter spricht vom aktiven Erarbeiten der mathematischen Strukturen, wobei dies jedes Kind selbst bewerkstelligen muss (vgl. ebd., 2017, S. 50). Auch das

Entdecken dieser Strukturen wird beschrieben, wobei der Charakter des Sensationellen, der bei «Entdeckung» mitschwingt, relativiert werden muss (vgl. Freudenthal, 1973, S. 116). Weiter wird der Konstruktivismus beschrieben und der damit verbundene aktive Charakter des Lernens (vgl. Scherer, 1999, S. 87). Eine gewonnene Erkenntnis ist dabei eine Konstruktion, welche durch vorhandene Erkenntnisse und der Umwelt eines Individuums zustande kommt. Somit verleiht es dieser Auffassung des Lernens eher den Charakter des Erfindens, anstelle des Entdeckens (vgl. Scherer, 1999, S. 87), womit wieder auf den Begriff der Nacherfindung Bezug genommen werden kann.

Die Vielfalt dieser Beschreibungen und Begrifflichkeiten verdeutlicht die Wichtigkeit dieses Aspekts für das erfolgreiche mathematische Lernen. Wie auch immer es genannt werden soll, fest steht, dass die Kinder eigene Strategien und Lösungswege für mathematische Probleme produzieren müssen (vgl. Scherer, 1999, S.88). Je mehr sie dabei an vorhandenes Wissen anknüpfen können, desto leichter gelingt dies (vgl. Scherer, 1999, S.87). LP und SHP dürfen den Schülern und Schülerinnen dabei keine mathematischen Inhalte als Fertigfabrikat aufdrängen (vgl. Freudenthal, 1973, S. 114), sondern müssen ihnen Zeit lassen, zu mathematisieren und modellieren, zu argumentieren, Begründungen zu finden und Resultate zu interpretieren (vgl. Meyer, 2012, S. 36). Denn das Denken hat den Ursprung im Handeln. Jedes Individuum muss sich ein eigenes Bild der Wirklichkeit schaffen, auch in der Mathematik. Es braucht ein Vernetzen und Aufbauen von mentalen Bildern zu den mathematischen Strukturen (vgl. Matter, 2017, S. 47). Diese Überlegungen haben weitreichende Konsequenzen. Zum einen muss sich der Mathematikunterricht vom Vermitteln von Schemata für das Lösen gewisser Aufgaben und dem damit verbundenen Generieren von «Pseudowissen» abwenden, zugunsten eines handlungsorientierten Unterrichts, der das kreative Denken beim Kind lässt. Zum anderen eignet sich das Lernen in diesem konstruktivistischen Sinne durch die Handlungsorientierung und der damit verbundenen Erleichterung des Arbeiten auf der nächsten Entwicklungsstufe nicht nur sehr gut für das Unterrichten in heterogenen Gruppen, sondern gibt im sonderpädagogischen Lernbegleiten auch entscheidende Hinweise auf Kompetenzen und Förderaspekte eines Kindes.

Ringfinger: Üben

Gelang es dem Kind, einen mathematischen Sachverhalt zu konstruieren und somit zur Erkenntnis zu gelangen, muss diese Erkenntnis noch gefestigt und angewandt werden. Auch dies soll mit Berücksichtigung der Handlungsaspekte und mit für das Kind bedeutsamen Inhalten geschehen. Daneben stellt jedoch die Didaktik des Übens an sich eine Herausforderung dar.

Gutes Üben beinhaltet unter anderem das Anwenden auf neue Situationen (vgl. Freudenthal, 1973, S. 113ff) sowie das Beweisen und soll durchaus auch spielerisch geschehen. Ziel dabei ist das Sichern der Ressourcen und des Fortschritts (vgl. Meyer, 2012, S. 37).
Die herkömmliche Schulmathematik läuft dabei jedoch Gefahr, dieses Anwenden und Beweisen in künstlich erfundenen Aufgaben verkümmern zu lassen (vgl. Freudenthal, 1973, S. 113). Um dies zu vermeiden, soll an komplexen Situationen gelernt und geübt werden, die eine Vernetzung ermöglichen. Dazu brauchen die Kinder ganzheitliche Zugänge. Ein Vermitteln in kleinen Häppchen gilt es zu verhindern (vgl. Scherer, 1999, S. 90). Weiter müssen gute Lernaufgaben eine Eigenaktivität zulassen. Sie sollen aktivieren, offen sein und verschiedene Lösungswege zulassen. Das Bearbeiten auf verschiedenen Niveaus muss möglich sein (vgl. Hussman, et al., 2015, S. 23).
Solche komplexen, geöffneten Aufgaben, die Eigenaktivität und Vernetzung fordern, stellen jedoch eine grosse Herausforderung für Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf in der Mathematik dar. Lange war man daher der Auffassung, es sei nötig und hilfreich, diesen Kindern einen Lösungsweg vorzugeben, welcher gemeinsam besprochen wird. Diesen Weg soll das Kind dann mitmachen und schlussendlich nachmachen (vgl. Scherer, 1999, S. 63). Aus zwei Gründen wird davon heute abgeraten. Zum einen wird dem Kind mit dieser Methode vermittelt, dass es zum selbständigen Lösen nicht fähig ist, was sich ungemein demotivierend auswirkt (vgl. Scherer, 1999, S. 63). Zum anderen wird das Erlangen einer Erkenntnis durch wiederholtes Nachmachen kaum je ermöglicht (vgl. Scherer, 2003, S. 426). Daher ist es gerade für Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf in der Mathematik zentral, dass aktiv und einsichtig gelernt wird (vgl. Scherer, 2003, S. 426). Das Entwickeln von eigenen Strategien und das Vergleichen von verschiedenen Lösungswegen wird heute also auch für diese Kinder als nötig erachtet (vgl. Scherer, 1999, S. 63). Leider wird dies in der Praxis oft noch zu wenig umgesetzt, was nicht zuletzt auch am vorhandenen Material liegt (vgl. Scherer, 1999, S. 64).
Ein weiterer Ansatz, der das verstehendbasierte Üben begünstigen soll, beruht auf dem sozialen Lernen. Das Entwickeln von mathematischem Wissen beruht laut Matter auf einem Zusammenspiel von individueller Interpretation und sozialer Interaktion (vgl. ebd., 2017, S. 58). Die individuelle Konstruktion von Wissen wurde also mit der sozialen Komponente erweitert (vgl. Matter, 2017, S. 59). Laut einer Studie von Swan geschieht die Förderung von mathematischem Verständnis also auch über kooperatives Lernen im Austausch mit anderen, wobei die Motivation ebenfalls steigt (vgl. Matter, 2017, S. 104). Auch dies gilt es beim Gestalten von Übungssequenzen im Mathematikunterricht zu berücksichtigen.

Kleiner Finger: Abfragen

Nebst dem anwendungsorientierten Üben und Beweisen der vorhergegangenen Dimension braucht erfolgreiches mathematisches Lernen auch ein Üben im Sinne des Automatisierens und Abfragen. Diese beiden Phasen müssen sich ergänzen, denn das Entdecken und Konstruieren von neuen Beziehungen und Mustern ist nur möglich, wenn an abrufbares Wissen und bestehende Fertigkeiten angeknüpft werden kann (vgl. Scherer, 1999, S. 89). Nachhaltige Förderung braucht immer auch einen Anteil an übenden Aufgaben (vgl. Hussman, et al., 2015, S. 10). Auf der anderen Seite muss das Neue zuerst wirklich ganzheitlich verstanden werden, bevor der Automatisierungsprozess beginnen darf (vgl. Krauthausen, 2003, S. 83).

Um Entdecktes zu automatisiere, ist ein Abfragen des Faktenwissens nötig (vgl. Meyer, 2012, S. 37). Dies geschieht am besten regelmässig, über die vielen Schulstufen verteilt und spielerisch. Damit dieses Training erfolgreich ablaufen und die Fertigkeiten aufgebaut werden können, muss eine sichere und wertschätzende Beziehung zwischen Kind und SHP / LP gegeben sein (vgl. Meyer, 2012, S. 37).

Zusammenfassung

In einem erfolgreichen Mathematikunterricht lernen die Kinder also erstens gemäss ihrem persönlichem Stand an der Erreichung der nächsten Entwicklungsstufe, zweitens anhand von für sie persönlich bedeutsamen, kontextualisierten Inhalten, wobei sie sich drittens die Zusammenhänge und Sachinhalte handelnd in grösstmöglicher Selbsttätigkeit konstruieren, aktiv nacherfinden und somit die Inhalte verknüpfen, in Beziehung setzen und dadurch ganzheitlich verstehen. Das Üben und Vertiefen geschieht viertens mittels komplexen Aufgaben, in denen die Kinder zum Anwenden und Beweisen angehalten sind, während fünften das Automatisieren in spielerischen, regelmässigen Trainings stattfindet. Was diese Anforderungen nun für die Umsetzung im inklusiven Setting bedeuten, soll nachfolgend erläutert werden.

3.4. Mathematik im inklusiven Setting

Werden die oben beschriebenen Dimensionen auf den Mathematikunterricht im inklusiven Setting bezogen, stechen vor allem zwei grosse, jedoch zentrale Herausforderungen ins Auge. Zum einen ist dies die Förderung gemäss dem eigenen Entwicklungsstand jedes Kindes. In einer Klasse mit so grosser Heterogenität ist das Lernen auf dem individuellen Stand genauso anspruchsvoll wie zentral. Zum anderen ist das Ermöglichen von aktivem, handelndem Lernen im konstruktivistischen Sinne, welches für das ganzheitliche und vertiefte Verständnis unabdingbar ist, in einer solchen Klasse zwar schwierig, scheint jedoch gleichzeitig die richtige Antwort und

Möglichkeit zu sein, mit einer grossen heterogenen Gruppe erfolgreich zu arbeiten. Das ungewohnte Setting und den damit verbundenen Rollenwechsel von instruierend zu begleitend fordert heraus. Diese Gewichtsverlagerung von Instruktion zu Konstruktion macht jedoch auch deutlich, wie wichtig nebst der pädagogischen Aufgabe der sonderpädagogische Fokus in diesem offenen Lernhandeln ist.
Nachfolgend wird nun auf die Herausforderungen von diesen zwei Dimensionen als Schwerpunkt vertiefter eingegangen. Dies ist daher zu begründen, als dass sie die dinglichsten scheinen, wobei die weiteren Dimensionen nach der Handmetapher keineswegs an Bedeutung verlieren sollen. Eine Einschränkung und Fokussierung scheint jedoch sinnvoll.

3.4.1. Entwicklungsorientierter Unterricht

Eine Möglichkeit, den unterschiedlichen Entwicklungen im mathematischen Verständnis zu begegnen, ist die Einteilung in Niveaugruppen, wie dies in Reute durch die flexible Zuteilung zu den Lerngruppen in der Mathematik geschieht. Wird diese Organisationsform kritisch betrachtet, kann festgestellt werden, dass die Zuteilung der Kinder in eine Lerngruppe entsprechend ihrem Lernstand eine Form der äusseren Differenzierung darstellt. Diese Form der Differenzierung ist heikel, da die Zuweisung zu einer bestimmten Gruppe anspruchsvoll ist und die dadurch erreichte „homogene“ Gruppe die Notwendigkeit der Individualisierung in Frage stellt (vgl. Rothenbächer, 2016, S.11). Soll aber jedes Kind tatsächlich gemäss dem eigenen Entwicklungsstand lernen können, ist eine Differenzierung auch innerhalb einer solchen Gruppe nötig. Als Übergangslösung zum Umgang mit Heterogenität kann die äussere Differenzierung in einer altersdurchmischten Klasse angewandt werden, denn dies ermöglicht eine vermeintlich einfache Kontrolle und Orientierung der Lehrperson. Die obigen Ausführungen zum Lernprozesses des Kindes zeigen jedoch, dass eine Passung von Kind und Lerngegenstand angestrebt werden muss.
Muss jedoch eine Lehrperson diese genaue Passung zwischen Lerngegenstand und Kind vornehmen, ist dies nicht praxistauglich (vgl. Krauthausen, Scherer, 2014, S. 17), insbesondere dann nicht, wenn in vier Lerngruppe jeweils erneut stark differenziert werden muss. Dieser Versuch läuft Gefahr, in einer Flut von Material zu enden, welches nach Wichtigkeit, Dringlichkeit und Schwierigkeit eingeschätzt wird. Da diese enorme Einteilung jedoch von verschiedenen Faktoren abhängig ist und von Kind zu Kind variiert, ist sie kaum so zu leisten, dass schlussendlich der Entwicklungsstand jedes Kindes tatsächlich genügend berücksichtigt wird (vgl. Rothenbächer, 2016, S. 43ff).
Dem Entwicklungsstand jedes Kindes in einer grossen heterogenen Klasse wirklich entsprechen zu können, gelingt also nur, wenn sich bei einem Lernangebot verschiedene Zugangsweisen und

Schwierigkeitsgrade der Bearbeitung transparent darstellen und somit für die Kinder natürlich ergeben (vgl. Matter, 2017, S. 55).

3.4.2. Handlungsorientierter Unterricht

Um erfolgreich einen mathematischen Sachverhalt nacherfinden, und somit ganzheitlich verstehen zu können, braucht das Kind Platz für selbständiges Arbeiten (vgl. Freudenthal, 1973, S. 150). Dies bedingt eine gewisse Öffnung des Unterrichts (vgl. Meyer, 2012, S. 37). Das selbständige Arbeiten und die Öffnung heissen jedoch nicht, dass die Kinder aus verschiedensten Aufgaben zufällig auswählen. Ist dies der Fall, wird der Unterricht strukturlos, die Schüler und Schülerinnen lösen die gewählten Aufgaben einfach vor sich hin. Diejenigen mit sonderpädagogischen Förderbedarf in der Mathematik wären klar benachteiligt, da sie wenig Chance haben, zu Erkenntnissen zu gelangen (vgl. Krauthausen, Scherer, 2014, S. 27). Weiter sind die Aufgaben, welche Kinder selbständig auswählen und bearbeiten sollen, oft kleinschrittig formuliert, sodass sie überhaupt ohne Hilfe zu bewältigen sind. Dadurch wird das so wichtige und durch die Selbsttätigkeit eigentlich beabsichtigte aktive nacherfindende Lernen verunmöglicht. (vgl. Rothenbächer, 2016, S. 43ff).

Es gilt hier also sorgfältig mit den Begriffen umzugehen. Wahlmöglichkeiten für die Kinder sind oft sehr motivierend und helfen, Inhalte bedeutsam zu machen. Das Lernangebot soll jedoch inhaltlich ganzheitlich und komplex aufbereitet den Schülerinnen und Schülern zur Verfügung gestellt werden. Es liegt dann an den Kindern zu entscheiden, wie sie dieses Angebot nutzen, was sie davon umsetzen und wie sie dies tun (vgl. Krauthausen, Scherer, 2014, S. 50ff). Die Aufgabe der LP, respektive SHP ist es dabei, zu beobachten, Fortschritte zu sehen und wenn nötig einzugreifen, Gespräche zu führen und die Kinder in ihrem Lernen zu begleiten (vgl. Freudenthal, 1973, S. 150).

Weiter ist zu beachten, dass selbständig Lernen nicht unbedingt alleine Lernen heisst. Wenn zu stark an verschiedensten Aufgaben gelernt wird, birgt das die Gefahr, das Gemeinsame im Mathematikunterricht zu verlieren (vgl. Rothenbächer, 2016, S. 43ff). Nebst der dadurch verpassten Gelegenheit zur Gemeinschaftsbildung in der Klasse wird auch ein inhaltliches von- und miteinander Lernen durch den Austausch über die Sache verunmöglicht (vgl. Krauthausen, Scherer, 2014, S. 50ff). Fehlt dies, können die Kinder keine Erkenntnisse über die Muster und Strukturen austauschen und somit ein gegenseitiges Verständnis generieren (vgl. Matter, 2017, S. 53).

Selbsttätiges handelndes, aktiv konstruierendes Lernen heisst also, an komplexen Gegenständen arbeiten und immer wieder mit anderen in den Austausch treten. Freudenthal empfiehlt sogar, für die Nacherfindung eines Sachverhalts die Kinder in Gruppen arbeiten zu lassen (vgl. Freudenthal,

1973, S. 150). Dies macht das Lernen an einem gemeinsamen Lerngegenstand nötig (vgl. Matter, 2017, S. 53), worauf nachfolgend eingegangen werden soll.

3.4.3. Didaktische Setzung

Die obigen Ausführungen zu den Herausforderungen, die ein inklusiver Mathematikunterricht stellt, lassen drei Schlüsse zu, welche beachtet werden müssen. Erstens soll das Lernen nach dem eigenen Entwicklungsstand dadurch ermöglicht werden, dass der Lerngegenstand die Bearbeitung auf unterschiedlichen Niveaus zulässt. Zweitens soll dem selbsttätig, aktiv konstruierenden Lernen Rechnung getragen werden, indem der Lerngegenstand inhaltlich ganzheitlich und komplex zur Verfügung steht. Drittens soll trotz dem selbständigen Lernen nach dem individuellen Stand der lernförderliche Austausch der Kinder untereinander und somit das Lernen miteinander durch die Bearbeitung des gleichen Inhaltes gewährleistet sein. Dadurch kann auch dem sozio-konstruktivistischem Ansatz von Borsch, welcher davon ausgeht, dass Lernen nur im sozialen Austausch möglich ist, Rechnung getragen werden (vgl. Rothenbächer, 2016, S. 15). Auch die Zone der nächsten Entwicklung nach Wygotski wird in der natürlichen Differenzierung durch den Austausch mit anderen Kindern berücksichtigt (vgl. Rothenbächer, 2016, S. 12). Dabei werden die Kinder jedoch in ihren Konstruktionsphasen nicht sich selbst überlassen, sondern beratend begleitet. Dies lässt Raum für pädagogische und sonderpädagogische Interventionen mit einzelnen Kindern oder Kindergruppen. Ob und wie diese drei Anforderungen an den inklusiven Mathematikunterricht laut der Theorie umgesetzt werden können, soll nachfolgend diskutiert werden.

Wenn sich verschiedenste Kinder mit dem gleichen Lerninhalt befassen, dies jedoch automatisch nach ihrem momentan Wissen, also nach ihrem individuellen Leistungsniveau tun, spricht man von natürlicher Differenzierung (vgl. Matter, 2017, S. 54). Dieses individuelle Lernen ist laut Krauthausen und Scherer auf gemeinsames Lernen angewiesen (vgl. ebd., 2014, S. 26). Findet durch das gemeinsame Lernangebot, welches auf unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden bearbeitet wird, ein Austausch über Zugangsweisen, Bearbeitungen und Lösungen statt, werden alle Beteiligten laut Matter optimal gefördert. Er spricht von natürlicher Differenzierung durch das Lernen am gemeinsamen Gegenstand, welches diejenige Differenzierungsart sei, die am optimalsten individuell fördert (vgl. Matter, 2017, S. 55).

Als Hypothese lässt sich folglich ableiten, dass die natürliche Differenzierung durch das Lernen am gemeinsamen Gegenstand eine Möglichkeit bietet, inklusiven Mathematikunterricht nach den Anforderungen von entwicklungsorientiertem, aktiv handelndem, mathematischem Lernen zu gestalten. Die grosse Heterogenität, welche eine altersdurchmischte Klasse mit sich bringt, muss

dabei sogar bewusst genutzt werden und bietet somit eine Chance, dass sich die unterschiedlichen Kinder an- und miteinander weiterentwickeln (vgl. Schnell, 2013, S. 218).

An dieser Stelle scheint es sinnvoll, einen ersten Bezug zur Fragestellung 1, nach den pädagogischen, sonderpädagogischen, didaktischen und fachdidaktischen Gelingensbedingungen für den inklusiven altersdurchmischten Mathematikunterricht zu nehmen. Diese konnten im Sinne des ersten Erkenntnisstrangs «inklusiver Mathematikunterricht» bereits geschärft werden, eine erste Hypothese wurde aufgestellt und die Realisierbarkeit scheint durch die Auseinandersetzung mit der Theorie bereits besser möglich. Es gilt jedoch zu beachten, dass der zweite Erkenntnisstrang «Rollen von SHP und LP» zwar bereits angetönt, jedoch noch zu wenig diskutiert wurde, um daraus konkrete Erkenntnisse zu generieren. Dem soll nachfolgend Rechnung getragen werden.

3.5. Lehr-, Lernkultur

Wird von einem Unterricht ausgegangen, bei dem die unterschiedlichsten Kinder aktiv handelnd, nacherfindend lernen, sich dabei mit einem gemeinsamen Thema auseinandersetzen und austauschen, jedoch jeweils gemäss dem eigenen Entwicklungsstand, ändert sich auch die Rolle der LP, resp. SHP. Da die Kinder in dieser Situation selbst tätig sind, fällt ihr oder ihm die Aufgabe des Begleitens zu. Dazu sind, nebst den Fähigkeiten des anregenden Begleitens ohne dozierend zu sein, auch Kenntnisse über die Vorstellungen, Denkprozesse und den Lernstand des Kindes nötig. Wie dies bewerkstelligt werden kann, was dazu von Seiten der SHP / LP erarbeitet werden muss und was dies schlussendlich für die Entwicklung im Team bedeutet, soll in den nachfolgenden Abschnitten erläutert werden.

3.5.1. Lernbegleitung

In einem geöffneten handlungsorientieren Unterricht kommt oft die Angst auf, dass die LP / SHP durch die Tätigkeit der Kinder nicht sehen kann, was diese können (vgl. Freudenthal, 1973, S. 113). Tatsächlich ist jedoch das Umgekehrte der Fall. Durch die Ermöglichung einer Konstruktionsphase der Kinder ändert sich der Fokus des Unterrichts und der Lernprozess steht im Zentrum. Gelingt es der SHP / LP, ein Kind so zu begleiten und durch Fragen anzuregen, dass dieser Lernprozess sichtbar wird, dass das Kind selbst denkt, konstruiert und im besten Falle zu Erkenntnis gelangt, ist dies meist aufschlussreicher und vertiefter als die Erhebung durch einen standardisierten Test. Ausserdem erlangt sie dadurch nicht nur Kenntnis über den Entwicklungsstand des Kindes, sondern auch über dessen Art zu Denken (vgl. Meyer, 2017, S.29). In manchen Fällen entdeckt sie

dabei Fehlvorstellungen der Kinder, welche auf ein verständnisfreies Anwenden (vgl. Mast, 2008, S. 130) oder eine Übergeneralisierung bereits behandelter Inhalte zurückzuführen sind (vgl. Mast, 2008, S. 134). Durch diese Informationen kann die LP / SHP im Idealfall ihren zukünftigen Unterricht zugunsten eines verstehensbasierten Lernens positiv beeinflussen (vgl. Mast, 2008, S. 22).

Die methodische Ausführung dieser Art der Lernstandeserfassung wird flexibles Interview genannt und ist ausserdem auch für die Lernprozessbegleitung sehr geeignet. Wie beschrieben geht es bei der Methode darum, das Denken des Kindes zu erfahren. Dies führt dazu, dass eine Schülerin oder ein Schüler während des flexiblen Interviews äusserst aktiv Beziehungen und Muster erforscht und konstruiert, während die LP / SHP beobachtet und durch Fragen anregt. Somit kann das flexible Interview als Methode der Prozessbegleitung als natürlicher Bestandteil des Unterrichts einfliessen (vgl. Meyer, 2017, S. 29) und sogar in Gruppen oder mit der ganzen Klasse durchgeführt werden (vgl. Mast, 2008, S. 21). Das Unterrichten und Lernen wird durch die Fokussierung auf das Verstehen und Entdecken von Seiten der SHP / LP sowie der Kinder verbessert (vgl Mast, Ginsburg, 2009, S. 159).

3.5.2. Flexibles Interview

Die Methode des flexiblen Interviews scheint also sowohl der LP / SHP Aufschluss über den Entwicklungsstand zu geben, wie auch den Kindern durch die Art der Lernbegleitung Ansporn, Beziehungen und Muster aktiv zu konstruieren. Wie die Lehrperson im Unterricht diese Methode anwenden kann, was dabei unterstützend wirkt und wo Hindernisse liegen können, soll nachfolgend kurz erläutert werden.

Im flexiblen Interview werden zwar Probleme gestellt, jedoch keine Lösungsart durchgesetzt und auf oberflächlichem Niveau automatisiert (vgl. Meyer, 2017, S.23). Vielmehr vermeidet es die SHP/ LP Erkenntnisse preiszugeben, während die Schülerin oder der Schüler mit Hilfe von Vorwissen, Meinungen, Vermutungen sowie Fehlschlüssen, Lösungsversuchen und Fragen mit der Zeit selbst zur Erkenntnis gelangt (vgl. Meyer, 2017, S. 47). Durch das Interview werden also beim Kind Gedanken generiert, die LP / SHP soll dabei Ansporn zum Denken sein. Dabei hält sie sich mit Bewertungen zurück und lässt das Kind seine Antworten selbst überprüfen und allenfalls verbessern (vgl. Scherer, 1999, S. 92).

Dabei gilt es zu beachten, dass viele Kinder versuchen, in ihren Aussagen das zu treffen, was die SHP / LP hören will. Dies gilt es zu vermeiden, da das Interview dadurch nicht aussagekräftig wäre und das Kind nicht zum eigenen Denken kommt. Für die LP / SHP heisst das, Suggestivfragen sowie jegliche Einschüchterung der Kinder zu unterlassen (vgl. Mast, 2008, S. 23).

Geht die LP / SHP jedoch von grundsätzlich richtigen Antworten aus und zeigt Wertschätzung, Geduld und Zuversicht, werden die Kinder aufhören, die Aussagen ihr anzupassen und möglichst schnell die richtige Antwort finden zu wollen (vgl. Scherer, 1999, S. 92ff). Dabei hilft es, wenn die LP / SHP eine Neugierde für das Denken des Kindes entwickelt und diesem Raum für eigene Lernprozesse gibt (vgl. Scherer, 1999, S. 93).
Gelingt die natürliche Anwendung des flexiblen Interviews im Unterricht, stärkt dies schlussendlich das ganze Schulsystem (vgl. Meyer, 2017, S. 32). Um dies zu erreichen, brauchen die LP und SHP jedoch ein breites Wissen (vgl. Mast, Ginsburg, 2009, S. 159ff), worauf im folgenden Abschnitt eingegangen wird.

3.5.3. Voraussetzungen

Dass sowohl LP wie SHP kompetent und professionell sein und über breites Wissen zur Mathematik verfügen müssen (vgl. Matter, 2017, S. 80), ist nicht weiter verwunderlich. Das heisst jedoch auch, dass sie selbst ein geeignetes Bild des Faches haben, welches sie in den Unterricht mitbringen. Sieht nämlich die LP / SHP selbst die Mathematik als eine Sammlung von universellen Wahrheiten und Regeln, ist sie schnell dazu verleitet, diese den Schüler und Schülerinnen beizubringen, was zu einem kleinschrittigen Vorgehen führen würde (vgl. Matter, 2017, S. 80). In sehr heterogenen Klassen wäre dies ein klarer Nachteil, da ein grosser Teil der Kinder dieses «Faktenwissen» still erüben muss, während die LP oder auch SHP den anderen einen weiteren Sachverhalt erklärt und «beibringt» (vgl. Matter, 2017, S. 80). Das dies eine wenig versprechende Art zu lernen ist, wurde bereits zu genüge ausgeführt.
Die LP / SHP braucht also ein Bild der Mathematik, welches das aktiv handelnde Lernen unterstützt, das Bild der Mathematik als beziehungsreiches Geflecht von Mustern und Strukturen (vgl. Matter, 2017, S. 82). Diese Ansicht bringt für eine stark heterogene Gruppe einen Vorteil, da das ko-konstruktivistische Lernen, also auf dem eigenen Stand und zugleich im Austausch mit andern Kindern auf andere Entwicklungsstufen als Chance verstanden wird (vgl. Matter, 2017, S. 82).
Nebst dem lernförderlichen Bild der Mathematik braucht sowohl SHP wie LP ein breites mathematikdidaktisches Wissen, um den oben beschrieben Herausforderungen des inklusiven Mathematikunterrichts begegnen zu können. Dazu gehört nicht nur die genaue Kenntnis der typischen mathematischen Grundvorstellungen (vgl. Hussman, et al., 2015, S. 9), sondern auch, wie sich die Schüler und Schülerinnen diese Grundvorstellungen konstruieren, wie sich dabei ihr Denken entwickelt und daraus ableitend, welche Unterstützung in welcher Entwicklung hilfreich ist (vgl. Matter, 2017, S. 83). Dies bedingt natürlich ein vertieftes Fachwissen über die Mathematik

an sich, sowie breites fachdidaktisches Wissen als Grundlage (vgl. Matter, 2017, S. 83). Erst dann kann sichergestellt werden, dass auf alte Unterrichtsmuster verzichtet wird. Denn das Referieren über mathematische Sachverhalte führt nicht zur Erkenntnis, obwohl genau dies noch so oft praktiziert wird (vgl. Matter, 2017, S. 103).

3.5.4. Lehr-, Lernkultur im Team erarbeiten

Die oben beschriebenen Aufgaben und die damit verbundenen Anforderungen an die LP / SHP sind sehr hoch gestellt. Dies ist für die Auseinandersetzung mit der Thematik durch die Theorie erforderlich, bedingt jedoch den nachfolgenden Blick auf die realisierbare Umsetzung, bevor damit in der Praxis gearbeitet werden kann. Die Entwicklung des Mathematikunterrichts hin zur Inklusion ist ein langer und anspruchsvoller Weg, der von keinem Team einfach so gefordert werden kann. Vielmehr ist dies als ein flexibler Prozess zu verstehen, der gemeinsam durchlaufen werden muss. Im Rahmen vorliegender Arbeit wird dieser Entwicklungsprozess durch die Methoden der Aktionsforschung und des Projektmanagements initiiert und begleitet.
Die Aktionsforschung eignet sich daher sehr gut, da die Komplexität und die laufenden Prozesse im Unterricht nicht laborhaft erforscht werden können (vgl. Matter, 2017, S. 99). Das Anknüpfen an die Alltagswelt der beforschten Subjekte ist zentral (vgl. Mayring, 2002, S. 146). Dabei sollen Forschende und Praktiker zusammenarbeiten, intervenieren und erproben (vgl. Matter, 2017, S. 99). Durch diesen Einbezug der Lehrpersonen in den Forschungsprozess soll tatsächliche Unterrichtsentwicklung möglich werden (vgl. Matter, 2017, S. 100). Die Gütekriterien zur Aktionsforschung, nämlich die Weiterentwicklung der untersuchten Situation, die Weiterentwicklung des professionellen Wissens des Teams, die Weiterentwicklung des Wissens am Forschungsprozess sowie die Weiterentwicklung der erziehungswissenschaftlichen Forschung (vgl. Altrichter, Posch, 2007, S. 116) werden damit zum grossen Teil abgedeckt. Der stärkste Fokus liegt jedoch auf der Unterrichtsentwicklung, weniger auf der Generierung von Erkenntnissen (vgl. Matter, 2017, S. 100ff). Denn durch das Forschen am eigenen Unterricht wird laut Mast das Verständnis der LP / SHP für die Kinder und ihre Denkwege verbessert (vgl. ebd., 2008, S. 128), wodurch sie ihren Unterricht anpassen und im Team so den Unterricht weiterentwickeln (vgl. Mast, 2008, S. 128).

3.5.5. Konzeptionelle Grundlagen

Nachdem der erste Erkenntnisstrang «inklusiver Mathematikunterricht» in Bezug auf die Fragestellung bereits angetönt wurde, können nun auch Aussagen zum zweiten Erkenntnisstrang

«Rollen der LP und SHP» gemacht werden. Es gilt jedoch zu beachten, dass die nachfolgende Zusammenfassung beider Stränge nicht die Antwort auf die die Fragestellung 1 liefert, da sich diese auf die Schule Reute bezieht und erst im Prozess der Implementierung mit dem Team beantwortet werden kann. Trotzdem sollen untenstehend die wichtigsten Aussagen, welche zur Fragestellung 1 aus der Theorie gewonnen werden konnten, zusammengefasst aufgeführt werden, um darzulegen, welche Erkenntnisse für die Implementierung aus der Theorie mitgenommen werden.

Im ersten Erkenntnisstrang «inklusiver Mathematikunterricht» wurde einerseits die Bedeutung der Inklusion beschrieben, in der eine Gruppe als Ganzes gesehen wird, darin jedoch alle als verschieden wahrgenommen werden und ihren Platz haben.
Andererseits wurde die Mathematik als die Wissenschaft der beziehungsreichen Muster und Strukturen beschrieben. Es wurde ausgeführt, dass die Kinder sich diese Muster im Austausch mit anderen selbst konstruieren müssen, um erfolgreich Mathematik lernen zu können. Als weitere Gelingensbedingungen für guten Mathematikunterricht wurde erläutert, dass die Kinder dazu auf dem eigenen Entwicklungsstand anhand bedeutsamer Inhalte ihre Erkenntnisse handelnd generieren, selbsttätig anwenden und schlussendlich automatisieren müssen.
Für die Entwicklung des inklusiven Mathematikunterrichts wurde dabei das aktiv konstruierende Lernen am komplexen, gemeinsamen Gegenstand und doch gemäss dem eigenen Entwicklungsstand als zentral herausgearbeitet und beleuchtet.
Bei der Diskussion zum zweiten Erkenntnisstrang wurde aufgezeigt, dass sich die Aufgabe der LP sowie der SHP durch die Fokussierung auf den Lernprozess in einer solchen Konstruktionsphase ändert. Die Lernbegleitung steht im Zentrum, wobei die begleitende Person über den Entwicklungsstand des Kindes Bescheid wissen und dessen Denkvorgänge nachvollziehen können muss. Dafür wurde die Methode des flexiblen Interviews aufgeführt und als geeignet befunden.
Daneben wurde aufgezeigt, dass sowohl SHP wie auch LP auf ein breites, fundiertes fachliches, sowie fachdidaktisches Wissen zurückgreifen können muss.

Aufgrund dieser aus der Theorie gewonnenen Erkenntnissen soll nun die Implementierung im Team gestartet werden.

4. Implementierung im Team

Aus den vorhergegangen Überlegungen ist klar geworden, dass die Realisierung eines inklusiven Mathematikunterrichts ein Prozess ist, der das ganze Team einbeziehen muss. Die Inklusion ist dabei das wichtige, jedoch zu Beginn noch visionäre Fernziel, das auf der strategischen Ebene klar angestrebt wird. Bei der Implementierung geht es jedoch darum, die Veränderungen auf der lernkulturellen Ebene im Team so anzugehen, dass es sich in Richtung dieser Vision entwickelt. Dabei müssen die dazu nötigen unterstützenden Veränderungen auf der strukturellen Ebene diskutiert und erarbeitet werden.

Da die Implementierung «bottom-up», also vom Team aus handelnd organisiert wird und ich ein Teil dieses Teams bin, übernehme ich keine Führungsfunktion. Trotzdem werde ich die Implementierung leiten. Die Durchführung des ganzen Projekts ist jedoch mit der Schulleitung abgesprochen, welche unterstützend dahintersteht. Im Rahmen dieser Arbeit stehen dem Team Reute die Weiterbildungsanlässe eines Jahres zur Verfügung.

Um die Leitung der Implementierung erfolgreich zu gestalten, wird nachfolgend zuerst die Theorie des Projektmanagements beleuchtet. Danach folgt eine Situationsanalyse aus verschiedenen Blickwinkeln, worauf schlussendlich die Implementierung mit dem Team Reute beschrieben wird.

4.1. Projektmanagement

Um Einblicke in das Projektmanagement zu erlangen, wird untenstehend der Prozess eines Projekts anhand verschiedener Quellen beleuchtet. Anschliessend werden die ersten Schritte, also Situationsanalyse, Zieldefinition und Planung, in Bezug auf die Projektleitung diskutiert, Herausforderungen, welche in einem Projekt meist auftreten, beschrieben und der Umgang damit beleuchtet.

4.1.1. Ablauf Projekte

Werning gliedert den Prozess der Schulentwicklung in vier Phasen. Dabei stellt der die Zufriedenheit mit der Situation an den Anfang. Als zweite Phase folgt das Verschieben oder gar Verleugnen des Problems. Die dritte Phase bezeichnet er als Konfusion, da das Problem nun anerkannt wird. Erst in der vierten Phase werden die alten Muster durchbrochen und die Entwicklung in Richtung Erneuerung kann beginnen (vgl. Werning, 2013, S. 54). Diese Einteilung beschreibt sehr schön, dass Erneuerungen vor allem auch am Anfang Unsicherheiten mit sich bringen und emotional sein können. Wie dabei jedoch gehandelt und der Schritt von einer Phase in die nächste geschafft werden kann, bleibt offen.

Im Gegensatz zu Werning versetzt Steiger die Phasen mit Handlungen und stellt die Irritation als Auslöser an den Anfang eines Prozesses. Darauf folgt das Bilden der Zukunftsvision, was als aufgenommenes Wagnis beschrieben wird. Das Setzen von realistischen Zielen gemeinsam mit den Betroffenen, sowie das Planen durch eine Situationsanalyse sind die nächsten Schritte. Schlussendlich wird ausprobiert, geübt, aus den Fehlern gelernt, Lösungsalternativen einbezogen und in der letzten Phase das Bewährte verankert (vgl. Steiger, 2013, S. 281ff). Der Ablauf einer Zukunftskonferenz von Weisbord und Janoff lässt sich mit Steigers Beschreibung vergleichen. Auch da steht am Anfang der Blick zurück, gefolgt von der Gegenwartsanalyse. Als Zwischenschritt wird hier beschrieben, dass die Beteiligten zum eigenen Handeln stehen müssen. Danach werden Idealszenarios ausgedacht, aus welchen gemeinsame Ziele herausgearbeitet werden (vgl. Weisbord, Janoff, 2001, S. 48). Diese Schritte sind vergleichbar mit der Zukunftsvision und dem Setzen realistischer Ziele. Schlussendlich folgt die Massnahmenplanung (vgl. Weisbord, Janoff, 2001, S. 48).

Trotz dieser Ähnlichkeiten in der Prozessbeschreibung gibt es kein allgemeingültiges Konzept, wie ein solcher Prozess durch das Projektmanagement geleitet wird (vgl. Vetter, 2013, S. 219). Bei sämtlichen Beschreibung steht jedoch eine Veränderung im Zentrum. Unterrichtsentwicklung ist ein Prozess, der von einer Phase der Sicherheit oder Stabilität durch Phasen der Unsicherheit und der Veränderung in eine nächste Phase der Stabilität führt. Damit verbunden sind stets auch Gefühle des Verlusts, wodurch bewusst oder unbewusst Widerstand entwickelt wird. Damit der Prozess erfolgreich verlaufen kann, müssen aus den Betroffenen Beteiligte werden. Erst wenn sich ein Team dem Problem bewusst sein kann, wird es möglich, dass es die Veränderungen trotz der Unsicherheit in Kauf nimmt, weil der Gewinn aus der Situation ersichtlich ist. Das Realisieren und Bewusstmachen eines aktuellen Problems steht also bei sämtlichen Prozessbeschreibungen am Anfang, worauf dann als zweiter Schritt visionäre und davon abgeleitet realistische Ziele gesetzt werden, um drittens die Projektplanung vorzunehmen. Die Aufgabe der Projektleitung wird es dabei sein, ein Team durch die unsichereren Phasen zu begleiten und in den Prozess miteinzubeziehen. Auf diese Schritte wird nachfolgend genauer eingegangen, bevor mögliche Schwierigkeiten sowie die konkrete Aufgabe der Projektleitung beschrieben werden.

Situationsanalyse

Das heisst für die Projektleitung, dass eine sorgfältige Situationsanalyse durchgeführt werden muss, um den Ist-Zustand aus verschiedenen Blickwinkel zu klären, mit dem Soll-Zustand zu vergleichen und Ressourcen sowie mögliche Schwierigkeiten zu sehen. Werning betitelt dies als Bestandeserhebung und Umweltanalyse, sowie als Diagnose der Schule durch Stärken und

Schwächen (vgl. Werning, 2013, S. 56). In diese Analyse sollen auch systemische Sichtweisen einfliessen, welche die Situation weder zu komplex noch zu einfach beleuchten (vgl. Vetter, 2013, S. 219). Als geeignetes Instrument dafür sieht Vetter die Projektumfeldanalyse (vgl. Vetter, 2013, S. 228). Da dieses Projekt jedoch in einer Schule durchgeführt wird und ressourcenorientiert geschehen soll, scheint mir die Kraftfeldanalyse sehr passend, welche zu einem späteren Zeitpunkt genauer beschrieben wird.

Ziele

Nach der Analyse der Ausgangslage erfolgt das Setzen von Zielen. Zu Beginn des Projekts sind diese eher als Idee oder Absicht zu bezeichnen und noch sehr unkonkret (vgl. Vetter, 2013, S. 231). Die Ziele dürfen daher allgemein formuliert sein, da eine konkrete Formulierung meist noch nicht möglich ist (vgl. Vetter, 2013, S. 232). Diese Ideen und Ziele müssen sich jedoch im Prozess in verbindliche Ziele konkretisieren. Das Formulieren derselben ist anforderungsreich und herausfordernd, bringt aber eine starke Auseinandersetzung mit der Zukunft mit sich (vgl. Vetter, 2013, S. 231). Es ist wichtig, diese Zielfindung als Prozess und somit wichtigen Teil des Projekts zu verstehen (vgl. Vetter, 2013, S. 232).

Planung

Konnten die ersten Ziele als gemeinsame Idee gesetzt werden, muss eine Planung des Projekts erfolgen. Dies geschieht in der Regel im Sinne des Planungskegels vom Groben zum Detail (vgl. Vetter, 2013, S. 243). Wichtig ist dabei die Festlegung von Anfang und Ende des Projekts, sowie einigen Zwischenschritten (vgl. Vetter, 2013, S. 236), wobei auf Realisierbarkeit geachtet werden soll. Oft ist eine anfängliche Projektplanung zu optimistisch und kann schlussendlich nicht genau so umgesetzt werden (vgl. Vetter, 2013, S. 243). Eine zu detaillierte Planung zu Beginn und ein starres Festhalten daran verhindert den Entwicklungsprozess eher, als dass es diesen unterstützt. Grundsätzlich ist die Planung als rollend zu verstehen, was Flexibilität verlangt (vgl. Vetter, 2013, S. 245). Als Orientierung in diesem Prozess kann der Demingkreis dienen (vgl. Demingkreis, 2017), welcher durch die sich ständig wiederholenden Phasen des «Plan», «Do», «Check» und «Act» durch Sequenzen der Reflexion und erneuten Planung eine rollende Planung unterstützt.

4.1.2. Mögliche Schwierigkeiten

Damit ein Entwicklungsprojekt erfolgreich verläuft, braucht es nicht nur eine Situationsanalyse, Zielvorstellungen und eine flexible Planung, es muss vor allem auch vom Team, welches es durchführt, akzeptiert werden (vgl. Vetter, 2013, S. 229). Da die Mitarbeitenden in einem

Veränderungsprozess die wichtigste Ressource darstellen, brauchen sie genügend Beachtung (vgl. Steiger, Hug, 2013, S. 261). Im Verlaufe des Prozesses sind Ängste und Widerstände durch das Team normal und zeigen die Relevanz des Themas (vgl. Werning, 2013, S. 54). Kann ein Team den Prozess jedoch mitgestalten, bewirkt dies Vertrauen, Identifikation und Engagement (vgl. Steiger, Hug, 2013, S. 262). Diese emotionale Herausforderung durch das Team und wie darauf als Projektleitung reagiert wird, soll nachfolgend genauer beschrieben werden.

Emotionen im Team

Im Laufe eines Entwicklungsprozesses kommt es zu Unsicherheit und Unzufriedenheit, weil bisher Vertrautes verlassen werden muss (vgl. Werning, 2013, S. 54). Es spielen jedoch auch noch ganz andere Emotionen in der Projektgruppe eine Rolle. Das Wissen über diese Dynamiken ist für die Projektleitung von zentraler Bedeutung (vgl. Weisbord, Janoff, 2001, S. 58). Weisbord und Janoff bezeichnen diesen emotionalen Prozess während des Projekts als Achterbahn und beschreiben die Phasen wie folgt:

Nach der anfänglichen Information über das Vorhaben gehen die Emotionen zuerst ins Negative. Durch die vielen Informationen kann Verzweiflung und Verwirrung auftreten. Das Bilder der Zukunft erscheint komplex, wodurch sich die Beteiligten hilflos fühlen. Als einzige Hilfe werden die Mitarbeitenden gesehen, welche im gleichen Boot sitzen. Der Sinn des Projekts wird zuerst einmal in Frage gestellt (vgl. Weisbord, Janoff, 2001, S. 56ff). In der zweiten Phase müssen die Beteiligten Verantwortung für das eigene Tun übernehmen. Das eigene Handeln wird als Teil von sich selbst gesehen und akzeptiert (vgl. Weisbord, Janoff, 2001, S. 57). Hat diese Übernahme der Verantwortung stattgefunden, folgt meist der Höhenflug. Die Beteiligten lassen sich von Idealvorstellungen leiten und entwickeln Visionen. In dieser Phase entsteht Energie, Begeisterung und Zuversicht (vgl. Weisbord, Janoff, 2001, S. 57ff). Danach muss ein Dialog folgen, bei dem die realen Handlungsoptionen besprochen werden. Die Ausgangslage wird nun weder als ideal noch als hoffnungslos angesehen. Es liegt an der Gruppe, bewusst die Entscheidung zu fällen, nicht im Ist-Zustand zu verharren und auf vertraute alte Verhaltensmuster zurückzugreifen, sondern sich in die fremde anziehende Zukunft vorzuwagen. Dies ist ein wichtiger Schritt im Prozess (vgl. Weisbord, Janoff, 2001, S. 58).

Die Projektleitung muss die emotionale Dynamik der Gruppe nicht nur kennen, sondern sich darauf einstellen und mit den Stimmungswechseln zurechtkommen (vgl. Weisbord, Janoff, 2001, S. 58). Damit dies gelingt, müssen diese Emotionen, insbesondere Ängste und Widerstände der Beteiligten, für die Projektleitung verständlich sein.

Die Angst ist dabei auf Veränderung zurückzuführen. Wenn Veränderungen anstehen, ist Angst ein normales Gefühl, welches als Signal dient (vgl. Steiger, Hug, 2013, S. 255). Da sich die Beteiligten in einem Projekt mit Neuem befassen, was Veränderungen und somit vermutlich auch Ängste auslösen wird, spielt die psychologische Ebene stets mit (vgl. Vetter, 2013, S. 228). Die Geschwindigkeit einer Veränderung übernimmt dabei jedoch eine wichtige Rolle. Je schneller eine Veränderung geschieht, desto weniger lassen sich Bedrohungen sehen und deren Wirkung abschätzen. Diese Nichtkontrollierbarkeit und Ohnmacht belastet das Team zusätzlich (vgl. Steiger, Hug, 2013, S. 255). Das Gefühl der Angst kann jedoch auch als Ressource genommen werden. Als Reaktion auf die Angst steht der betroffenen Person entweder Flucht oder Kampf zur Verfügung. Entscheidet sie sich für den Kampf, zeigt sich das im Entwicklungsprojekt als Widerstand, was in diesem Falle als positive Verarbeitung der Angst betrachtet wird (vgl. Steiger, Hug, 2013, S. 264). Somit ist auch Widerstand in einem Entwicklungsprojekt eine normale Reaktion, welche die Relevanz des Projekts unterstreicht, auf welche aber auch die Projektleitung angemessen und konstruktiv reagieren muss (vgl. Vetter, 2013, S. 229). Wie sie das bewerkstelligt, ist nachfolgend beschrieben.

Umgang mit Angst und Widerstand

Zur Linderung der Ängste und Widerstände des Teams in einem Entwicklungsprozess gibt es verschiedene Möglichkeiten. Zum einen sollte die Projektleitung die Gefühle ansprechen. Je bewusster die Angst wahrgenommen wird, desto besser kann sachlich damit umgegangen werden (vgl. Steiger, Hug, 2013, S. 256). Bei Widerstand soll der Kernpunkt dieser Reaktion gefunden und allfällige Interessekonflikte aufgedeckt werden. Auch diese müssen angesprochen und ernstgenommen werden (vgl. Steiger, Hug, 2013, S. 264). Wenn der Widerstand durch die Gefährdung der eigenen Interessen entstanden ist, kann die Fokussierung auf das gemeinsame Interesse hilfreich sein (vgl. Steiger, Hug, 2013, S. 265).

Neben dem Ansprechen helfen Transparenz und Information zur Bewältigung von Ängsten und Widerstand. Die Kommunikation wird dadurch versachlicht, konkrete Sachverhalte und Fantasien können unterschieden werden (vgl. Steiger, Hug, 2013, S. 258). Kamen die Ängste und Widerstände, weil schon zu Beginn Informationen fehlten, muss die Projektleitung transparent auftreten und über den Sinn des Projekts genau informieren (vgl. Steiger, Hug, 2013, S. 266).

Noch erfolgsversprechender ist jedoch nicht nur das Informieren, sondern der direkte Einbezug der Betroffenen (vgl. Steiger, Hug, 2013, S. 266). Das Mitwirken an organisatorischen Veränderungen gibt Vertrauen und trägt dazu bei, dass Ängste aufgefangen werden können, bevor diese zu stark auftreten (vgl. Steiger, Hug, 2013, S. 259). Die Partizipation ist das Schlüsselkriterium

im Umgang mit Widerstand (vgl. Steiger, 2013, S. 270) und macht die Betroffenen zu Beteiligten (vgl. Steiger, 2013, S. 277).
Das Partizipieren und Mitgestalten bedingt jedoch, dass die Arbeit machbar erscheint. Dazu muss die Komplexität eines Prozesses begrenzt werden. Die Entwicklungsschritte sollen überschaubar bleiben und genügend Zeit zur Verfügung stehen. Das alleinige Anstreben der gemeinsamen Vision kann überfordernd wirken. Der Prozess soll konkret und vorstellbar bleiben (vgl. Steiger, 2013, S. 279). Trotzdem ist das gemeinsame Hinarbeiten auf ein visionäres Ziel, wie in unserem Falle die Inklusion, für die Motivation und das Wirksamkeitserleben wichtig. In Bezug auf die Entwicklung zur inklusiven Schule heisst dies also, dass sich das Team in machbaren, überschaubaren Schritten auf das gemeinsame hohe Ziel hinbewegt. Dazu braucht es nicht die optimalsten Bedingungen, um den Prozess in Angriff zu nehmen. Solange die Bereitschaft des Teams vorhanden ist, sich dieser Herausforderung zu stellen, kann auf irgendeiner Ebene begonnen werden (vgl. Werning, 2013, S. 60).

4.1.3. Grundlagen Projektmanagement

Ein Projekt im Team zu gestalten, heisst also einen Prozess zu durchlaufen, der eine anfängliche Analyse und eine erste Zielsetzung, danach jedoch eine flexible Planung braucht. Für die Durchführung des Entwicklungsprojekts in Reute heisst dies, dass wir nach der Analyse unserer Situation gemeinsam unser Fernziel als Vision schärfen und erste leistbare Schritte als Zwischenziele definieren. Der weitere Prozess soll jedoch immer wieder reflektiert, die Bedürfnisse des Teams wahrgenommen und beachtet werden, um darauf aufbauend die Planung des weiteren Vorgehens rollend zu konkretisieren. Die Orientierung am Demingkreis nach «Plan», «Do», «Check» und «Act» (vgl. Demingkreis, 2017) ermöglicht diese Flexibilität und bringt trotzdem eine Struktur in den Prozess. Dies scheint für unser Vorhaben geeignet. Weiter wird eine starke Partizipation des Teams durch die zwischenzeitlichen Reflexions- und erneuten Planungsphasen gut möglich. Ängste und Widerstand aus dem Team können wahrgenommen und daraus Schlüsse für die Weiterarbeit gezogen werden.

4.2. Kraftfeldanalyse

Am Anfang eines Veränderungsprozesses steht, wie bereits beschreiben, eine Differenz von Ist- zu Soll-Zustand als Auslöser. Diese Differenz soll aus verschiedenen Perspektiven analysiert werden und somit den systemischen Blick auf die Situation bringen, ohne dabei zu komplex zu werden. Dazu eignen sich die Perspektiven der LP, des / der SHP, sowie der Schülerinnen und Schüler. Es ist

dabei zentral, die Optik auf die vorhandenen Ressourcen der Schule zu lenken. In unserer integrativ arbeitenden Schule, welche bereits in Leistungsniveaus arbeitet und individuell ausgerichtete sonderpädagogische Interventionen ermöglicht, sind bereits einige nennenswerte Ressourcen vorhanden. Ausgehend von diesen Ressourcen können dann durch die Differenz von Ist- und Soll-Zustand erste Ziele abgeleitet werden, die dem Projekt eine Richtung geben, jedoch flexibel, also dem Prozess anpassbar, zu verstehen sind. Um diese Analyse ressourcenorientiert zu gestalten, werden fördernde sowie hemmende Faktoren bestimmt und gewichtet.

Um die Analyse im Team durchzuführen, wird die Kraftfeldanalyse verwendet. Diese Strukturierungshilfe geht davon aus, dass in jeder Organisation hindernde und fördernde Kräfte vorhanden sind. Durch die Kraftfeldanalyse können diese Kräfte gewichtet und so besser eingeschätzt werden (vgl. Philipp, 2000, S. 102). Der Aufbau der Analyse entspricht den oben beschriebenen Punkten. Nach der Problembeschreibung und der Zieldefinierung folgt das Erarbeiten der hemmenden und fördernden Faktoren (vgl. Philipp, 2000, S. 103), welche keineswegs bloss im Bereich des Mathematikunterrichts liegen müssen. Persönliche Ressourcen von einzelnen Personen oder Stärken des Teams können ebenso einfliessen wie allfällige bereits erfolgte Prozesse der Schulentwicklung. Die Analyse sammelt, nach der Gewichtung der fördernden sowie hemmenden Faktoren, bereits Vorschläge zur Veränderung, worauf schlussendlich der Aktionsplan erstellt wird (vgl. Philipp, 2000, S. 103).

Nachfolgend wird nun die erstellte Kraftfeldanalyse des Mathematikunterrichts auf der Mittelstufe in der Schule Reute abgebildet. Danach werden die wichtigsten Erkenntnisse nochmals zusammengefasst, bevor darauffolgend die Schritte der Projektimplementierung beschrieben werden.

Kraftfeldanalyse nach Lewin

1. Problem beschreiben
Uns stört, dass ... (systemische Perspektiven, die Störung gemeinsam analysieren) Die KLP: - Durch die Arbeit in 4 Lerngruppen (LG A, B, C, D) ist oft eine LP „zu wenig“ da; ist schwierig, allen SuS gerecht zu werden→ Schwächere zu begleiten und Stärkere genügend zu fördern - Lerngruppenwechsel nur in Mathe gut möglich, aber bringt Herausforderungen mit: vor allem Übergang von B zu C ist unglücklich, da der Stundenplan anders ist, diese Kinder brauchen dann oft eine Spezialeinführung, was geschieht mit SuS aus LG C, die mit D mitarbeiten und dann selbst Dler werden? Repetition oder Sonderprogramm? Was

geschieht mit SuS aus LG D, die aber in Mathe mit LG C mitarbeiteten? Mit „Lücke“ in OS?

- Innerhalb einer LG besteht immer noch eine grosse Heterogenität → Differenzieren mit 4-11 SuS pro LG ist anspruchsvoll, zumal dies in jeder Lerngruppe geschehen müsste; dies ist schlicht nicht leistbar

Die SHP

- Durch die Aufteilung in LG im Matheunterricht mit allen oft Übernahme von einer LG, dadurch zwar enge Begleitung von einzelnen (jüngeren SuS), aber Begleitung von SuS mit sonderpädagogischem Förderbedarf (SFB) in älteren LG kaum mehr möglich
- Förderung von Kindern mit integriert verstärkten Massnahmen (IVM) geht dann gut, wenn er mit LG mitmachen kann, sonst Einzelförderung nötig → dies ist während die ganze Klasse an der Mathe ist kaum möglich
- Teilweise Übernahme der Rolle der LP nötig?

Die SuS, inkl. SFB+IVM:

- Lerngruppe gibt ungefähres Tempo an, Stärkere wünschen sich, schneller vorwärtsarbeiten zu können, Schwächere kommen teilweise bei Kurs nicht mit
- Ziel vieler SuS ist v.a. im Heft weit vorwärts zu kommen, mathematisches Tun wird als Zeit, die weniger für Arbeit im Heft zur Verfügung steht, empfunden
- Grundsätzlich müssen Aufgaben vom Wochenplan erledigt sein, wenn es zu viel ist, wird gestrichen → teilweise weichen SuS auf das Lösen zu Hause aus, damit sie alles ausgefüllt haben → braucht recht klare Vereinbarungen mit Eltern und Kind

2. *Ziel definieren*

Wie können wir erreichen, dass ...
Hauptziel Reute: Entwicklungsprojekt in der Mathematik im Zyklus 2 zugunsten einer inklusiven Schule aufbauen, organisieren und einleiten.

- Teilziel 1: Standortbestimmung mit Ressourcen ausarbeiten
- Teilziel 2: Fachdidaktische Kenntnisse auffrischen, Reflexion über Förderung allgemein und für einzelne Kinder, kleine Sequenzen inklusiver Unterricht ausprobieren
- Teilziel 3: (Ausgewählte) Themen im mathematischen Bereich für die Inklusion durcharbeiten → erstes Erprobungsprojekt zur Umsetzung eines inklusiven Mathematikunterrichts

→ Überprüfung Teilziel 3:

1. Durch Aktionsforschung: Beobachtung, offene Interviews im Team
2. An zwei Schülern (Sandro; integriert verstärkte Massnahmen / Lars; starker Schüler) sichtbar machen und überprüfen, ob die Inklusionsentwicklung gelingt bei den Schülern und den LP

   → Reflexion, was wie weiter?

- Nach Masterarbeit: ev. weitere solche Projekte, ev. nicht mehr als Projekttage, sondern im Unterricht?

3. Einflusskräfte und Bedingungen auflisten	
Was hemmt …	Was fördert…(RESSOURCEN)
a) Hemmendes bei der KLP: Orientierung in Inklusion schwierig → Wo stehen SuS? → Welche Inhalte müssen behandelt werden? → Welches Material? Daher ist die Orientierung an einem Lehrmittel entlastend, dieses wiederum hemmt den inklusiven Unterricht (weil jahrgangsorientiert)	a) Ressourcen der KLP: offen für AdL, sehr wohlwollend, Teamgeist, Engagement, Mut, etwas auszuprobieren Zeit und Möglichkeiten durch die MA
b) Hemmendes bei der SHP: Rolle im inklusiven Setting finden → ist noch nicht erprobt, ev. unklar, neu, Unsicherheit; Konfrontation mit der Frage der Auflösung der sonderpädagogischen Rolle	b) Ressourcen der SHP: sehr flexibel, bereit Neues auszuprobieren, durch Erfahrung und theoretischen Hintergrund starke sonderpädagogische Kompetenzen
c) Hemmendes, Widerstände bei den SuS: Keine Zeit für Arbeit am Heft, wenn nicht Aufgaben gelöst werden, wird nicht richtig geübt, nur „gespielt“	c) Ressourcen bei den SuS: kaum Irritationen, wenn SuS aus unterschiedlichen LG zusammenarbeiten, bei Schwierigkeiten / gemeinsamen Aufgaben helfen die SuS einander oft sehr gut

4. Einflusskräfte gewichten und analysieren	
Der am meisten hemmende Faktor ist…	Der am meisten fördernde Faktor ist (RESSOURCEN) …
… das Lehrmittel, das es zu Orientierung braucht, es jedoch schwierig macht, ganz inklusiv zu arbeiten.	… das offene Team, das bei Projekten und Ideen im Bereich Schulentwicklung und Inklusion unterstützend dabei ist.
5. Vorschläge zur Veränderung,	
… um die hemmenden Faktoren zu beseitigen oder abzuschwächen.	… um die fördernden Faktoren zu verstärken und zu unterstützen.
Anhand eines Projekts den inklusiven Mathematikunterricht ausprobieren, somit überschaubar und leistbar Mögliches wird sichtbar Schwierigkeiten werden bekannt	Allgemeines Wissen auffrischen über die Inhalte der Mathematik auf der Primarstufe, deren Schwierigkeiten beim Erwerb und den didaktischen „Antworten“, wie diesen Schwierigkeiten begegnet wird (erste Veranstaltungen im Team)
Ev. neues Lehrmittel „Mathwelt“ → ist auf jahrgangsgemischten Unterricht ausgelegt → Denken in Lerngruppen (Jahrgängen) wird nicht erzwungen Müsste erprobt werden	Mit dem ganzen Team arbeiten, Wünsche und Anliegen berücksichtigen
	Nicht zu viel wollen, schrittweise das ausprobieren, was uns am meisten Spass macht / gerade am nötigsten ist / nützt
6. Aktionsplan erstellen	
Konkrete Massnahmen vereinbaren: *Wer* tut *was wann* und *mit wem*, um die gewünschten Veränderungen zu bewirken? 1. Problemanalyse → Nadine befragt Team - Kraftfeldanalyse im Team - Interviews 2. Veranstaltungen im Team zu den Bereichen der Mathematik → Nadine leitet, Team nimmt teil	

Zeitgleich
einzelnes ausprobieren → gemeinsame Planung der Umsetzung

3. Analyse der Grundvoraussetzungen für den inklusiven Unterricht in der Mathematik → Nadine anhand Theorien zum Unterricht und Mathedidaktik

4. Erprobung anhand eines Projekts im Bereich Grössen, Daten, … → Bestimmung des Themas im Team, Nadine bereitet vor, gemeinsame Planung, gemeinsame Umsetzung

5. Evaluation des Projekts → Überprüfung der vorher erarbeiteten Grundvoraussetzungen, ev. Anpassungen
6. Post MA: Weitere inklusive Projekte, ev. im kleineren Rahmen in den „normalen" Unterricht integriert?

In dem hier beschriebenen Entwicklungsprojekt sollen also die Schwierigkeiten des Mathematikunterrichts in der sehr heterogenen altersdurchmischten und integrativ arbeitenden Klasse angegangen werden. Dazu wird eine inklusive, lerngruppenunabhängige Unterrichtsgestaltung angestrebt. Dieses Hauptziel ist jedoch nicht in einem Jahr zu erarbeiten, sondern verlangt eine Entwicklung über längere Zeit. Die Implementierung im Rahmen dieser Arbeit ist auf ein Jahr beschränkt, soll jedoch wichtige Schritte umfassen. Diese sind eine ressourcenorientierte Standortbestimmung, die intensive Auseinandersetzung mit dem Lehrplan 21 und den fachdidaktischen Theorien sowie der Auseinandersetzung mit den Aufgaben von LP und SHP. Dabei sollen die Ressourcen des wohlwollenden und interessierten Teams durch starke Partizipation genutzt werden, während der Umgang mit dem hemmenden Faktor des jahrgangsorientierten Lehrmittels diskutiert und Handlungsalternativen gesucht werden. Wie dabei die gesamte Implementierung ablief, wird in dem nachfolgenden Kapitel beschrieben.

4.3. Interventionen und Reflexionen

Nachfolgend wird nun der Prozess der Implementierung bis zur Planung der ersten «Act»-Phase beschrieben. Dabei wird die Planung jeweils angetönt, die darauffolgende «Do»-Phase mit dem Team jedoch genauer beschrieben. Somit ist es möglich, die Interpretationen und Schlüsse aus der «Check»-Phase nachzuvollziehen, welche zu Beginn jeweils wieder zu neuen «Plan»- und «Do»-Phasen führten, bis der Prozess soweit fortgeschritten war, dass eine grössere «Act»-Phase mit der ganzen Klasse geplant werden konnte.

In der Beschreibung der «Check»-Phasen wird zur Orientierung über die Entwicklungsschritte jeweils Bezug auf die drei aus der Fragestellung abgeleiteten Erkenntnisstränge des inklusiven Unterrichts, der Rollen von LP und SHP, sowie der Art der Implementierung genommen.

4.3.1. Kick-off

Der Ist- sowie der Soll-Zustand wurde bereits vor dem Kick-off im Team diskutiert und das Einverständnis, das Projekt gemeinsam anzupacken, war da (siehe Anhang 1, Protokoll). Dies war eine gute Ausgangslage, die erste «Plan»-Phase von meiner Seite aus in Angriff zu nehmen. Konkret hiess dies die Vorbereitung auf den Kick-off, in dem genauere Klärungen über das Projekt angestrebt werden sollten, welches der ersten «Do»-Phase entsprach. Es sollten in dieser Veranstaltung bereits erste Handlungsschritte festgelegt werden, welche im Anschluss geprüft werden konnten. Wie diese Veranstaltung ablief, wird nachfolgend beschrieben.
Da das Projekt mit dem Team der Schule Reute durchgeführt wird, ging es am Kick-off hauptsächlich um eine Klärung, damit vom Gleichen gesprochen wurde. Um Ängsten und Widerstand begegnen zu können, wollte ich möglichst transparent sein und breit informieren. Ausserdem sollte klar vermittelt werden, dass die Partizipation des Teams nicht nur erwünscht, sondern klar erforderlich ist. Denn das Projekt wird nicht von aussen verordnet, sondern ist im Sinne des «bottom-up» konzipiert. Das heisst, die Lehr- und Lernkultur soll weiterentwickelt werden, was schlussendlich nur durch das tatsächliche Handeln des Teams selbst möglich ist.
Damit nicht schon die Flut an Informationen alleine überfordert, musste das Projekt als machbar aufgefasst werden. Dazu wurde im Vorfeld mit der Schulleitung vereinbart, die Weiterbildungen des Schuljahres 17/18 für die Implementierung dieses Projektes zu nutzen. Somit stand nicht nur genügend Zeit für die gemeinsamen Anlässe zur Verfügung, sondern auch für allfällige Pufferzonen für Unvorhergesehenes, was laut Vetter nötig ist (vgl. ebd., 2013, S. 243).
Die erste Veranstaltung, welche mit «Kick-off» betitelt wurde, lief folgendermassen ab:
Nach der allgemeinen Begrüssung musste zuerst der Grund für das Projekt vertieft geklärt werden. Es brauchte eine klare Problemdefinition. Zwar waren die Schwierigkeiten und Probleme des Mathematikunterrichts in einer Mehrklassenschule allen bekannt, das konkrete Verbalisieren und Aufzeichnen anhand einer Grafik, sowie die Diskussion im Team konkretisierte dies jedoch und machte das Problem greifbar.
Darauf aufbauend konnten das Erlangen einer Übereinstimmung und das Erarbeiten einer gemeinsamen Vision angegangen werden. Der Blick wurde durch das Ergänzen der Grafik (siehe Anhang 2, Grafik) auf das Idealszenario gelenkt. Die Idee des inklusiven Mathematikunterrichts als

Fernziel wurde aufgezeichnet und stiess beim Team auf ein grundsätzliches Einverständnis. Trotzdem blieb die Umsetzung, wie bei einem Entwicklungsprojekt üblich, noch sehr unkonkret.
Damit nun erste Schritte zur Konkretisierung des Ziels in Angriff genommen werden konnten, brauchte es eine gemeinsam gewählte Orientierungshilfe. Um diese zu definieren, informierte ich über das vorhandene Material, welches eine Hilfe sein könnte (siehe Anhang 3, Matrix des Materials). Dies war konkret der Lehrplan 21, welcher die Inhalte der Mathematik auf der Primarstufe gliederte, die Theorie zu den definierten Inhalten, welche ich aufbereiten und dem Team zur Verfügung stellen könnte, sowie Hilfen und Material zum Unterricht, welches dann vom Team gemeinsam bearbeitet werden müsste. Ein konkretes Beispiel einer Umsetzungsmöglichkeit war die Gliederung des Mathematikunterrichts in drei Phasen. Dieses Beispiel hatte ich der Beschreibung des Unterrichts im Ganztagsgymnasium entnommen (vgl. Hussman, et al., 2015) und zur besseren Übersicht als ein Phasenmodell zusammengefasst (siehe Anhang 4). Es umfasste die Phase des «Entdeckens und Erkundens» eines mathematischen Sachverhalts, darauf folgte das «Systematisieren und Sichern» desselben Inhaltes und schlussendlich das «Üben und Vertiefen».
Um die nächsten Ziele genauer definieren zu können und einen ersten groben Projektplan zu erstellen, liess ich das Team nach dieser Übersicht über das vorhandene Material und die damit verbundenen Möglichkeiten in Teams diskutieren und notieren, welchen Gewinn sie im Projekt sahen, was sie sich von den drei Orientierungsmöglichkeiten erhofften und was sie auf keinen Fall wollten. Dies taten sie auf einem Placemat (siehe Anhang 5), auf dem die Orientierungsmöglichkeiten Lehrplan 21, Theorie und Lehrmittel notiert waren. Dabei stellte sich folgendes heraus:
Beide Teams, Mittelstufe und Basisstufe, wünschten sich, die Grundansprüche des Lehrplan 21 genauer zu diskutieren und für jeden Bereich anzuschauen. Dabei sollten die Treffen nach den vier Bereichen, «Zahl und Variabel» -aufgeteilt in «Zahlenraum» und «Operationen»- «Grössen, Daten, Funktionen, Zufall» und «Geometrie» erfolgen. Zu jedem dieser Bereiche wurde ein Input von meiner Seite gewünscht, welcher die bereichsspezifischen Grundvorstellungen und Kompetenzen, welche sich die Kinder erarbeiten mussten, die dabei am häufigsten auftretenden Schwierigkeiten sowie die didaktischen Handlungsmöglichkeiten dazu umfasste.
Das Mittelstufenteam wünschte sich kein neues Lehrmittel, während die Basisstufe eine Ergänzung des jetzigen Lehrmittels durch weitere Ideen zu offenen Aufgaben begrüsste. Diese sollten für jeden mathematischen Bereich nach dem Lehrplan 21 Möglichkeiten für aktives handelndes Erkunden des Sachbereichs liefern.
Ausserdem wünschte die Basisstufe, jeden dieser vier Bereiche nach den drei Phasen des Phasenmodells zu beleuchten, zu gliedern und diese Phasen direkt in ihre Wochenstruktur zu

integrieren, sodass die Umsetzung sofort erfolgen kann und die Lerngruppen mehrheitlich aufgelöst wären. Dies stellte einen grossen Aufwand dar. Die Mittelstufe hingegen wünschte, konkretere Hinweise und Ideen zu der Phase des «Entdecken und Erkunden», damit dazu passende Aufgaben beispielsweise als Einstieg in ein Thema mit der ganzen Klasse durchgeführt werden konnte. Als Kompromiss einigten wir uns darauf, den jeweiligen mathematischen Bereich ganzheitlich anzuschauen und jede Phase des mathematischen Lernens, wie sie das Phasenmodell beschreibt, zu beachten, jedoch einen Schwerpunkt auf das anfängliche «Entdecken und Erkunden» zu legen.

Nach diesem Festlegen der Inhalte der nächsten Treffen vereinbarten wir die Daten. Das Basisstufenteam, bestehend aus zwei Lehrpersonen und demselben schulischen Heilpädagogen, welcher auch auf der Mittelstufe arbeitet, entschloss sich am Ende der ersten Veranstaltung dazu, ebenfalls an den gemeinsamen Anlässen teilzunehmen, bei denen hauptsächlich mathematikdidaktisches Wissen diskutiert wird. Damit das Projekt jedoch im Rahmen der Masterarbeit realisierbar bleit, wurde vereinbart, dass ich beim stufenspezifischen Erarbeiten der konkreten Umsetzung die Mittelstufe begleiten werde, welche in der vorliegenden Arbeit genauer beschreiben ist, während die Basisstufe selbständig arbeitet. Ein anschliessender Austausch soll jeweils gewährleisten, dass die Stufenteams auch voneinander profitieren können.

Interpretation

Um eine Überforderung zu verhindern, wollte ich schon zu Beginn mögliche Orientierungshilfen vorstellen und den Umgang damit beschreiben. Aus diesem Grund wurde das oben erwähnte Phasenmodell beschrieben. Dies stellte sich jedoch im Nachhinein aus zwei Gründen als fast schon klassischen Fehler eines Anfangs des Entwicklungsprojekts heraus (vgl. Vetter, 2013, S. 243). Zum einen war die völlige Umstellung auf einen inklusiven Unterricht nach diesen drei Phasen zu optimistisch gedacht. Obwohl sich die Basisstufe breitwillig darauf einlassen wollte und motiviert war, dies genau so umzusetzen, wäre dies eine Überforderung gewesen. Hätten wir daran festgehalten, wäre dies vermutlich entweder auf Resignation hinausgelaufen, in der das Team die Machbarkeit angezweifelt und aufgegeben hätte, oder wir hätten die Umsetzung des inklusiven Unterrichts auf ein Sortieren der Aufgaben nach diesen drei Phasen reduziert, was dann zwar leistbar gewesen wäre, jedoch den Anforderungen nicht mehr entsprochen hätte. Das Fernziel des inklusiven Unterrichts kann nicht durch das Übernehmen einer Gliederung oder Methode alleine umgesetzt werden.

Zum anderen war der Vorschlag mit den drei Phasen schon zu stark auf eine Lösungsmöglichkeit fixiert gewesen, die zudem als fertiges Konstrukt von aussen aufgesetzt gewesen wäre. Ein

Entwicklungsprojekt verlangt jedoch eine rollende, flexible Planung (vgl. Vetter, 2013, S.245), welche aus dem Team heraus entstehen muss. Nur dann kann gewährleistet werden, dass diese Entwicklung auch nachhaltig geschieht und auf die Situation, die Schule und das Team passt. Die gemeinsame Vision soll also durch auf das Team passende, leistbare Implementierungsschritte, welche bekannt sowie verbindlich sind und in der «Check»-Phase stetig reflektiert werden, angestrebt werden.
Trotz dieser Interpretation zu den drei Phasen war die Kick-off-Veranstaltung ein Erfolg. Das Team zeigte sich grundsätzlich motiviert und zuversichtlich. Der durch das Projekt erhoffte Gewinn, also die Erarbeitung einer Möglichkeit, den Schwierigkeiten des Mathematikunterrichts begegnen zu können, sowie der vertieften Auseinandersetzung mit durch den Lehrplan 21 verlangten Kompetenzen im Bereich Mathematik und den damit verbundenen fachdidaktischen Theorien, schien zu überzeugen. Auch die gemeinsame Vision wurde geschärft und eine Übereinstimmung über das Fernziel erlangt. Vielleicht halfen die Phasen sogar, sich an etwas festzuhalten und starten zu können, selbst wenn sie längerfristig an Bedeutung verloren. Die Art, wie die Wünsche an den Veranstaltungen diskutiert und Forderungen gestellt wurden, zeigte mir, dass auf eine aktive Partizipation des Teams gesetzt werden kann. Der Nutzen der Veranstaltungen schien gesehen und geschätzt zu werden, was die positiven und motivierten Aussagen am Ende des Treffens zeigten.

Schlüsse für die Weiterarbeit

Aus der Veranstaltung gingen zwei klare Wünsche des Teams hervor, was in den nächsten Treffen thematisiert werden soll. Erstens waren dies zur Bearbeitung des ersten Erkenntnisstrangs des inklusiven Mathematikunterrichts die von mir geleiteten Theorieinputs zum jeweiligen Bereich des Lehrplan 21, die nach den oben beschriebenen Inhalten gegliedert werden sollten. Die Grundansprüche des neuen Lehrplans sollten dabei geklärt und das fachdidaktische Wissen aufgefrischt werden. Ob diese Orientierung der fachdidaktischen Inputs am Lehrplan 21 und dessen Inhalten ausreichte, um ebenfalls eine Orientierung nach dem Lehrplan im Unterricht zu erreichen, welche das Lehrmittel ersetzen würde, stand zu diesem Zeitpunkt noch nicht fest.
Zweitens ergab sich der Wunsch des Teams nach Komplexitätsreduktion, wodurch eine Schwerpunktsetzung auf die Phase des «Entdeckens und Erkundens» vereinbart wurde. Konkrete Wünsche bezüglich der Rollenklärung von LP und SHP im inklusiven Setting blieben noch aus, da vermutlich der Unterricht selbst noch zu wenig absehbar war. Aussagen zum zweiten Entwicklungsstrang der Rollen können also noch keine gemacht werden.

Der Wunsch nach Komplexitätsreduktion sagte jedoch etwas über den Erkenntnisstrang der Implementierung aus. Zur als Schwerunkt gesetzten Phase sollten passende Aufgaben gefunden werden. Dass dies die Komplexität stark reduzierte und eine Tendenz Richtung Aufgabendidaktik einnahm, war mir bewusst. Trotzdem liess ich diesen Wunsch stehen, um das Team und seine Anliegen ernst zu nehmen, denn es war ein wichtiger Hinweis bezüglich der Implementierung und musste berücksichtigt werden. Die Komplexität darf zu Beginn folglich noch nicht zu gross sein. Ich entschied, die erste themenspezifische Veranstaltung abzuwarten und zu versuchen, trotz dieses Schwerpunktes das Thema und den daraus gefolgerten Mathematikunterricht dazu ganzheitlich zu beleuchten und entwickeln. Dass dies eine grosse Herausforderung sein würde und mehr Zeit als einen Nachmittag brauchen würde, blendete ich eher aus.

In der «Check»-Phase zeichnete sich also ab, dass unser gefasster Plan noch sehr undeutlich war und hohe Anforderungen an die Weiterarbeit stellte. Für eine «Act»-Phase war es daher noch zu früh. In der nächsten Veranstaltung wurde folglich nochmals diskutiert, wie mögliche Umsetzungen aussehen sollen, jedoch an einem konkreten Themenbereich des Lehrplan 21. Dies entsprach erneut der «Do»-Phase und wird nachfolgend beschrieben.

4.3.2. Erste themenorientierte Auseinandersetzung

Der Theorieinput zum Thema Zahlenraum und den entsprechenden Bereichen von «Zahl und Ziffer» aus dem Lehrplan 21 bildete den Anfang der nächsten und damit ersten themenspezifischen Veranstaltung (siehe Anhang 6, Ablauf). In dieser «Do»-Phase ging es erneut um das -hier gedankliche- Ausprobieren, bevor dies wiederum überprüft und allenfalls schlussendlich umgesetzt wurde. Der Inhalt des Inputs war sehr ausgeprägt (siehe Anhang 7, Vortragsinhalt), was vom Team geschätzt wurde. Während des Vortrags gerieten wir immer wieder in den Austausch über Situationen im Schulalltag, die Förderung von einzelnen Kindern oder Gruppen. Dies brachte die Erkenntnis, dass oftmals das volle Verständnis der Kinder noch nicht erlangt ist, da sie den Inhalt nicht selbst konstruierten, sondern das Erklärte nachahmten. Es wurde anhand der konkreten mathematischen Inhalte angeregt darüber ausgetauscht, wie dies in Zukunft vermieden werden kann. Dabei war ich gefordert, viele Fragen zur Begleitung der Kinder beim Erlangen des Verständnisses im Bereich Zahlenraum zu beantworten. Diese konkreten Gedanken zu einer neuen Realität zeigten das intensive Arbeiten in der «Do»-Phase.

Das stark zusammengefasste Übersichtsblatt zu diesem Bereich wurde während des Vortrags ausgeteilt und vom Team konsultiert. Dies wurde nachher für alle zugänglich, zur schnellen Konsultation im Alltag abgelegt. Änderungen konnten jedoch auch noch im Nachhinein gemeldet

werden, da während dem inhaltsreichen und angeregten Austausch wenig Zeit für die genaue Durchsicht des Blattes übrigblieb (siehe Anhang 8, Übersichtsblatt).

Nach dem Theorieinput teilten wir uns in die Stufenteams auf, um aufgrund der besprochenen didaktischen Erkenntnisse über die konkrete inklusive Umsetzung des Bereichs im Alltag zu diskutieren. Der Gedanke an die Änderungen, welche mit der Umsetzung eines Unterrichts für die ganze Klasse am gemeinsamen Thema verbunden waren, lösten im Mittelstufenteam Widerstände aus, da diese ein starkes Umdenken und viele Erneuerungen verlangten. Zwar haben wir das letzte Mal vereinbart, unseren inklusiven Unterricht an den drei Phasen zu orientieren, wobei ein Schwerpunkt auf der Phase des Entdeckens und Erkundens lag. Die damit verbundene Loslösung vom Denken in den vier Lerngruppen wurde stark angefochten. Nach einer angeregten Diskussion über unsere nächsten Ziele einigten wir uns auf folgenden Kompromiss:

- Wenn möglich sollte die Mittelstufe jeweils den gleichen Themenbereich nach Lehrplan bearbeiten.
- Zu jedem Bereich wollten wir für die Phase des Entdeckens und Erkundens eine offene Aufgabe in der ganzen Mittelstufe bearbeiten, weitere geöffnete Aufgaben jeweils in Doppellerngruppen. Ziel eines Treffens sollte demnach sein, eine passende Aufgabe pro Bereich für die ganze Klasse zu definieren, sowie eine Ideensammlung mit weiteren Aufgaben für die Doppellerngruppen A-B und C-D.
- Die Phase des Systematisierens und Sicherns sollte jedoch weiterhin eher lehrpersonenzentriert in vier getrennten Niveaugruppen gehalten werden, wobei die Inhalte mit den Jüngeren eher mündlich erfragt werden, während die Älteren diese in Form eines Hefteintrags festhalten.
- Auch die Phase des Übens und Vertiefens soll wie gehabt in den vier Niveaugruppen geschehen. Dabei sollen weiter Übungen aus dem Heft nach einer individuell sinnvollen Auswahl gelöst werden. Übungen aus dem Mathematikbuch sollen als individuelle Repetition von Basisinhalten oder als Vertiefungsmöglichkeit eingesetzt werden, während Onlineübungen oder das Blitzrechnen vorwiegend der Automatisierung dienen sollen. Im Idealfall sollen in dieser Phase auch Inhalte im Zusammenhang mit den Übungen von der Phase des Entdeckens und Erkundens bearbeitet werden.

Nach diesen Abmachungen (siehe Anhang 9) reichte die Zeit nicht mehr, passende Aufgaben für den Bereich Zahlenraum zu erarbeiten, wodurch wir das verschieben mussten.

Interpretation

Den Input und Austausch über die Theorie empfand ich als sehr ertragreich und lohnenswert. Auch das Team schätzte diesen Einstieg und äusserte sich sehr positiv dazu. Durch die Diskussionen dauerte der Anfangsteil jedoch viel länger als geplant, was mich während der Durchführung leicht stresste, da ich das grosse Vorhaben vom zweiten Teil vor Augen hatte. Im Nachhinein empfinde ich es als die richtige Entscheidung, die Zeit dafür genommen zu haben, da es von allen Seiten geschätzt wurde und sehr im Sinne des gedanklichen Ausprobierens der «Do»-Phase war.

Im Austausch in den Stufenteams schien die von Werning beschriebene Unsicherheit und Unzufriedenheit beim Verlassen des bisher Vertrauten aufzutreten, in der eine Zielvorgabe entscheidend sein kann (vgl. ebd., 2013, S. 54). Unser vorgängig gesetztes Ziel schien noch zu gross. Das komplette Umsetzten des inklusiven Unterrichts im Bereich Zahlenraum, selbst wenn nach den drei Phasen als Orientierung geplant, hätte eine komplette Auflösung der Lerngruppen verlangt, was eine Überforderung gewesen wäre. Eine gemeinsame Definition von erreichbaren neuen Zielen war nötig. Dies gelang uns, in dem wir unsere Ansprüche an den inklusiv gestalteten Unterricht für den Anfang zurückschraubten und auf eine Aufgabe reduzierten.

Die vermutlich eher negativen Gefühle des Teams während dieser Diskussion, sowie die damit verbundene Infragestellung des ganzen Projekts sind nach der oben beschriebenen Achterbahnfahrt der Emotionen nach Weisbord und Janoff normal (vgl. ebd., 2001, S. 56ff). Für mich war in dieser Situation wichtig, mich nicht entmutigen zu lassen. Die neuen Ziele lagen zwar eindeutig im Bereich der Aufgabendidaktik und entsprachen nicht der Umsetzung eines vollständigen inklusiven Unterrichts. Das Reduzieren auf einfache nächste Ziele schien jedoch richtig, um dem Team die Möglichkeit zur Partizipation sowie das Erleben der Machbarkeit zu gewährleisten. Es sollte ihnen zeigen, dass sie den Prozess beeinflussen können, was diesen abschätzbar macht. Dies sollte die Ängste und somit auch den Widerstand lindern. Das erreichbare Ziel, die erlebte Partizipation sowie die im Theorieinput oft aufgegriffene gemeinsame Vision vom inklusiven Unterricht liess uns das Projekt schlussendlich weiterverfolgen.

Schlüsse für Weiterarbeit

Aus der beschriebenen Interpretation wird klar, dass bei dieser Veranstaltung auf der Ebene von allen drei Erkenntnissträngen gearbeitet wurde.

Der erste Teil des Theorieinputs entsprach der Bearbeitung des Erkenntnisstrangs des inklusiven Mathematikunterrichts, da er fachdidaktische Hinweise für den Mathematikunterricht lieferte, sowie der Bearbeitung des Erkenntnisstrangs der Rollen von LP und SHP, da viele Diskussionen

über eine mögliche Umsetzung und die damit verbundenen unterschiedlichen Aufgaben geführt wurden. Wie Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf dabei am besten gefördert werden, kam immer wieder zur Sprache. Diese Bearbeitung schien also soweit zielführend und sollte nach der ersten Erfahrung wieder so gestaltet werden, wobei von Anfang an mehr Zeit eingerechnet werden musste.

Im zweiten Teil konnten hauptsächlich Schlüsse für den Erkenntnisstrang der Implementierung gezogen werden, welche entscheidend für die Weiterarbeit waren. Da das Team in einer unsicheren, eher ablehnenden Phase zu stecken schien, wollte ich mich für den jeweils im Stufenteam gehaltenen Teil auf den nächsten Schritt, welcher nach Weisbord und Janoff die Übernahme der Verantwortung für das eigene Tun beinhaltet, vorbereiten (vgl. ebd., 2001, S. 57). Das hiess, ich musste mich auf die emotionalen Dynamiken einstellen können (vgl. Weisbord, Janoff, 2001, S. 58), diese aushalten und zum nächsten Schritt, der Verantwortungsübernahme für das eigene Handeln, ermutigen (vgl. Weisbord, Janoff, 2001, S. 59). Dies wollte ich durch ermutigende Zuversicht sowie dem Anvisieren der neuen, erreichbaren Ziele bewerkstelligen.

4.3.3. Konkretisierungsschritte

Der Input zum Bereich Operationen verlief abermals ausführlich und wurde wiederum sehr geschätzt (siehe Anhang 10, Ablauf). Aussagen über den starken und unmittelbaren Nutzen dieses Austauschs sowie der Möglichkeit zur sofortigen Umsetzung im Kleinen bestätigten mir meinen Entscheid, dafür mehr Zeit einzurechnen und dieser weiteren «Do»-Phase ihren Platz zu geben. Genauere Informationen über den mathematischen Inhalt des Inputs, sowie über die übersichtliche Zusammenfassung können dem Anhang entnommen werden (siehe Anhang 11 und 12).

Zur Arbeit in den Stufenteams konsultierten wir das Lehrmittel «Lernumgebungen für Rechenschwach bis Hochbegabt», aus welchem ich im Vorhinein Aufgaben heraussuchte, welche mit der ganzen Klasse bearbeitet werden können (vgl. Hengartner, E., Hirt, U., Wälti, B., 2014). Dies half uns dabei, den nächsten Schritt wirklich anzupacken und in die Phase der Verantwortungsübernahme nach Weisbord und Janoff zu treten (vgl. ebd., 2001, S. 57). Obwohl dies im kleinen Rahmen und bezogen auf einzelne Aufgaben geschah, bot uns das Lehrmittel eine gemeinsame Diskussionsgrundlage über machbare Umsetzungsvarianten für einen gemeinsamen inklusiven Unterricht im Kleinen. Der Entschluss zum Handeln war einfacher zu fällen, da die inklusiv gestaltete Durchführung berechenbar und machbar blieb. Wir fanden schnell eine Aufgabe, die in der ganzen Klasse bearbeitet werden konnte, sowie jeweils eine für das höhere und das tiefere Niveau. Nachfolgend wird nun deren Durchführung grob beschrieben und kurz

ausgewertet, da diese ebenfalls noch zu der «Do»-Phase gehörte und für die Interpretation und die Schlüsse für die Weiterarbeit in der «Check»-Phase ebenfalls relevant ist.
Mit der ganzen Klasse führten wir ein Spiel zur Automatisierung des Einmaleins durch, in welchem auch die Nutzung der Zusammenhänge einzelner Aufgaben relevant war (siehe Anhang 13, Spielbeschreibung). Die Kinder arbeiteten in Partnerarbeit in ungefähr ähnlichen Leistungsgruppen. Das Spiel und die Diskussion darüber wurden im Sinne der natürlichen Differenzierung auf ganz unterschiedlichen Niveaus durchgeführt. Sandro, welcher die Multiplikation noch nicht behandelt hatte, konnte das Spiel mit Additions- und Subtraktionsaufgaben durchführen, während seine Partnerin multiplizierte. Sämtliche Kinder waren intensiv und mit Begeisterung am Spiel. Der Austausch über angewandte Strategien und gewonnene Erkenntnisse war noch für viele eine Herausforderung, trotzdem schien es den Kindern Spass zu machen, da sich alle mit ihrem Wissen voll einbringen konnten. LP wie SHP empfanden die Durchführung als gelungen und äusserten sich positiv. In diesem kleinen Rahmen schien also das inklusive Arbeiten in der ganzen Klasse am gleichen Thema bereits gelungen zu sein.
In den zwei Niveaugruppen wurde als Vorbereitung auf die gemeinsame Aufgabe mit den eher Jüngeren das Hunderterfeld mit Malrechnungen gefüllt, während die Älteren anhand einer ausgewählten Malrechnung ein Plakat gestalteten, auf dem sie Rechengeschichten, Bilder, zusammenhängende andere Aufgaben und so fort zu ihrer Rechnung festhielten (siehe Anhang 14, Ideenblatt Aufträge). Zwar war ich bei der Durchführung mit den jüngeren Kindern nicht anwesend, die Äusserungen der LP und SHP waren aber positiv, das Lernen auf dem eigenen Niveau schien sich auch hier in natürlicher Weise zu ergeben.
Auch die älteren Kinder zeigten vollen Einsatz. Dabei waren die Starken mit verschiedenen Darstellungsformen voll gefordert, während für die SHP genügend Zeit blieb, die Kinder mit besonderem Förderbedarf zu begleiten. Der Austausch unter den Kindern war angeregt, wodurch viele grossen Lernerfolg und neue Erkenntnisse zu erzielen schienen. Die vielen leuchtenden Aha-Erlebnisse, welche durch die Diskussionen untereinander ermöglicht wurden, verbreiteten ausserdem eine ausgelassene Stimmung in der Klasse.

Interpretation

Den Schritt, Verantwortung für das eigene Tun zu übernehmen und damit verbunden den Entschluss zur Weiterarbeit hatte das Team nach der Veranstaltung zu den Operationen geschafft. Das Umsetzen einzelner Sequenzen im inklusiven Sinne, schien SHP und LP Spass zu machen, was sie in die nach Weisbord und Janoff typische Phase des Höhenflugs brachte (vgl. ebd., 2001, S.

57ff). Wie beschreiben, lassen sich die Teilnehmenden in dieser Phase von Visionen und Idealvorstellungen leiten, wodurch Energie, Begeisterung und Zuversicht entsteht (vgl. Weisbord, Janoff, 2001, S. 57ff). Das Team schien dies durch die Begeisterung an der Umsetzung dieser einzelnen spielerischen inklusiven Sequenzen zu zeigen. Diese Stunden lieferten das Idealbild, wie unser inklusiver Unterricht aussehen könnte. Die dadurch entstandene Energie, das ganze anzupacken, war sehr wertvoll. Trotzdem musste darauf geachtet werden, dass nicht erneut zu visionäre Ziele angestrebt werden oder der Prozess bereits als abgeschlossen angeschaut wird. Wir waren weder bereits am Ziel angelangt, noch konnten wir es schaffen, den ganzen Unterricht von heute auf morgen umzugestalten und alles selbst zu erfinden. Auch die Idee der Projektmethode wurde angesprochen, welche als eine passende Antwort auf inklusiven Unterricht gesehen werden kann. Dieses Umzusetzen wurde jedoch als schönes, aber fernes Ziel besprochen und zwar mit Begeisterung, aber stets im Konjunktiv beredet. Als Projektmoderatorin galt es nun im Auge zu behalten, dass das Ziel noch nicht erreicht ist, jedoch erreichbar bleiben muss (vgl. Weisbord, Janoff, 2001, S. 59). Was dies konkret in unserem Falle hiess und welche Komponenten den Prozess aufs Neue beeinflussten, soll nachfolgend beschrieben werden.

Schlüsse für Weiterarbeit

Nach dieser «Do»-Phase, wo nicht nur mögliche Handlungen diskutiert und somit gedanklich erprobt, sondern tatsächlich im kleinen Rahmen mit den Kindern ausprobiert wurden, konnten nun in der «Check»-Phase bereits erste konkrete Ergebnisse zu den drei Erkenntnissträngen aus der Fragestellung festgehalten werden.

Zum ersten Erkenntnisstrang des inklusiven Mathematikunterrichts konnte festgestellt werden, dass die unterschiedlichsten Kinder am gleichen Thema arbeiteten, miteinander diskutierten und somit vermutlich stark auf ihrer Entwicklungsstufe, respektive an der nächsten Entwicklungsstufe arbeiteten. Dabei schienen sie im ko-konstruktivistischen Sinne zu lernen und Spass zu haben. Es zeigte sich also bereits ein inklusiver Unterricht, zwar noch im sehr kleinen Rahmen, jedoch recht klar. Dies war eine gute Ausgangslage für nächste Schritte.

Auf der Ebene des zweiten Erkenntnisstrangs bezüglich der Rollen von LP und SHP zeigten sich nun auch konkrete Veränderungen. Die LP fand sich in einer eher neuen Rolle der fast ausschliesslichen Lernbegleitung. Durch sie geleitete instruierende Phasen hielten sich sehr kurz, die Konstruktionsphase der Kinder war länger und intensiver. Als SHP blieb dadurch genügend Zeit und Gelegenheit, Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf gezielt zu begleiten und zu fördern, ohne diese in einer Sonderposition zu bringen. Dabei fiel die Verantwortung für eine ganze Lerngruppe weg.

Bezüglich des dritten Erkenntnisstrangs der Implementierung wurden erste Erfolge sichtbar. Die Überwindung der beschriebenen Widerstände und die durch die Umsetzung in der Klasse erreichte Phase des Höhenflugs gaben neue Energie. Die starke Partizipation des Teams, sowie die stete Reflexion des Entwicklungsprozesses schienen der richtige Weg zu sein.
Nun war zentral, realistische Ziele zu setzen und leitbare nächste Schritte einzuleiten. Im Team galt es zu besprechen, wie wir konkret weiterfahren wollten und dies in einer erneuten «Plan»-Phase zu skizzieren. Dazu braucht es laut Weisbord und Janoff einen Dialog über die realen Handlungsoptionen, in dem die Gruppe einsieht, dass die Ausgangslage weder ideal noch hoffnungslos ist. Die nachfolgende Entscheidung, nicht im Ist-Zustand zu verharren und auf alte, vertraute Verhaltensmuster zurückzugreifen, sondern sich in die fremde und doch anziehende Zukunft vorzuwagen, ist ein zentraler Schritt (vgl. Weisbord, Janoff, 2001, S. 58). In diesen Dialog zu treten, war nun das nächste entscheidende Ziel.

Entschluss zur Erprobung

Im Mittelstufenteam entschieden wir uns dafür, einen ganzheitlichen inklusiven Unterricht, der über die bereits erprobten kurzen Sequenzen hinausging, im überschaubaren Rahmen von drei Projektmorgen auszuprobieren. Daraus sollten dann konkretere Schlüsse für die Umsetzung im Alltag gezogen werden können.
Wiederum galt es, realistisch zu bleiben. Die Umsetzung im Sinne der Projektmethode nach Frey wurde diskutiert, da dadurch die Inhalte für die Kinder wirklich bedeutsam gemacht und die Kluft zwischen Schule und Welt zumindest teilweise geschlossen werden könnte (vgl. Frey, 2005, S. 50), was der in der Theorie beschriebenen Dimension der Bedeutsamkeit sehr entsprochen hätte. Gleichzeitig warnt Frey jedoch davor, die Projektmethode sofort ganzheitlich umzusetzen, da es eine anspruchsvolle Lernform sei und empfiehlt, ein Thema im Sinne der Methode anfänglich leicht auszubauen (vgl. Frey, 2005, S. 62). Aus diesem Grund und weil das Ziel der Erprobung das Ziehen von Schlüssen für einen baldig umsetzbaren Unterricht waren, welcher auf dem momentanen aufbaut, entschieden wir uns gegen ein direktes Vorgehen nach dieser Methode. Stattdessen wollten wir auf einen inklusiven Unterricht fokussieren, welcher die aus der Theorie abgeleiteten Ziele des konstruktivistischen, nacherfinderischen Lernens des Kindes und dem Lernen am gemeinsamen Gegenstand verfolgte. In Bezug auf den Erkenntnisstrang der Rollen von LP und SHP hiess das, die LP fokussierte auf die Aufgabe der Lernbegleitung, während die SHP in die breiteren Möglichkeiten der Informationsbeschaffung -durch Gespräche mit den Kindern, sowie auch durch die LP- und die vermehrten Zeitfenster für unterrichtsintegrierte sonderpädagogische Interventionen investierte. Diese Ziele waren von sich aus bereits recht hoch

gesteckt, selbst wenn sie im ersten Schritt ausschliesslich innerhalb eines Erprobungsprojekts angestrebt wurden.
Während des Entscheidungsprozesses über ein mögliches Erprobungsprojekt und den ersten Gedanken, wie dies erreicht werden könnte, brachte das Erscheinen des Lehrmittels «Mathwelt» eine neue Möglichkeit in die Diskussion. Im Mittelstufenteam besuchten wir eine Veranstaltung, an der das Lehrmittel vorgestellt und für altersdurchmischtes Lernen am gemeinsamen Gegenstand entwickelt beschrieben wurde. Begeisterte Berichte von anderen Lehrpersonen, welche das Lehrmittel in altersdurchmischten Klassen anwendeten, bewogen uns dazu, das Potenzial desselben zu prüfen. Denn obwohl wir bereits die meisten Inhalte des Lehrplan 21 in den Theorieinputs fachdidaktisch beleuchtet haben, konnten wir uns noch nicht vorstellen, den Mathematikunterricht ganz nach den Kompetenzen des Lehrplans zu gestalten, ohne ein Lehrmittel als Orientierungs- und Planungshilfe beizuziehen.
Die Durchsicht des Materials lieferte einen guten Einblick. Aufgabenformate, die auf eine natürlich differenzierende Bearbeitung abzielten, leicht veränderbar waren, ansprechende Themen anboten und eine intensive, vertiefte Auseinandersetzung forderten, schienen gute Möglichkeiten für das Erprobungsprojekt zu bieten. Trotzdem wollten wir das Lehrmittel nicht als die alleinige Lösung für das Erreichen unserer Ziele sehen. Vielmehr sollte es uns eine Hilfe bieten, das inklusive Arbeiten anhand im Lehrmittel beschriebener Aufgaben in einer für uns angepassten Form auszuprobieren.
Wir entschlossen uns folglich dazu, nach unseren Zielen, mit Hilfe des Lehrmittels als Ideenstütze sowie mit einzelnen Elementen der Projektmethode die Erprobung an drei Schulmorgen durchzuführen. Als Vorbereitung entschieden wir uns, in einer weiteren «Do»-Phase erneut Umsetzungsmöglichkeiten anhand des Theorieinputs zum Bereich «Grössen, Funktionen, Daten, Zufall» durchzudenken, diese in der «Check»-Phase zu interpretieren und daraus schliessend die Planung in Angriff zu nehmen.

4.3.4. Entscheidungsfindung Projekttage

Den Bereich «Grössen, Funktionen, Daten, Zufall» bearbeiteten wir ähnlich wie die zuvor beschriebenen Inputs zu «Zahlenraum» und «Operationen» (siehe Anhang 15, Ablauf). Ein Schwerpunkt dieser «Do»-Phase lag auf dem Sachrechnen sowie dem Rechnen mit Grössen (siehe Anhang 16; Vortragsinhalt, 17; Übersichtsblatt). Diesmal Stand jedoch als Vorbereitung auf die erste «Act»-Phase auch ein wesentlicher weiterer Schritt in der Bearbeitung zum Erkenntnisstrang der Rollen von LP und SHP an. Ich startete den Input daher ergänzend zu den mathematikdidaktischen Inhalten mit Ausführungen zur Methode des flexiblen Interviews (siehe

Anhang 18). Dabei lag ein Schwerpunkt auf einem durch Fragen angeregtes Begleiten des Kindes, während es mathematische Inhalte erschliesst.

Der Input zur Methode schien im Team grossen Anklang zu finden und wurde stark diskutiert. Es wurde von einzelnen als Kernsache des Unterrichtens betitelt und der Vorsatz gefasst, diese Art des Begleitens auch mit den älteren Kindern vermehrt anzuwenden. Eine andere Lehrperson bemerkte, dass sie diese Art nie anwende und überlegte, wie ein Kind dadurch auf eine Lösungsidee kommen würde. Dies löste eine Diskussion aus, welche ohne mein Zutun darauf hinauslief, dass die Strategie und Idee zur Lösung eben vom Kind selbst entwickelt werden soll, angeregt durch Fragen der Lehrperson oder anderen Kindern. Es wurde dargelegt, dass eben darauf verzichtet werden soll, dem Kind einen Weg vorzugeben, da es dadurch keine eigenen Ideen entwickelt, sondern ein Vorgehen nachahmt, welches es unter Umständen nicht richtig verstanden hat. Das Team zeigte sich nun also fähig, das ko-konstruktivistische Lernen und den damit verbundenen Unterricht künftig auch ins Handeln umzusetzen.

Die Diskussionen zur Methode zogen sich dann auch während des Inputs zum Sachrechnen weiter. Beispielsweise wurde die Umsetzung in einer ganzen Klasse diskutiert und gefolgert, dass einige Kinder eine stärkere Begleitung durch die Anwendung des flexiblen Interviews brauchten, während andere selbständiger arbeiten konnten. Die Vorteile der Arbeit in Gruppen dank der Anregung durch Kinder auf der nächsten Entwicklungsstufe wurde ebenfalls thematisiert und geschätzt. Auch die Frage, ob Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf alle Inhalte, welche sie behandeln, wirklich selbst konstruiert und verstanden haben müssen oder ob ihnen nicht ein Weg vorgeschlagen werden konnte, tauchte auf. Zwar wurde der Vorteil thematisiert, dass diese Kinder durch das Nachahmen eines vorgegebenen Wegs einige Aufgaben deutlich schneller lösen konnten, schlussendlich lief die Diskussion jedoch darauf hinaus, dass dieses rezepthafte Lernen eben doch nicht erfolgsversprechend sei. Auch die Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf sollen konstruierend und verstehensbasiert lernen. Man stimmte zu, dass sie dafür genügend Zeit sowie stärkere Begleitung benötigten und anhand einfacher Aufgaben, in denen der Kontext jedoch ebenso relevant ist, lernen sollen. Schlussendlich war sich das Team einig, dass dieser Weg längerfristig erfolgsversprechend sei. Auch die Bearbeitung von offenen Aufgaben wurde in diesem Zusammenhang diskutiert, wobei die sonderpädagogische Rolle thematisiert und definiert wurde. Durch die Notwenigkeit der verstärkten Begleitung von Kindern mit sonderpädagogischem Förderbedarf oder auch integriert beschulte Kinder mit verstärkten Massnahmen lag es auf der Hand, dass sonderpädagogisches Wissen auch im inklusiven Setting benötigt wurde.

Im anschliessenden Austausch im Stufenteam diskutierten wir in der Mittelstufe bereits darüber, wie auf Grund der erworbenen Erkenntnisse durch den Theorieinput die

Erprobungsprojektmorgen aussehen sollten. Wir definierten die Inhalte und legten gemeinsame Planungszeitfenster fest. Bis zum nächsten Treffen vereinbarten wir, dass das Material des Lehrmittels «Mathwelt» zu dem ausgewählten Thema «Strecken und Flächen» durchgeschaut und lustvolle Umsetzungsvarianten angedacht werden sollten. Die Sachanalyse mit didaktischen Hinweisen sollte bis dahin erstellt sein, damit sie gemeinsam besprochen und auf das Lehrmittel bezogen werden konnte.

Interpretation

Zwar wurde der konstruktivistische Ansatz und das Plädoyer zum aktiv entdeckenden Lernen bei jedem Treffen und in jedem Theorieinput diskutiert, trotzdem wurde die Botschaft nun durch die Thematisierung des flexiblen Interviews vermutlich bewusster und konkreter aufgenommen. Es schien sich nun nicht nur auf der strategischen und strukturellen, sondern auch auf der lernkulturellen Ebene etwas zu verändern und zu entwickeln. Auch der stete Bezug zum didaktischen Inhalt und die konkreten Fragen nach der Umsetzung der Methode in gewissen Themen zeigten mir, dass diese Art des Lernens und Begleitens nochmals an Gewichtung gewann und sich das Team verstärkt damit auseinandersetzte. Schlussendlich schien allen bewusst zu sein, dass auch Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf konstruierend und verständnisorientiert lernen mussten. Auch die sonderpädagogische Rolle wurde in diesem Setting stärker definiert und für unser Team im Prozess zur Entwicklung eines inklusiven Unterrichts geklärt.

Laut Werning funktioniert die inklusive Schule nicht ohne sonderpädagogische Kompetenzen, es braucht jedoch klare Absprachen und einen offenen Austausch über das Rollenverständnis (vgl. Werning, 2013, S. 58). Dies wurde uns bewusst. Wir diskutierten, dass die Aufgabe der Lernbegleitung der LP und SHP nahe beisammen lagen und die Verantwortungen jeweils gemeinsam getragen werden, jedoch der Fokus der Sonderpädagogik auf die Kinder mit erhöhtem Förderbedarf, ihrem Lernfortschritt und ihren Bedürfnissen lagen, während die LP in erster Linie in ihrer pädagogischen Aufgabe das ganze Geschehen überblickte. Nun galt es, die erworbenen Erkenntnisse umzusetzen.

Schlüsse für Weiterarbeit

Durch die Kombination vom Bereich «Grössen, Funktionen, Daten, Zufall» und der Methode des flexiblen Interviews im Theorieinput bezogen sich nun die Erkenntnisstränge des inklusiven Unterrichts und der Rollen von LP und SHP aufeinander. Dies schien zu diesem Zeitpunkt voll ins Herz getroffen und war eine gute Ausgangslage, die Umsetzung des Erprobungsprojekts zu starten. Die dafür gesetzten Ziele des inklusiven Unterrichts und des ko-konstruktivistischen

Lernens der Kinder schienen nach der beschriebenen Diskussion allen klar. Die «Check»-Phase konnte also erfolgreich abgeschlossen werden. Es galt nun, mutig und lustvoll die Umsetzung davon in der ersten «Act»-Phase in Angriff zu nehmen. Gleichzeitig mussten wir dabei realistisch bleiben. Dafür war -auf der Ebene des Erkenntnisstrangs der Implementierung gedacht- ein gemeinsames Vorgehen in stärker frequentierten Treffen auf der Mittelstufe nötig

4.3.5. Weg zum Start

In dem bisher beschriebenen Prozess der Implementierung durchlief das Team immer wieder gedankliche Umsetzungsmöglichkeiten eines inklusiven Unterrichts und befasste sich auf der theoretischen Ebene mit erfolgreichem Mathematikunterricht. Dabei wurden fachdidaktische Theorien sowie die unterschiedlichen Rollen von LP und SHP angedacht, diskutiert und im kleinen Rahmen ausprobiert. Diese Schritte und die dafür benötigte Zeit waren notwendig. Nun schien es jedoch nötig, konkreter zu werden, um nicht auf der theoretischen Ebene zu verharren. Es galt, die Praxistauglichkeit des Erarbeiteten zu testen. Die Vorbereitung sowie die Umsetzung des Erprobungsprojekts werden als erste «Act»- Phase im nachfolgenden Kapitel beschrieben.

5. Erprobung inklusiver Mathematikunterricht

Im Anschluss wird das erste Erprobungsprojekt eines inklusiven Unterrichts beschrieben. Dabei wird der Einfachheit halber der Begriff «Projekt» genutzt. Er bezieht sich auf den aussergewöhnlichen Charakter der drei Vormittage, an denen ausschliesslich Mathematik behandelt wurde, sowie auf das Ausprobieren, welches das Team dabei wagte. Es wird damit jedoch nicht die Methode des Projektunterrichts angesprochen.
Im ersten Schritt werden die in der ganzen Implementierung bearbeiteten Ziele auf das Projekt bezogen angepasst. Danach folgt die Projektplanung. Als dritter Punkt wird dann die Projektdurchführung beschrieben. Dies geschieht jeweils in Bezug auf den jeweiligen Morgen. Zum Abschluss dieses Kapitels wird das Projekt bezogen auf die anfangs gesetzten Ziele ausgewertet.

5.1. Ziele der Projekttage

Um das Erprobungsprojekt unserer ersten «Act»-Phase zielorientiert durchführen zu können, war es notwendig, die Ziele, welche wir im Team durch die Implementierung bearbeiteten, auf das Projekt anzupassen, zu konkretisieren und etwas herunter zu brechen. Sie sollten helfen, weitere Schritte in Richtung inklusiven Unterricht zu gehen, jedoch im Bereich des Machbaren liegen.
Das erste Ziel des Erprobungsprojekts lag darin, erste Ansätze des inklusiven Unterrichts gestalten, erproben und erleben zu können. Es war also durch die konkrete Umsetzung eine Art «Feuertaufe» unserer Unterrichtsentwicklung. Dies sollte damit erreicht werden, dass die Kinder am gemeinsamen Gegenstand, jedoch auf eigenem Niveau lernen, und zwar auch mit- und voneinander, sodass die Anregung durch die Zone der proximalen Entwicklung ermöglicht wird. Aus diesen Erfahrungen sollten dann Schlüsse für die Weiterarbeit gezogen werden. Es sollte beantwortet werden können, was im inklusiven Unterricht gut zu funktionieren scheint, wo Schwierigkeiten liegen und wie unser Arbeiten weiterführend aussehen soll.
Um dieses Ziel zu erreichen und Schlüsse für die Weiterarbeit ziehen zu können, half uns nebst der Bearbeitung der Theorie zum inklusiven Unterricht und den Inputs zur Mathematikdidaktik auch das Lehrmittel «Mathwelt», welches auf gemeinsames Lernen in altersdurchmischten Gruppen, also in einer grossen Heterogenität ausgerichtet ist. Diese Hilfe wollten wir als flexibles, ideenreiches Instrument für die Planung zur Hand nehmen, jedoch auch kritisch betrachten, ohne uns starr danach zu richten. Als weiteres Mittel zur Zielerreichung sahen wir die gemeinsamen Planungssequenzen, sowie den steten Austausch vor, aber auch während und nach der Durchführung, der sich bereits in anderen Situationen als sehr hilfreich erwiesen hatte. Das dritte Mittel zur Erreichung der Ziele war unsere Vereinbarung, uns für die Durchführung genügend Zeit

zu nehmen, Überforderungen zu vermeiden und durch die Projektmorgen ein volles Eintauchen in eine mögliche Praxis des inklusiven Unterrichts zu ermöglichen.
Als Indikator für den Unterricht, welcher das Lernen am gemeinsamen Gegenstand jedoch durch natürliche Differenzierung auf dem eigenen Niveau ermöglicht, wollten wir beobachten, ob die Kinder unabhängig von ihrem Entwicklungsstand miteinander an der gleichen Aufgabenstellung arbeiten konnten. Aus der sonderpädagogischen Sichtweise interessierte als Indikator vor allem die Möglichkeit zur Beteiligung von Sandro, welcher mit integriert verstärkten Massnahmen und in der Mathematik in der jüngsten Lerngruppe unterrichtet wird, sowie zeitgleich von Lars, welcher vor allem auch in der Mathematik äusserst starke Leistungen zeigt und in der ältesten Lerngruppe unterrichtet wird. Sollte es also möglich sein, dass Sandro und Lars am gleichen Thema arbeiten, dabei jedoch beide weder über- noch unterfordert sind, sondern für das Arbeiten nach ihrem Stand motiviert werden können, kann davon ausgegangen werden, dass die inklusive Sequenz gelungen war.
Als zweites Ziel setzten wir uns das Begleiten des Lernens im konstruktivistischen Sinne, sodass den Kindern ermöglicht wird, Zusammenhänge selbst zu konstruieren und so zu Erkenntnissen zu gelangen. Dieses Ziel ist eher als ein erstes Erproben dieser Methode zu verstehen. Wir stellten nicht den Anspruch, dass es uns schon durchwegs gelingt, ohne Belehrung das Denken beim Kind zu lassen. Trotzdem wollten wir die Gelegenheit für ein erstes Üben von unserer Seite aus nutzen.
Als Mittel zur Zielerreichung wollten wir die Methode des flexiblen Interviews anwenden, welches wir in verschiedenen Situationen, mit einzelnen Kindern oder in kleinen Gruppen ausprobieren wollten.
Ob wir dieses Ziel erreichen konnten, war durch Selbstbeobachtung festzustellen. Als Indikator galten Äusserungen der LP / SHP, welche zum eigenständigen Denken und Handeln anregten, vorgegebene Lösungswege vermieden und von fragender Natur waren. Ausserdem sollte der grössere Redeanteil beim Kind liegen, welches Erkenntnisse formuliert und Zusammenhänge herausarbeitet. In der Gruppe sollte ermöglicht werden, dass die Kinder auch untereinander in eine Diskussion gerieten. Die Rolle der LP / SHP sollte in diesem Fall eher als passiv und zurückhaltend wahrgenommen werden, sodass den Kindern genügend Zeit für eigene Denkprozesse zur Verfügung stehen.

5.2. Projektplanung

Untenstehend wird die Vorbereitung im Team beschrieben. Dabei wird zuerst die Erarbeitung der Sachanalyse sowie der didaktischen Analyse beschrieben. Danach folgt die Beschreibung der

Planung im Team, welche auf die vorhergegangenen Analysen und auf dem Theorieinput zum Thema wie auch dem flexiblen Interview aufbaute.

5.2.1. Sachanalyse und didaktische Analyse

Die Sachanalyse zum Thema Grössen, Funktionen Daten, Zufall verknüpften wir in einem ersten Schritt mit dem Theorieinput zum Thema. Um dies zu vertiefen, besprachen wir die wichtigsten Punkte zum Bereich Längen und Flächen nochmals im Mittelstufenteam. Eine stichwortartige Übersicht dazu befindet sich im Anhang (siehe Anhang 19).

Die didaktische Analyse zu den tatsächlich behandelten Inhalten erarbeiteten wir im Team, wobei wir darauf achteten, die Aufgaben und Themen exemplarisch und für die Kinder bedeutsam auszuwählen. Sie sollten weiter mit der Lebenswelt der Kinder verknüpft werden können. Zwar diskutierten wir, ob eine Umsetzung nach dem Ansatz der Projektmethode versucht werden soll, wodurch diesen Punkten sehr stark Rechnung getragen werden könnte, wir entschieden uns jedoch schlussendlich dagegen, da unsere Ziele in erster Linie bei dem Team und dessen Umsetzung des Unterrichts lagen. Obwohl sich dies mit der Projektmethode problemlos verknüpfen liesse, fürchteten wir, uns dadurch zu überfordern. Daher versuchten wir, wenn immer möglich, den Kindern Freiheiten und Wahlmöglichkeiten in der Umsetzung zu gewährleisten und ihre Lebenswelt durch beispielsweise das Vermessen von Pausenplatz, Körpergrösse und so weiter einzubeziehen. Die Vernetzung mit dem Lehrplan 21 war vergleichsweise einfach, da das Lehrmittel, welches uns inspirierte, stark auf diesen ausgerichtet war und bei jeder Aufgabe auf eine Kompetenz verwies.

Nach dieser Analyse galt es, miteinander eine Konzeption für den Unterricht zu erarbeiten. Dies wird im nachfolgenden Abschnitt beschrieben.

5.2.2. Planung im Team

Um die Herausforderung dieser Projekttage, der inklusiven Sequenzen und der neuen Art des Begleitens möglichst erfolgreich meistern zu können, ohne dass sich jemand dafür zu stark verbiegen musste, entwarfen wir als ersten Schritt eine Unterrichtskonzeption für die drei Morgen. Wir entschieden uns, dass wir jeweils mit einem eher bewegten Einstieg durch ein Spiel oder eine vergnügte Aktivität starten möchten. Anschliessend wollten wir anhand komplexer Aufgaben, welche für alle Kinder, inklusive Sandro und Lars, herausfordernd waren, das Lernen am gemeinsamen Gegenstand erleben. Die Sozialform liessen wir zu diesem Zeitpunkt noch offen, damit sie je nach Situation geplant werden kann. Waren für die Bearbeitung des Themas Gruppen

notwendig, wollten wir diese altersdurchmischt und komplett zufällig entstehen lassen. Diese Sequenz sollte bis zur Pause dauern. Wir wollten jedoch auch noch eine andere Organisationsform ausprobieren und entschieden uns daher, nach der Pause in Leistungsgruppen zu arbeiten. Diese sollten durch die tatsächliche Leistung des Kindes in der Mathematik zustande kommen, ohne Berücksichtigung des Alters und flexibel veränderbar sein. Da jedoch diese Gruppen gezwungenermassen immer noch sehr heterogen waren, wollten wir auch hier wieder nach dem beschriebenen Prinzip der natürlichen Differenzierung durch das Lernen am gemeinsamen Gegenstand unterrichten und unsere zwei gesteckten Ziele verfolgen. Als Abschluss des Morgens entschieden wir uns dafür, jeweils eine Übungssequenz einzuplanen, in der die Kinder in Stillarbeit und mit individueller Begleitung das Behandelte festigten oder vertieften.
Nach diesem ersten Entwurf konsultierten alle Mitarbeitenden aus dem Mittelstufenteam für sich persönlich das Lehrmittel und vertieften sich in den Lehrerkommentar, welcher noch weitere sachliche und didaktische Hinweise lieferte. Dabei liessen wir unter anderem auch das Kriterium der persönlichen Vorlieben walten, stöberten in Aufgaben, welche wir ansprechend fanden und gerne ausprobieren wollten und kamen dadurch, angelehnt an das Lehrmittel zu eigenen Umsetzungsmöglichkeiten.
Beim nächsten Zusammentreffen berichteten wir uns gegenseitig von unseren Ideen und entschieden, wer für welchen Morgen und welchen Inhalt die Feinplanung erstellte. Dabei nahmen wir uns vor, uns auf wenige, aber anregende und reichhaltige Aktivitäten zu konzentrieren, in denen die Prozessbegleitung gut umsetzbar wird. Schlussendlich trafen wir uns noch ein letztes Mal, um die Planungen zusammenzustellen und auszutauschen (siehe Anhang 20, Planung).

5.3. Projektdurchführung

Nachfolgend werden nun die drei Morgen beschrieben, einzelne Situationen stärker beleuchtet und Beobachtungen dargelegt. Dabei werden Stimmungen und Aussagen für ein besseres Bild teilweise interpretiert. Auf tiefergreifende Interpretationen wird im ersten Schritt jedoch weitgehend verzichtet, da die Beschreibungen einen Einblick in das Geschehen liefern sollten. Schlussendlich werden dann die Geschehnisse anhand der Beobachtungen und durch Gruppeninterviews im Team ausgewertet und interpretiert, sodass Schlussfolgerungen möglich werden.

5.3.1. Ablauf Dienstag

Wir starteten in die Projekttage mit dem Austeilen eines persönlichen Meterstabs, den die Schülerinnen und Schüler nach den Projekttagen behalten durften. Dies löste eine grosse Begeisterung aus. Der Impuls, das Messgerät zu entdecken und damit Formen herzustellen, kam sofort. Im Plenum liessen wir allen Kindern die Möglichkeit, dies auszuprobieren und stellten nach kurzer Zeit Aufgaben, wie das Bilden eines Rechteckes, eines Quadrats, eines Dreiecks und eines Sterns. Dabei wurden die verschiedenen Varianten zur Lösung der Aufgabe diskutiert. Während die einen damit beschäftigt waren, die Formen nachzubilden und mit der des Nachbarn zu vergleichen, diskutierten andere über die geometrischen Bezeichnungen der Formen, deren Zusammenhänge und die Ordnung in Gruppen und Untergruppen, wie beispielsweise «Viereck, Rechteck und Quadrat» oder «Dreieck, rechtwinkliges Dreieck, gleichseitiges Dreieck und gleichschenkliges Dreieck». Die leitende LP regte diese Gespräche durch Fragen an, liess jedoch auch die Kinder untereinander diskutieren. Die andere LP und SHP unterstützten einzelne Kinder, wie beispielsweise Sandro, welcher voll gefordert war, den Meterstab zu öffnen und wieder zu schliessen.
Nach dieser Einstiegssequenz führten wir einen «Meterwettbewerb» durch, in welchem die Kinder in zufällig entstandenen Zweierteams versuchten, ohne Messinstrument einen Meter mit Klebeband auf den Boden zu kleben. Danach massen sie nach, berechneten die Abweichung zu einem Meter und notierten diesen. Wer konnte, berechnete die Abweichung in Prozent und notierte dies ebenfalls. Wer dies geschafft hatte, legte die Ergebnisse zum Klebeband und ging im Zweierteam still herum, um die Resultate der anderen Kinder zu betrachten und die Sieger zu finden. Bei dieser ganzen Aufgabe war es faszinierend zu beobachten, wie selbstverständlich die Kinder einander halfen, innerhalb der Gruppe, aber auch übergreifend, sodass sich beispielsweise schon viele, zwar nur kurz, jedoch auf druckfreie Weise durch Kameraden und Kameradinnen mit dem Prozentrechnen befassten, obwohl dies klar eine Zusatzaufgabe war und keineswegs verlangt wurde. Dabei schienen einige schon etwas davon begriffen zu haben, obwohl dies nicht ihren Lernzielen entsprach.
Nach dieser Sequenz teilten wir uns in drei zufällige altersdurchmischte Gruppen auf, in denen die Kinder zu zweit wiederum mit Klebeband die Referenzgrössen von einem Zentimeter, einem Dezimeter und einem Meter auf den Boden klebten. In der Gruppe wurde dann ausgetauscht, wie oft ein Zentimeter in einem Dezimeter und dieser in einem Meter Platz findet. Dabei nutzten wir den Vorteil, dass einige Kinder dies bereits wussten und ihren Kollegen und Kolleginnen erklären konnten. Obwohl jedes Kind beim Kleben der eigenen Referenzgrössen gefragt war, blieb unklar,

wie stark insbesondere Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf aus dieser Sequenz Erkenntnisse ableiten konnten.

Umso wichtiger wurde daher die nachfolgende Tätigkeit, in der jedes Team eine 1m-Schnur, eine 1dm-Schnur und einen 1cm-Streifen erstellte, danach verschiedene Strecken suchten, diese schätzten und mit Hilfe der Gegenstände nachmassen. Wiederum konnten stärkere Kinder die Abweichung berechnen und wer wollte und konnte, in Prozent notieren. Diese Aufgabe schien viele Kinder zu motivieren. Sie machten sich einen Spass daraus, möglichst grosse Dinge, sich selbst oder verschiedene Körperteile zu schätzen und anschliessend zu messen. Dabei gingen sie je nach Niveau und Verständnis unterschiedlich vor. Während die einen ihre selbsterstellten Messinstrumente mischten und die Resultate in unterschiedlichen Masseinheiten notierten, suchten Sandro und sein Partner, welcher durch Zufall ebenfalls sonderpädagogischen Förderbedarf aufwies, vor allem Gegenstände, welche in Metern ausgemessen werden konnten. Somit befassten sie sich intensiv damit, wie lange ein Meter ist und wie oft dieser beispielsweise in der Länge der Wandtafel Platz fand. Dies war für die beiden an sehr angebrachtes Ziel, eine vertiefte Behandlung des Themas, wie dies andere Gruppen leisteten, wäre überfordernd gewesen. Trotzdem war es nötig als SHP, diese Partnerarbeit zu leiten und begleiten. Denn immer wieder kam es vor, dass einzelne Gruppen an Herausforderungen stiessen, welche sie nur durch das wertschätzende, positive Nachfragen der LP oder SHP lösen konnten. Andere Gruppen wiederum mussten dazu angehalten werden, genauer zu messen, detaillierter zu notieren und sich somit stärker herauszufordern.

Nach der Pause arbeiteten wir in den drei Leistungsgruppen, wobei ich das tiefste, jedoch immer noch sehr heterogene Niveau leitete. Wir besprachen zu Beginn verschiedene Behauptungen zu Längen, wie beispielsweise die Höhe des Schulhauses oder das Wachsen eines Haars im Jahr. Durch die Bilder schienen die Kinder recht motiviert und diskutierten angeregt, warum gewisse Aussagen stimmen konnten und andere nicht. Während sie dann anschliessend den eigenen Meterstab verzierten, sammelten wir Ideen für eigene solche Aussagen. Dabei kamen die unterschiedlichsten Themen, vom Eifelturm, über die Schulhausrutschbahn bis zu den Fingernägeln zusammen. Jedes Kind wählte im Anschluss ein Thema aus und versuchte, zu einer möglichst richtigen Aussage zu kommen. Die eigenen Themen schienen dabei sehr motivierend zu sein. Selbst ein Knabe, der sonst kaum für Mathematik zu motivieren ist, befasste sich intensiv mit den Massen des VW-Busses seiner Eltern. Während dieser Arbeit kam es automatisch zu kleineren Sequenzen, in denen sich die Kinder austauschten und einander halfen. Es schien dabei völlig normal zu sein, dass die einen in verschiedenen Masseinheiten arbeiteten, während beispielsweise Sandro seine Rutschbahn in der Anzahl seiner Körperlänge berechnete. Beim

anschliessenden Austausch herrschte eine sehr positive Stimmung, da viele Kinder ihre Arbeit mit Stolz zu präsentieren schienen.
Zum Schluss des Morgens lösten alle Kinder der Mittelstufe am eigenen Platz Aufgaben in der Stillarbeit. Dabei war es durch das breite Angebot des Lehrmittels zwar sehr gut möglich, ähnliche Übungen in unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden anzubieten und den Kindern dabei eine Teilauswahl zu überlassen. Es war jedoch schwierig, die Aufgaben genau auf das Vorhergegangene anzupassen, was dazu führte, dass vieles erklärt werden musste und die Kinder zu wenig schnell in das selbständige Arbeiten gelangen konnten.

5.3.2. Ablauf Mittwoch

Am Mittwoch starteten wir draussen auf dem Pausenplatz mit «Linienfangis» auf dem Sportplatz in den Tag. Danach mussten die Kinder zu viert diesen Sportplatz je auf einer mobilen Wandtafel mit Kreide vor Ort skizzieren. Sie hatten dabei die Möglichkeit, zwischen dem Volleyball-, dem Handball- und dem Basketballfeld zu wählen, welche in dieser Reihenfolge anspruchsvoller wurden. Durch die Kompromissbereitschaft einzelner Kinder und der Möglichkeit, dass auch mehrere Gruppen das gleiche Feld zeichneten, war die Einteilung schnell gemacht. Die Linien des Platzes wurden mit langen Massbändern und einem Meter-Rad ausgemessen und mussten auf der Skizze beschriftet werden. Faszinierend an dieser Gruppenarbeit war, wie selbstverständlich in vielen Gruppen die Aufgaben nach dem Können der Kinder aufgeteilt wurden und wie konzentriert nachher die meisten ihre Aufgabe verfolgten. Während Lars mit einigen Kindern seiner Gruppe begannen, die Skizze massstabgetreu anzufertigen, waren andere Gruppen herausgefordert, die Linien möglichst genau nach Auge abzuzeichnen, die gesuchten Linien genau abzumessen und die gemessenen Längen richtig einzutragen. Sandro beschäftigte sich beispielsweise intensiv mit dem Messen anhand des Meterrades und anschliessend mit einem Kollegen anhand des Messbandes. Auch das Festhalten der gemessenen Zahl und das korrekte Weiterleiten derselben an die Kinder der Gruppe, die zeichneten, waren passende Herausforderungen für ihn.
Gruppen, die schneller fertig waren, befassten sich mit unterschiedlich komplexen Fragen nach dem Beispiel von «Wie oft müsst ihr um den Sportplatz gehen, um gemeinsam einen Kilometer gegangen zu sein?» und probierten dies aus.
Im Anschluss fand das selbständige Skizzieren des vorher in der Gruppe vermessenen Feldes statt. Dies taten die Kinder auf ein A3-Tonpapier im Schulzimmer. Auch hierbei war es erfreulich zu sehen, wie schnell jedes Kind sich selbst genügend herausforderte, ohne sich zu überfordern. Während einige damit beschäftigt waren, sauber mit dem Lineal zu arbeiten und die Skizze nach Auge anzufertigen, waren andere erneut gefordert, den Plan in einem passenden Massstab zu

verkleinern. Das fragende Begleiten der LP und SHP oder das vorhergehende Arbeiten in der Gruppe schien hierbei sehr ertragreich, da viele Kinder dazu angehalten werden konnten, den Massstab richtig zu berechnen und zu notieren. Auch konnten viele durch eine selbst formulierte Erklärung zum Massstab und dessen Bedeutung überraschen.

Nach der Pause arbeiteten wir erneut in den Leistungsgruppen, in denen die Kinder verschiedene Strecken mit Post-it markieren mussten und auf der Rückseite das gemessene Resultat notierten. Wer konnte, schrieb dies in unterschiedlichen Varianten auf. Danach massen sie die Strecken der anderen und verglichen ihr Resultat mit dem auf dem Post-it. Diskussionen über genaues Messen und die Notation in verschiedenen Masseinheiten entstanden und schienen für einige sehr ertragreich. Das Umwandeln in unterschiedliche Masseinheiten besprachen wir nachher in einem geführten Input. Ziemlich schnell war klar, dass dem nicht alle Kinder folgen konnten, da nur wenige das Gesagte nachkonstruieren konnten und das Prinzip der Nacherfindung missachtet blieb. Daher wurde die nächste Aufgabe kurzerhand umgewandelt und die Kinder mussten zu zweit beweisen, dass zehn Dezimeter oder 100 Zentimeter einen Meter ergaben. Dafür musste jedes Team drei Klebebandstreifen von je einem Meter auf die Bank kleben und den Beweis durch Einzeichnen und Erklären erbringen. Dies war zwar für viele eine rechte Herausforderung, nach und nach meisterten es aber einige Kinder und konnten es anderen erklären, welche es dann wiederum weitererklären mussten. Dies brachte schlussendlich doch noch eine erfolgreiche Bearbeitung des Auftrages, trotzdem war diese Sequenz zu wenig vom Kind aus gedacht gewesen. Wäre die Aufgabe konsequent darauf ausgerichtet gewesen, dass die Kinder auch bei diesem schwierigen Thema sämtliche Sachinhalte selbst konstruierten, wäre es vermutlich erfolgreicher verlaufen, denn erst wer durch die Erfahrung zur Erkenntnis gelangte, schien danach die Theorie zu verstehen.

Die anschliessende Stillarbeit war zwar nur kurz, verlief jedoch ruhiger, da die Aufgaben gut zu dem vorher Behandelten passten.

5.3.3. Ablauf Donnerstag

Am Donnerstag starteten wir wieder mit dem bewegten Mathematikeinstig in der Turnhalle. Die Kinder mussten dabei in Gruppen möglichst schnell die Länge der Turnhallte mit zwei Matten ausmessen, ohne dass sie dabei den Boden berührten. Danach schätzten sie in der Gruppe, wie viele Matten ausgelegt werden mussten, um den ganzen Turnhallenboden zu bedecken. Die Diskussionen zur Flächenberechnung in den verschiedenen Gruppen waren sehr schön zu beobachten, da die Kinder durch die gemachten Erfahrungen beim Wettkampf sowie den unterschiedlichen Vorkenntnissen verschiedene Strategien und Erklärungen zusammenbrachten.

In zufällig ausgelosten Zweiergruppen erstellten die Schüler und Schülerinnen anschliessend einen Quadratmeter aus Zeitungspapier, mit dem sie verschiedene Flächen ausmassen. Das Basteln des Quadratmeters war recht anspruchsvoll, führt aber dazu, dass durch das Schneiden, Kleben, Abmessen und Ausrechnen alle Kinder etwas zu tun hatten. Die Begleitung durch LP oder SHP war hier bei einigen Gruppen stark nötig.

Das nachfolgende Abmessen gingen die Kinder motiviert an und verteilten sich über das ganze Schulareal. Obwohl wir zu dritt waren, um die Kinder zu unterstützen, war es in dieser Sequenz schwierig, genau zu sagen, wie viel die Kinder dabei mitgenommen haben. Bei einzelnen Gruppen wurde es im Gespräch während dem Auftrag klar, wodurch wir auch bewusst einzelne Zweierteams ansprachen. Im anschliessenden Austausch in drei Gruppen mit je einer LP oder SHP konnten wir noch weiteres über die Erkenntnisse der Kinder erfahren, welche sie breitwillig einander unterbreiteten. Trotzdem erfuhren wir nicht von allen im gleichen Masse, was sie aus der Übung mitgenommen haben.

In den drei Leistungsgruppen befassten wir uns nach der Pause mit dem Thema Umfang und Flächeninhalt. Dabei ging die Gruppe mit dem einfachsten Niveau nach draussen, um mit den quadratischen Pflastersteinen verschiedene Rechtecke mit Strassenmalkreide zu zeichnen und zu vergleichen. Zum Einstieg wurde bei einem Rechteck aus zwei mal zehn Quadraten Umfang und Fläche bestimmt, markiert und angeschrieben. Danach zeichneten die Kinder in Teams jeweils ein Rechteck aus zwanzig Quadraten. Der gleichbleibende Flächeninhalt und der je nach Form variierende Umfang der entstandenen Rechtecke wurde im Plenum verglichen. Dabei fand der Knabe, welcher mit Sandro im Team war recht schnell heraus, dass der Umfang des Rechtecks viel kleiner sei, wenn einzelne Quadrate ganz in der Mitte seien und den Rand nicht berührten. An dieser selbst gewonnenen Erkenntnis schien er grosse Freude zu haben und erklärte sie sehr motiviert den anderen Kindern. Ohne dass ich gross leiten oder eingreifen musste, steckte dieser Knabe die anderen Kinder an und verschiedene Zusammenhänge wurden diskutiert.

Nachfolgend sollten die Kinder möglichst viele Rechtecke mit dem Flächeninhalt von zwölf Quadraten zeichnen. Durch die vorher gewonnene Motivation wurde eifrig gezeichnet und über den multiplikativen Zusammenhang genauso wie über den Umfang diskutiert. Sogar zwei Mädchen im Alter von Drittklässlerinnen, die noch nichts von Flächenberechnungen gehört haben, erklärten mir, dass vier mal drei zwölf gäbe und sie deswegen wissen, dass diese drei Viererlinien ein Rechteck aus zwölf Quadraten bilden. Ob sie das beim Bearbeiten der Aufgabe, im Austausch mit anderen oder durch die Aufgabe mit dem Quadratmeter mitkriegten, blieb unklar.

Durch den Wechsel der Wetterlage bedingt, zeichneten die Kinder anschliessend Rechtecke mit verschiedenen Flächeninhalten auf kariertes Papier und diskutierten, warum es bei einigen nur

eine Möglichkeit gab, bei anderen ganz viele. Die anschliessenden unterschiedlichen Aufgaben in Einzelarbeit zu Umfang und Inhalt konnten die Kinder nun meist mühelos lösen. Bei Verständnisschwierigkeiten brauchte oft nur danach gefragt zu werden, wie es denn draussen auf dem Platz war, wonach die Kinder im Gespräch mehr oder weniger schnell selbst zur Einsicht kamen. Auch Sandro meisterte die Aufgabe erfolgreich und konnte zwischen Fläche und Umfang unterscheiden. Die einzelnen Fehler korrigierte er selbständig und löste viel mehr, als von ihm anfänglich verlangt war. Er schien es gar besser verstanden zu haben, als ältere Kinder aus den höheren Leistungsgruppen, welche Probleme beim Lösen ähnlicher Aufgaben hatten. Dies überraschte anfänglich, da er draussen beim Austausch im Plenum nicht sehr präsent wirkte und wenig aufzunehmen schien. Vielleicht lag es an der intensiven Zusammenarbeit mit seinem oben erwähnten Partner, der ein Kollege von Sandro ist und für diese Aufgaben sehr motiviert war. Vielleicht hat dieser die Sachinhalte während dem Bearbeiten so benennen können, dass Sandro folgen konnte und einiges verstand. Das lässt vermuten, dass er Sandros Entwicklungsstufe sehr gut wahrnehmen und entsprechen, als sehr passende Lernbegleitung, mit ihm arbeiten konnte. In der Konstruktionsphase scheint in Koppelung mit Lernbegleitung auch von Kindern untereinander ein grosses Potenzial zu liegen.

5.4. Projektauswertung

Die nachfolgende Auswertung des Erprobungsprojekts geschieht in Bezug auf die anfangs formulierten Ziele. Dabei werden die oben beschriebenen Erlebnisse während den drei Projektmorgen durch die Kommentare des Teams ergänzt, interpretiert und die Zielerreichung diskutiert. Es können Schlüsse und Hypothesen bezüglich der beiden Erkenntnisstränge des inklusiven Mathematikunterrichts sowie der Rollen von LP und SHP aufgestellt werden.

5.4.1. Ziel inklusiver Unterricht

Das erste Ziel betraf die Gestaltung und Erprobung eines inklusiven Unterrichts anhand der natürlichen Differenzierung am gemeinsamen Gegenstand. Zur Auswertung werden zuerst die Sequenzen in den komplett altersdurchmischten Gruppen vor der Pause beleuchtet und mit Kommentaren aus dem Team beschrieben, anschliessend diejenigen in den Leistungsgruppen, um schlussendlich auf das Lernen am gemeinsamen Gegenstand allgemein und die damit verbundene Unterrichtskonzeption einzugehen.
Die komplett altersdurchmischten Sequenzen vor der Pause nahm das Team als für die Kinder sehr positiv war. Zwar empfanden sowohl LP als auch SHP das Unterrichten in diesen Sequenzen vor

allem am Anfang als recht streng, da in dieser offenen Struktur viel Führung nötig sei, sie die Augen überall haben müssen und es schwierig sei, allen gerecht werden zu können. Es sei schlicht nicht möglich, mit jedem Kind ein Gespräch über den Inhalt zu führen. Der Wissenszuwachs bei den Kindern durch diese Sequenzen sei teilweise für SHP und LP etwas unklar, trotzdem wurden sie vom Team als sinnvoll und sogar als grosser Gewinn betitelt. Es sei nahe am Denken der Kinder gewesen und schön zu sehen, wie die Schülerinnen und Schüler dieselbe Aufgabe auf dem eigenen Stand bearbeiteten. Ausserdem nannte die LP, dass diese Aufgaben nicht nur das Verständnis der Kinder zu fördern schienen, sondern ihnen auch noch Spass machten. Obwohl die Kinder sich das Arbeiten in dieser Art nicht gewohnt seien und dies vermutlich noch etwas Zeit brauche, wurde dieses Arbeiten als Zukunft eines guten Mathematikunterrichts vermutet, da die Kinder einen Sachverhalt wirklich verstehen mussten, um ihn anwenden zu können. Die Kinder hätten vermutlich gar nicht gemerkt, was sie alles bereits konnten. Die LP mussten nach eigenen Aussagen vom Druck wegkommen, dass am Ende der Stunde sämtlichen Kindern sämtliche Aufgaben richtig gelöst hätten.

Auch die Äusserungen zu den Sequenzen nach der Pause waren positiv. Das Team befand, dass es geeignet war, einen Teil der Inhalte in Leistungsgruppen zu behandeln. Trotzdem sei auch da eine natürliche Differenzierung notwendig, da die Heterogenität auch in diesen Gruppen sehr gross war.

Allgemein schien das Arbeiten am gemeinsamen Gegenstand gut zu funktionieren, da die Differenzierung oft automatisch entstand. Die Kinder gingen die Aufträge von sich aus unterschiedlich an und diskutierten auf ihrem persönlichen Niveau darüber. Da wir oft zu dritt waren, konnten diese Sequenzen meist genügend begleitet und wenn nötig angeregt werden. Doch auch wenn nur zwei LP anwesend waren, wie beispielsweise beim Plänezeichnen am Mittwoch morgen, entstand problemlos eine natürliche Differenzierung und die Kinder lösten das, wozu sie im Stande waren. Oft war es für uns überraschend, wie einfach sich dies ergab, solange ein Auftrag genügend Bearbeitungsspielraum bot. Dass die Kinder selbst genau wissen, was sie können und wie sie sich an solchen Aufträgen herausfordern, tönt eigentlich logisch, war aber für uns sehr faszinierend zu beobachten. Das wir dies viel schlechter leisten würden, wenn wir für alle Kinder entscheiden würden, wie sie eine Aufgabe zu erledigen haben, wurde uns genauso klar, wie die Tatsache, dass wir durch das Beobachten und Arbeiten mit den Kindern in solchen Sequenzen äusserst genau erfahren, was sie bereits können und wo sie förderbedarf haben.

In Bezug auf den Erkenntnisstrang der Rollen von LP und SHP lässt sich also festhalten, dass in diesen natürlichen Lernsequenzen echt integriertes sonderpädagogisches Arbeiten ermöglicht wird. In den Leistungsgruppen ergab sich ausserdem die Möglichkeit, differenzierter zu

beobachten und gezielt zu begleiten. Auch die enge Zusammenarbeit von LP und SHP konnten wir oft erleben.
Bezüglich des Erkenntnisstrangs des inklusiven Mathematikunterrichts lässt sich vermuten, dass die Transparenz der Aufgaben tatsächlich eine natürlich differenzierte Bearbeitung ermöglichten und ausserdem die Leistung des einzelnen Kindes sichtbar machten.

Nebst der allgemeinen Auswertung der Erfahrungen mit den Sequenzen zum Lernen am gemeinsamen Gegenstand durch das Prinzip der natürlichen Differenzierung muss auch die Unterrichtsstruktur als Gesamtes beleuchtet werden, um Aussagen zur Zielerreichung der Erprobung inklusiven Mathematikunterrichts treffen zu können. Das Konzept mit dem bewegten Einstieg, der altersdurchmischten Sequenz vor und den drei Leistungsgruppen nach der Pause sowie der Stillarbeit vor dem Mittag eignete sich auf Grund der Befragung im Team sehr gut für die Projekttage. Im Alltag müsste diese Struktur natürlich angepasst und in unsere Wochenstruktur integriert werden. Grundsätzlich soll sie jedoch nicht vollends verändert werden. Das Team könnte sich beispielsweise vorstellen, die komplett altersdurchmischten Sequenzen in einer fixen Doppellektion ähnlich wie an den Projekttagen zu gestalten, während die Arbeit in den Leistungsgruppen an einem anderen Tag ebenfalls in einer Doppellektion und mit der Erprobung vergleichbar durchgeführt würde, jedoch unter Umständen jeweils mit der Halbklasse. Die Stillarbeitssequenzen könnten auch in den Wochenplan integriert stattfinden, wobei die für das jeweilige Kind passenden Aufgaben direkt im Heft fortlaufend mit dem Kind gemeinsam markiert werden könnten, wodurch das Differenzieren durch Aufgaben zwar bestehen bliebe, jedoch vereinfacht wäre. Das Lehrmittel schien als Hilfsmittel sehr geeignet und liesse sich vermutlich auf die oben beschriebene Arbeit im Alltag anpassen. Ausserdem schien die Art des Arbeitens vielen Kindern Spass zu machen, da sie Freude zeigten am Aufstellen von eigenen Behauptungen und dem Suchen nach Erklärungen oder Beweisen.
Das Unterrichten während den Projekttagen war recht intensiv. Es ist jedoch zu vermuten, dass sich dies durch eine Integration in den Regelunterricht verbessern würde, da das Neue zum Alltag wird. Auch das Lernen mit- und voneinander in verschiedenen sozialen Konstellationen ist zwar für die Kinder nicht mehr ganz neu, wird jedoch vermutlich noch reibungsloser verlaufen, da dies ebenfalls nun auch im Mathematikunterricht erlernt und trainiert würde.
Würden wir nun diese Art von Mathematikunterricht so fortführen, gäbe es Themen und Inhalte, welche in mehr oder weniger abgeänderter Form jedes Jahr wiederkehren würden. Die Schüler und Schülerinnen würden dann vermutlich anders an die gestellten Aufträge herangehen, weil sie die Erkenntnisse und das Erlebte vom vorhergehenden Jahr einbeziehen könnten und die Aufträge

auf höherem Niveau bearbeiten. Dies ist in den Augen des Teams eine Bereicherung, da der eigene Fortschritt erlebt wird, die Anwendung von Erkenntnissen motiviert und die Aufträge genügend offen gestaltet sind, damit Wahl- und verschiedene Umsetzungsmöglichkeiten individuell gestaltet werden können.
Zusammenfassend kann zur Erreichung des ersten Ziels gesagt werden, dass wir in diesen Projekttagen die Gestaltung eines inklusiven Mathematikunterrichts erproben konnten. Das mit- und voneinander Lernen am gemeinsamen Gegenstand funktionierte gut und brachte viele schöne Erlebnisse. Es gab genügend Lernanlässe sowohl für Sandro wie für Lars.
Als tragendes Element in Bezug auf den Erkenntnisstrang des inklusiven Mathematikunterrichts lässt sich also das Lernen der Kinder festhalten. Das heisst, dass ein Wechsel vom bestimmenden Lehren zum handelnden Lernen stattgefunden hat.
Aus der Sichtweise des Erkenntnisstrangs der Rollen heisst das ein Wechsel von der Präsentation eines Inhaltes als Aufgabe zum Begleiten des Lernprozesses. Dies trifft sowohl für LP als auch für SHP zu, jedoch mit anderem Fokus, worauf untenstehend vertiefter eingegangen wird. Im Mittelstufenteam in Reute können wir uns nach dieser Erprobung eine Umsetzung im Alltag grundsätzlich vorstellen.

5.4.2. Ziel Lernbegleitun

Während die Kinder am gemeinsamen Gegenstand nach ihrem Stand arbeiteten, war unser Ziel im Team, ihre Lernprozesse adäquat zu begleiten, zum Mathematisieren, Konstruieren und Beweisen auffordern und anregen, ohne dabei zu belehren. Wir merkten schnell, dass dies eine grosse Herausforderung war, da wir, wie beschrieben, nicht gleichzeitig bei allen Kindern dabei sein konnten. Ausserdem mussten wir genügend Zeit und auch etwas Mut haben, vor allem auch bei schwierigen Sachverhalten nicht sofort einen Lösungsvorschlag zu präsentieren, sondern den Kindern Raum für eigenes Denken zu geben und es auszuhalten, wenn sie an Probleme stiessen. Es funktionierte dann meist sehr gut, wenn wir uns dies im vorherein etwas in Erinnerung riefen. Ausserdem war hilfreich, wenn die stärkeren Kinder eher selbständig oder in Gruppen arbeiteten und sich gegenseitig anregten und halfen, während wir die Kinder mit mathematischem Förderbedarf stärker unterstützten. Dabei ist uns die grosse Qualität der Methode des flexiblen Interviews aufgefallen, da sie sehr individuell auf das Kind und dessen aktuelles Problem ansetzt. Durch das Unterrichten zu zweit oder dritt blieb oft auch Zeit, wirklich darauf eingehen zu können. Trotzdem hatten wir nach gewissen Sequenzen nicht von allen Kindern gesehen, wie viel sie mitnehmen konnten. Zum einen müssen wir vermutlich lernen, das etwas auszuhalten und uns so

zu arrangieren, dass dies in einer nächsten Lektion nachgeholt werden kann. Zum andern konnten wir Einblicke in das Tun der Kinder jedoch auch spezifisch einholen.

Darin zeigte sich dann auch in Bezug auf den Erkenntnisstrang der Rollen der im inklusiven Setting feine Unterschied der begleitenden Tätigkeit der LP und der / des SHP. Während die LP eher das ganze Tun der Klasse überblickte und dort begleitete, wo Kinder grad anstanden oder Hilfe holten, lag es eher im Aufgabenbereich der Heilpädagogik, spezifisch auf die Kinder zuzugehen oder passiv zu beobachten, welche sonderpädagogischen Förderbedarf zeigten. Diese Aufgabenbereiche überschnitten sich jedoch und sollten nach unseren Erfahrungen nicht akribisch getrennt werden.

Damit diese Art des Arbeitens mit den Kindern wirklich funktioniert, muss der Unterricht darum herum gut strukturiert und organisiert bleiben. Das Arbeiten in verschiedenen Sozialformen, inklusive Sequenzen von Einzelarbeit, sind nötig. Ausserdem gilt es auszuhalten, dass die Kinder auch schwierige Sachverhalte selbst konstruieren, damit sie die Inhalte wirklich verstehen und anwenden können, und dass sie dazu genügend Zeit und Anregung brauchen. In Sequenzen, in denen uns dies gelang, konnten wir sogar einen weiteren sehr positiven Punkt feststellen. Während die Kinder Zusammenhänge erforschten, Neues konstruierten und in Beziehung setzten, tauschten sie sich stark aus. Wir konnten beobachten, wie viele Kinder durch diesen Austausch untereinander auch schwierige Inhalte verstanden und sich angeeignet haben, während sie aus Erklärungen von unserer Seite her wenig mitnahmen. Vieles schien also nicht gesteuert von LP oder SHP, sondern durch die Zusammenarbeit der Kinder untereinander gelernt worden zu sein, was zwar nicht gemessen werden kann, jedoch ein grosses Potenzial vermuten lässt, das nicht ignoriert werden darf.

Zusammenfassend kann also zu Ziel zwei festgehalten werden, dass es uns gelang, die Methode des flexiblen Interviews in gewissen Sequenzen anzuwenden. Dies brachte uns Erkenntnisse über das Lernen der Kinder, ihr bereits erworbenes Wissen, sowie Diskussionen und Klärung zu den pädagogischen und sonderpädagogischen Rollen in Bezug auf den zweiten Erkenntnisstrang. Trotzdem gelang es uns nicht immer konsequent, auf Belehrungen, Tipps oder Lösungsvorschläge zu verzichten. Vor allem unter Zeitdruck oder bei schwierigen Inhalten war es eine grosse Herausforderung. Da wir jedoch erleben konnten, wie wirksam diese Methode sein kann, wäre es ein lohnenswerter Schritt, die Anwendung im Unterricht zu üben und zu professionalisieren, der vor allem von der sonderpädagogischen Sichtweise zu verfolgen ist.

6. Diskussion der Ergebnisse

Nachfolgend werden nun zusammenfassend die Erkenntnisse dargestellt. Dabei wird das Projekt, soweit es im Rahmen der Masterarbeit vorangeschritten ist, im ersten Schritt in Bezug auf die drei Erkenntnisstränge evaluiert und reflektiert. Darauf aufbauend können die Fragestellungen beantwortet werden. Schlussendlich wird ein Fazit über den Stand des Projekts gezogen und ein Blick auf die Weiterarbeit geworfen. Denn obwohl wir bereits vieles erreicht haben, ist die Entwicklung zum inklusiven Mathematikunterricht noch nicht abgeschlossen.

6.1. Evaluation und Reflexion

Die drei aus den Fragestellungen abgeleiteten Erkenntnisstränge werden untenstehend einzeln in Bezug auf die Kraftfeldanalyse reflektiert und evaluiert. Dabei gilt zu beachten, dass es sich um eine zusammenfassende Evaluation über den ganzen bisherigen Prozess handelt, da vieles bereits in den «Check»-Phasen während der Implementierung ausgewertet wurde.

6.1.1. Erster Erkenntnisstrang inklusiver Mathematikunterricht

In der sehr heterogenen Klasse wurde in der Kraftfeldanalyse die Herausforderung des Tempos der Bearbeitung der Inhalte beschrieben. Es ist anzunehmen, dass dies in einem inklusiven Mathematikunterricht, wie er in den Projekttagen erprobt wurde, gelöst werden kann, da durch die Öffnung des Unterrichts sowohl Bearbeitungsmethode, Intensität und dafür benötigte Zeit individuell gestaltet werden können. Ein von aussen bestimmtes zu schnelles oder zu langsames Vorwärtsschreiten wird vermieden. Das Finden der Stufe der nächsten Entwicklung scheint den Kindern ermöglicht worden zu sein. Dabei gilt jedoch zu beobachten, ob sich in dieser neuen Situation alle Kinder genügend herausfordern.

Das konstruierende mathematische Tun, welches in der Theorie als für erfolgreiches Lernen zentral bezeichnet wurde, empfanden die Kinder gemäss der Kraftfeldanalyse oft als Zeitverschwendung. Während den Projekttagen konnten sich die Kinder gut auf das kreative mathematische Tun einlassen, ohne einen Druck zu verspüren, die Aufgaben im Heft erledigt haben zu wollen. Die könnte sich jedoch bei der Umsetzung im Alltag ändern, da dann jedes Kind ein eigenes Heft besitzt und dieses während dem Wochenplan bearbeiten kann. Diese beiden Punkte gilt es bei einer allfälligen Umsetzung im Alltag im Auge zu behalten, sodass schnell darauf reagiert werden kann.

In der Kraftfeldanalyse wurde die Schwierigkeit der Lehrpersonen erwähnt, mit vier einzelnen und in sich heterogenen Lerngruppen zu arbeiten, zumal wir im Team oft zu zweit oder dritt arbeiten.

In den Projekttagen konnte diese Schwierigkeit gut gelöst werden, da wir den Unterricht Lerngruppenunabhängig gestalteten. Die beschriebenen Herausforderungen, welche ein Lerngruppenwechsel mit sich bringt, konnte in den Projekttagen nicht direkt angepackt werden. Es ist jedoch zu vermuten, dass auch diese entschärft werden, da die Lerngruppenzugehörigkeit in einem Unterricht, wie wir ihn erprobten und nun für den Alltag anstreben, an Relevanz verliert und die Bearbeitung der Inhalte auf verschiedensten Niveaus möglich ist.
Als hemmender Faktor wurde in der Kraftfeldanalyse das Lehrmittel eingestuft, da es durch die Orientierung an Jahrgängen das Denken in Lerngruppen förderte und für die Umsetzung eines inklusiven Mathematikunterrichts einen grossen Mehraufwand darstellte. Damit war jedoch unser aktuelles Lehrmittel gemeint. Für das Lehrmittel «Mathwelt», welches für die Umsetzung in den Projekttagen gebraucht wurde, trifft dies jedoch nicht zu. Vielmehr war dieses neue jahrgangsübergreifend gestaltete Lehrmittel eine Hilfe, zumal viele Aufgaben leicht spielerisch und handelnd umgesetzt, wie auch ausgebaut werden konnten. Zwar war das Lehrmittel nicht der eine erfolgsbringende Faktor, es hatte aber sicherlich eine helfende und vielleicht auch ermutigende Rolle gespielt. Denn eine Umsetzung im Alltag alleine anhand des Lehrplan 21 ohne der Orientierung an einem Lehrmittel wäre im Moment nicht denkbar.

Für den Erkenntnisstrang des inklusiven Mathematikunterrichts heisst dies, dass eine erfolgreiche Umsetzung möglich ist, wenn in der heterogenen Gruppe am gleichen, offen gestalteten, komplexen Lerngegenstand auf unterschiedlichsten Entwicklungsstufen gearbeitet wird. Dabei müssen in den Phasen der Konstruktion Bearbeitungsmethode, -intensität, -komplexität sowie -zeit für die Kinder individuell zu gestalten sein. Die dazu nötige Lernbegleitung wird deutlich.

6.1.2. Zweiter Erkenntnisstrang Rollen SHP und LP

Aus der sonderpädagogischen Sichtweise wurde in der Kraftfeldanalyse das Problem der Rollenklarheit, sowie des Raums zum individuellen Begleiten von Kindern mit integriert verstärkten Massnahmen oder mit sonderpädagogischem Förderbedarf aufgezeigt. Es ist anzunehmen, dass diesen beiden Problemen in einem Unterricht, wie wir ihn in den Projekttagen erprobten, begegnet werden kann. Die Rolle des / der SHP zeichnet sich für eine inklusive Situation deutlich ab. Ihr / ihm fällt nicht mehr zwingend die Leitung einer ganzen Gruppe zu. Grundsätzlich leiten alle Lehrpersonen die ganze Klasse, wodurch sehr flexibel vereinbart werden kann, bei welchen Kindern in der anstehenden Lektion sonderpädagogische Begleitung oder Beobachtung nötig ist. Dabei muss weder das Kind mit sonderpädagogischem Förderbedarf noch

die / der SHP eine Sonderrolle einnehmen. Die sonderpädagogische Lernbegleitung und Förderung findet in der inklusiven Mathematiksequenz in der Klasse statt.
Die unklare heilpädagogische Rolle im inklusiven Setting, welche vielerorts Fragen aufwirft und von uns anfänglich gar als hemmender Faktor eingestuft wurde, ist durch das Entwicklungsprojekt im Team oft thematisiert worden. Dadurch hat sie für uns an der Schule an Klarheit gewonnen. Eine befürchtete Auflösung fand nicht statt. Im Gegenteil wurde in verschiedenen Situationen und Diskussionen klar, dass es eine sonderpädagogische Expertise braucht und wir konnten diese Rolle für uns sehr passend definieren.

In Bezug auf den Erkenntnisstrang der Rollen von LP und SHP kann also festgehalten werden, dass im inklusiven Setting beide Funktionen notwendig sind und die Aufgabe der professionellen, kindgerechten Lernbegleitung einnehmen. Dabei übernimmt die LP vermehrt das allgemeine Begleiten der grossen Gruppe sowie das reagieren auf spontane Probleme, während der / die SHP tendenziell ihren Fokus auf die Begleitung derjenigen Kinder legt, welche in der betreffenden Situation sonderpädagogische Unterstützung brauchen. Dieser von aussen kaum wahrnehmbarer, jedoch zentraler Unterschied stellt eine grosse Chance für die Sonderpädagogik im inklusiven Unterricht dar.

6.1.3. Dritter Erkenntnisstrang Implementierung im Team

In Bezug auf den Erkenntnisstrang der Implementierung hat sich das Projektmanagement nach dem «Bottom up» Prinzip bewährt. Der flexible Verlauf mit den Orientierungsphasen des «Plan», «Do», «Check» und «Act» ermöglichte dem Team auf der strategischen, lernkulturellen sowie strukturellen Ebene, zu Beteiligten zu werden. Dabei war wichtig, dass unser gemeinsames Ziel von Anfang an geklärt war, die Schritte machbar schienen und die Gewinne aus dem Projekt transparent blieben. So war es auch möglich, Widerstände aufzugreifen und in Energie umzuwandeln.
Dabei gilt es jedoch, die als fördernde Faktoren genannten Komponenten des wohlwollenden innovativen Teams und der Kinder, welche sich an das Arbeiten in altersdurchmischten Gruppen von anderen Fächern her gewohnt waren, nicht zu vergessen. Das Team wie die Klasse stellten sich für die erfolgreiche Implementierung als sehr wertvoll heraus. Ohne die Unterstützung und das Engagement des gesamten Teams wäre es nicht möglich gewesen, in diesem Entwicklungsprojekt innerhalb eines Jahres bereits so weit zu kommen. Auch hat die soziale Stärke der Mittelstufenklasse das Umsetzen in den Erprobungsprojekttagen einiges erleichtert und vieles zu den schönen Erlebnissen und den ermutigenden Erkenntnissen beigetragen.

Es lässt sich also bezüglich des Erkenntnisstrangs der Implementierung festhalten, dass in unserem Team der flexible und trotzdem gesteuerte Verlauf des Projekts erfolgreich war. Das klar strukturierte Vorgehen ermöglichte eine partizipative, zielorientierte und doch realistische Umsetzung, die uns weit brachte. Wir konnten beobachten, wie Sandro und Lars, sowie die ganze so heterogene Klasse am gleichen Inhalt intensiv arbeiteten, miteinander diskutierten und so ganz beiläufig, aber teilweise unglaublich stark auch voneinander profitierten, lernten und Mathematik erlebten. Das Fernziel der Umsetzung eines inklusiven Mathematikunterrichts im Alltag ist bereits etwas näher gerückt. Die Beantwortung der Fragestellungen ist nun möglich.

6.2. Beantwortung der Fragestellungen

Zu Beginn dieser Arbeit standen zwei Fragestellungen. Die erste fragte nach den pädagogischen und fachdidaktischen Elementen, welche sich für unsere Schule zu einem Konzept des inklusiven altersdurchmischten Mathematikunterrichts bündeln liessen. Die zweite fragte nach den ersten Schritten zur Implementierung desselben mit unserem Team.

6.2.1. Fragestellung 1 inklusiver Mathematikunterricht

Inklusion meint, dass in einer Klasse alle Kinder als verschieden angesehen werden, während diese grosse Heterogenität ein Ganzes bildet. Eine Klasse, die gemeinsam lernt, jedoch jeder Schüler und jede Schülerin nach dem eigenen Stand. Verschiedenheit ist normal, das gemeinschaftliche besteht in dieser Verschiedenheit. Ein allgemein gültiges Modell zur Umsetzung eines inklusiven Unterrichts liess sich jedoch aus der Theorie nicht finden.

Erfolgreiches mathematisches Lernen muss nach dem ko-konstruktivistischen Verständnis vom Kind selbst aktiv entdeckend gemeistert werden. Jedes Kind muss demnach mathematische Sachverhalte selbst nacherfinden, mit seinem Wissen in Beziehung setzen und Zusammenhänge sehen, um die Inhalte wirklich zu verstehen. Dies gelingt am besten direkt am Lerngegenstand im Austausch und in Diskussionen mit anderen. Anregende Fragen können weiter unterstützend wirken.

Um inklusiven Mathematikunterricht umzusetzen, muss diesen beiden Anforderungen begegnet werden. Im Prozess der Konzeptentwicklung konnten dazu die für uns wichtigsten Gelingensbedingungen festgestellt werden:

- Es ist eine neue Dimension des Umgangs mit Heterogenität nötig, bei der sich die starke Differenzierung auf natürliche Weise ergibt. Dies gelingt durch eine Öffnung des Unterrichts, wodurch das Lernen auf unterschiedlichen Entwicklungsstufen ermöglicht wird und die Kinder die für sie passende Herausforderung finden.

- Der Mathematikunterricht gestaltet sich dazu themenorientiert. Die ganze heterogene Klasse bearbeitet den gleichen komplexen Lerngegenstand, der eine unterschiedlich starke Vertiefung zulässt.

- Das Lernen nach diesen beiden Gelingensbedingungen fordert vermehrt intensive Konstruktionsphasen der Kinder. Dazu müssen sie nach eigenen Strategien, Tempo und Komplexitätsgrad arbeiten und im Austausch mit anderen lernen können.

Ein Unterricht nach diesen drei Bedingungen fordert pädagogische wie sonderpädagogische Lernbegleitung, welche sich für uns wie folgt definierte:

- Die Begleitung in den Konstruktionsphasen der Kinder soll im Sinne des flexiblen Interviews durch anregende Fragen geschehen, ohne einen Lösungsweg vorzuschlagen. Dadurch konstruiert das Kind Zusammenhänge, Strategien und Erkenntnisse selbst, gelangt somit zu echtem Verständnis und lässt zudem Schlüsse auf den Entwicklungsstand, Strategien und allenfalls nötige Fördermassnahmen zu.

- Die pädagogische Aufgabe dieses Begleitens betrifft in erste Linie die ganze Klasse, sowie Fragen und Anliegen der Kinder im Sinne der Lernprozessbegleitung. Das sonderpädagogische individuumszentrierte Begleiten im inklusiven Mathematikunterricht legt den Fokus hauptsächlich auf Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf und deren Bedürfnisse in diesem offenen Setting. Diese von aussen kaum unterscheidbare, doch für das inklusive Unterrichten nötige Fokussierung muss im Team geklärt sein.

6.2.2. Fragestellung 2 Schritte der Implementierung

Die Implementierung eines inklusiven altersdurchmischten Mathematikunterrichts ist vermutlich von Schule zu Schule unterschiedlich. Es ist jedoch davon auszugehen, dass es in jedem Falle ein langer Prozess ist, welcher sorgfältig geführt, klar strukturiert und flexibel gestaltet werden muss.
In Reute wurden erste Schritte nach dem Entschluss zur Durchführung des Entwicklungsprojekts durch verschiedene Theorieinputs zu den Bereichen der Mathematik, die damit verbundene Didaktik sowie dem konstruktivistischen Lernen derselben genommen. Danach wurden einzelne Projekte im Kleinen ausprobiert, was im Team Mut brauchte, diese Art von Unterricht im grösseren Sinne durch die Durchführung von drei Projektmorgen auszuprobieren. Als Vorbereitung wurde die Theorie zur Methode des flexiblen Interviews für erfolgreiche Lernbegleitung im Team besprochen. Nach der gemeinsamen Sachanalyse, dem Erstellen eines Unterrichtskonzepts für die Tage, sowie der Feinplanung der Inhalte wurde das Erprobungsprojekt durchgeführt, von dem Schlüsse für die Weiterarbeit abgeleitet werden konnten.
Für die Schule Reute hat sich also folgendes Vorgehen für die Implementierung bewährt:

- Das Vorgehen nach den Schritten «Plan», «Do», «Check», «Act» war für unser Projekt sehr geeignet, da es uns einen Orientierungsrahmen bot, gleichzeitig jedoch ein flexibles Reagieren auf die aktuellen Bedürfnisse des Teams ermöglichte.

- Auf der strategischen Ebene wurde von Anfang an im Team das Fernziel des inklusiven Mathematikunterrichts definiert. Dies ermöglichte uns in Übereinstimmung auf eine gemeinsame Vision hinzuarbeiten.

- Um eine Überforderung zu vermeiden, arbeiteten wir auf der kulturellen Ebene an realistischen Zwischenzielen. Die Ängste und Widerstände, welche durch die Änderung der eigenen Lehr- und Lernkultur ausgelöst wurden, konnte durch Partizipation und Machbarkeit aufgefangen und überwunden werden.
  Als Schlüsselmoment der Entwicklung auf der lernkulturellen Ebene ist die Bearbeitung der Methode des flexiblen Interviews festzuhalten, welches uns einen zentralen Schritt weiter brachte.

- Auf der strukturellen Ebene waren ebenfalls kleinere Schritte nötig, damit im Unterricht genügen Orientierung gegeben war. Dies gelang als erster Schritt durch die Anwendung einzelner Aufgaben, welche natürliche Differenzierung zuliessen, wodurch danach die Erprobung anhand dreier Morgen mit dem neuen Lehrmittel möglich wurde.

Nach diesen Schritten auf der lernkulturellen und strukturellen Eben steht als nächster Schritt zur Erreichung des strategischen Fernziels des inklusiven Mathematikunterrichts die Umsetzung im Alltag an. Auch dabei ist es weiterhin nötig, flexibel zu bleiben, auf die aktuellen Bedürfnisse und Schwierigkeiten zu reagieren und machbare Schritte zu planen. Dass dies ebenfalls im Team geschehen muss, ist von zentraler Bedeutung. Im Fazit wird ein Blick darauf geworfen.

Diese zentralen Gelingensbedingungen, die damit verbundenen Anforderungen an das Team sowie der Weg der Implementierung ergaben sich aus der Projektbearbeitung in der Schule Reute. Vielleicht können sie auf ähnliche Situationen übertragen werden und bei Projekten der Unterrichtsentwicklung zugunsten der Inklusion hilfreich sein. Trotzdem sind sie nicht allgemein gültig und sollten dem jeweiligen Team und seinen Bedürfnissen angepasst werden.

6.3. Fazit

Zum Zeitpunkt des Beendens dieser Masterarbeit hat gerade das letzte Treffen im Team zum Bereich Form und Raum stattgefunden (siehe Anhang 21-23; Ablauf, Vortragsinhalt, Übersichtsblatt), an welchem entschieden wurde, dass die nächsten Schritte in Richtung inklusiven altersdurchmischten Mathematikunterricht gewagt werden und wir ab dem Sommer auf das jahrgangsunabhängige Lehrmittel «Mathwelt» umstellen. Dazu wird das bisher Erarbeitete in Form eines Konzepts festgehalten und die geplanten Schritte beschrieben. Wie diese Umstellung den weiteren Verlauf zur Entwicklung eines inklusiven Mathematikunterrichts beeinflusst, wurde im Kapitel der Durchführung als Hypothesen beschrieben, wird sich in der Praxis jedoch erst zeigen.

Wie auch immer der weitere Verlauf des Projekts aussehen wird, die Umsetzung der ersten Schritte im Rahmen dieser Arbeit in Richtung inklusiven Unterricht haben sich bereits jetzt gelohnt. Es war für alle Beteiligten ein schönes Erlebnis, miteinander unsere Schule weiterzuentwickeln und somit auch das Team zu stärken. Auch die Erprobung im Unterricht mit den Kindern gemeinsam brachte wertvolle Erkenntnisse über ihr Lernen und das Potenzial der Inklusion. Dabei war es zentral, nicht auf ein gewisses Ziel hin zu puschen, weder mit dem Team noch in der Unterrichtserprobung. Dies half, gemeinsam unterwegs zu bleiben und durch kleine machbare Schritte schlussendlich weit vorwärts zu kommen. Der Mut und der Wille, im Team weiterzugehen, bringt uns täglich näher an das Ziel der Umsetzung eines inklusiven altersdurchmischten Mathematikunterrichts. Denn wir haben erfahren, dass gelungene Inklusion Freude macht.

7. Literaturverzeichnis

Altrichter, H., Posch, P. (2007). Lehrerinnen und Lehrer erforschen ihren Unterricht. Unterrichtsentwicklung und Unterrichtsevaluation durch Aktionsforschung. Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt.

Freudenthal, H. (1974). Mathematik als pädagogische Aufgabe. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.

Frey, K. (2005). Die Projektmethode. Der Weg zum bildenden Tun (10. Auflage). Weinheim und Basel: Beltz Verlag.

Hengartner, E., Hirt, U., Wälti, B. (2014). Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte. Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht (2. Auflage). Zug: Klett und Balmer Verlag.

Hussman, S., Bronner, I., Lübke, J., Thiel-Schneider, A. (2015). Mathematikunterricht im Ganztag. Lösungsansätze für einen diagnosegeleiteten und differenzierenden Unterricht. Münster: Waxmann Verlag GmbH.

Korff, N. (2015). Inklusiver Mathematikunterricht in der Primarstufe. Erfahrungen, Perspektiven und Herausforderungen. Baltmannsweiler: Schneider Verlag GmbH.

Krauthausen, G. (2003). Entwicklung arithmetischer Fertigkeiten und Strategien – Kopfrechnen und halbschriftliches Rechnen. In: Fritz, A., Ricken, G., Schmidt, S. Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim, Basel, Berlin: Beltz Verlag.

Krauthausen, G., Scherer, P. (2014). Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht. Konzepte und Praxisbeispiele aus der Grundschule. Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett, Friedrich Verlag GmbH.

Lienhard-Tuggener, P., Joller-Graf, K., Mettauer Szaday, B. (2011). Rezeptbuch schulische Integration. Auf dem Weg zu einer inklusiven Schule. Bern, Stuttgart, Wien: Haupt Verlag.

Mast, J.V. (2008). The Roll of Clinical Interview in Lesson Study: Investigating the Possibilities of a New Professional Development Model in Elementary Mathematics Education. Ann Arbor: Pro Quest LLC.

Mast, J.V., Ginsburg, H.P. (2009). A Child Study/Lesson Study: Developing Minds to Understand and Teach Children. In: Lyons, N. Handbook of Reflections and Reflective Inquiry. Mapping a Way of Knowing for Professional Reflective Inquiry. New York: Springer.

Matter, B. (2017). Lernen in heterogenen Lerngruppen. Erprobung und Evaluation eines Konzepts für den jahrgangsgemischten Mathematikunterricht. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Mayring, P. (2002). Einführung in die qualitative Sozialforschung. Eine Anleitung zu qualitativem Denken. Weinheim und Basel: Beltz Verlag

Meister, U., Schnell, I. (2013). Gemeinsam und individuell – Anforderungen an eine inklusive Didaktik. In: Moser, V. Die Inklusive Schule (2. Auflage). Stuttgart: W, Kohlhammer GmbH.

Meyer, S. (2012). Teil II: Beziehungshaltige Mathematik. In: Schweizerische Zeitschrift für Heilpädagogik (7-8). Zürich: Verband Sonderpädagogik e.V.

Moser, V. (2013). Einleitung - Standards für die Umsetzung von Inklusion im Bereich Schule. In: Moser, V. Die Inklusive Schule (2. Auflage). Stuttgart: W, Kohlhammer GmbH.

Philipp, E. (2000). Teamentwicklung in der Schule. Konzepte und Methoden (3. Auflage). Weinheim und Basel: Beltz Verlag.

Pregel, A. (2013). Humane entwicklungs- und leistungsförderliche Strukturen im inklusiven Unterricht. In: Moser, V. Die Inklusive Schule (2. Auflage). Stuttgart: W, Kohlhammer GmbH.

Rothenbächer, N. (2016). Kooperatives Lernen im inklusiven Mathematikunterricht. Hildesheim: Franzbecker Verlag.

Scherer, P. (1999). Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht der Schule für Lernbehinderte. Theoretische Grundlegung und evaluierte unterrichtspraktische Erprobung (2. Auflage). Heidelberg: Edition S.

Scherer, P. (2003). Produktives Mathematiklernen - auch in der Sonderschule?!. In: Fritz, A., Ricken, G., Schmidt, S. Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim, Basel, Berlin: Beltz Verlag.

Schnell, I. (2013). Klassenführung, guter Unterricht und adaptive Lehrkompetenzen. In: Moser, V. Die Inklusive Schule (2. Auflage). Stuttgart: W, Kohlhammer GmbH.

Steiger, T. (2013). Methoden der Gestaltung von Veränderungsprozessen. In: Steiger, T. Lippmann, E. Handbuch Angewandte Psychologie für Führungskräfte. Führungskompetenzen und Führungswissen. Band II (4. Auflage). Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

Steiger, T., Hug, B. (2013). Psychologische Konsequenzen von Veränderungen. In: Steiger, T. Lippmann, E. Handbuch Angewandte Psychologie für Führungskräfte. Führungskompetenzen und Führungswissen. Band II (4. Auflage). Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

Vetter, H. (2013). Projektmanagement. In: Steiger, T. Lippmann, E. Handbuch Angewandte Psychologie für Führungskräfte. Führungskompetenzen und Führungswissen. Band II (4. Auflage). Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

Weisbord, M., Janoff, S. (2001). Future Search. Die Zukunftskonferenz. Wie Organisationen zu Zielsetzungen und gemeinsamem Handeln finden. Stuttgart: Klett-Cotta.

Werning, R. (2013). Inklusive Schulentwicklung. In: Moser, V. Die Inklusive Schule (2. Auflage). Stuttgart: W, Kohlhammer GmbH.

Elektronische Quellen:

Demingkreis (2017). Abgerufen am 11.08.2017 unter
http://blog.ecratum.de/demingkreis-pdca-zyklus

Meyer, S. (2017). Das flexible Interview. Kreative Forschungsmethode – Dialogische Bildung. Die Webseite als Reader. Zürich: Interkantonale Hochschule für Heilpädagogik.
Abgerufen am 29.01.2018 unter:
http://www.interview.hfh.ch/page020a.htm

Lehrplan 21 (2017). Abgerufen am 09.08.2017 unter
https://ar.lehrplan.ch/index.php?code=b|5|0&la=yes

Schule Reute (2016). ...und weiter. Abgerufen am 19.12.2016 unter
http://www.schulereute.ch/crbst_3.html

Interkantonale Hochschule für Heilpädagogik Zürich
Departement 1: Studiengang Sonderpädagogik
Masterarbeit

Anhang

Eingereicht von: Nadine Kruijthof
Begleitung: Stefan Meyer, lic. phil.
St. Gallen, 22. Juni 2018

Inhaltsverzeichnis

1. Protokoll Kick-off 1
2. Grafik zur Diskussion über den Mathematikunterricht 3
3. Matrix des vorhandenen Materials 4
4. Phasenmodell; Übersicht und Zusammenfassung 5
5. Placemat: Ergebnisse der Arbeit in den Stufenteams 9

6. Ablauf Weiterbildungsnachmittag 1 10
7. Vortragsinhalt Zahlenrau 11
8. Übersichtsblatt Zahlenraum 19
9. Abmachungen Weiterbildungsnachmittag 1 23

10. Ablauf Weiterbildungsnachmittag 2 24
11. Vortragsinhalt Operationen 25
12. Übersichtsblatt Operationen 33
13. Spielbeschreibung 37
14. Ideenblatt zu den Aufträgen 41

15. Ablauf Weiterbildungsnachmittag 3 42
16. Vortragsinhalt Grössen, Daten, Funktionen, Zufall 43
17. Übersichtsblatt Grössen, Funktionen, Daten, Zufall 54
18. Methode des flexiblen Interviews 57

19. Übersicht Sach-, und didaktische Analyse 59
20. Planung Projekttage 62

21. Ablauf Weiterbildungsnachmittag 4 64
22. Vortragsinhalt Form und Raum 65
23. Übersichtsblatt Form und Raum 71

1. Protokoll Kick-off

Reute, 10. August 2017

<u>Begrüssung:</u>

- Begründung Themenwahl (persönliche Motivation, Herausforderungen des integrativen, altersdurchmischten Mathematikunterrichts)
  → Konzept als Orientierungshilfe im Team entwickeln
- Ziel des Morgens:
  - Mögliche Inhalte des Konzepts bestimmen
  - Vorgehen an den themenspezifischen Nachmittagsveranstaltungen bestimmen

<u>Input von Nadine:</u>

Überblick über vorhandene Orientierungshilfen (mit Grafik erklärt)

- Lehrplan 21
  - beinhaltet gestuften Kompetenzaufbau in 3 Bereichen pro Zyklus (Zahl / Variabel → für diese Arbeit aufgeteilt auf *Zahlenraum* und *Operationen*, Form / Raum, Grössen / Daten / Funktionen / Zufall)
- Theorie
  - beschreibt Schlüsselmomente im Prozess des Kompetenzerwerbs
  - beschreibt häufige Schwierigkeiten
  - beschreibt adäquate didaktische Vorgehensweisen
  - beschreibt Zusammenhänge und hierarchische Strukturen
- Lehrmittel / Unterricht
  - soll so gestaltet sein, dass das Lernen auf unterschiedlichen Niveaus im gleichen Themenbereich für alle Kinder der Stufe möglich ist
  - bedingt gewisse Öffnung

Überblick über das Material (in Matrix angeordnet und erklärt)

- Lehrplan 21
  → Überschaubar, wenn auf die 3 Bereiche und einen Zyklus aufgeteilt
- Theorie
  → vieles vorhanden zu jedem Bereich
  → auch Theorie zu allgemeiner Gestaltung inklusivem Mathematikunterricht
  → Erläuterung des Modells aus „GanzIn“ als Vorschlag für eine mögliche Orientierungshilfe für unsere Konzeptentwicklung
    - 3 Phasen des mathematischen Lernens
    - pro Phase Beispiele der möglichen differenzierten Umsetzung aus „GanzIn“ und verschiedenen mathematikdidaktischen Büchern
- Lehrmittel / Unterricht

→ vom Lehrmittel „Mathematik“ ausgehend
→ Lehrmittel „Lernumgebungen für Rechenschwach bis Hochbegabt“

Arbeit im Stufenteam

Im Stufenteam (zu zweit) wurde ausgetauscht und Notizen auf das Placemat gemacht, zu den Fragen: *„Welches Material könnte uns an den kommenden themenspezifischen Nachmittagen wie helfen? Was möchten wir anschauen? Was müsste sicher ins Konzept? Was möchten wir nicht?“*
Die Ergebnisse wurden ausgetauscht und die zentralen Punkte in der Mitte des Placemat festgehalten.

Beschluss

Es werden pro Bereich (Zahlenraum, Operationen, Geometrie, Daten & Grössen) 1-2 Nachmittage zur Konzeptentwicklung im Team durchgeführt.

Folgender Ablauf eines themenspezifischen Nachmittages wurde beschlossen:

im ganzen Team:

1. Theorieinput über das jeweilige Thema (Nadine)
   - Schlüsselmomente im Lernprozess
   - häufige Schwierigkeiten
   - durch die Theorie empfohlenes didaktisches Vorgehen

in den Stufenteams:

2. Grundansprüche des Lehrplan 21 anschauen → Überblick
3. Arbeit nach den 3 Phasen
   - zur Phase 1 „Entdecken & Erkunden“ Lernaufgaben finden
   (1-3 Aufgaben, sodass alle Kinder auf ihrem Stand gefordert sind)
   → *Schwerpunkt*
   - zur Phase 2 „Systematisieren & Sichern“ wesentliche Inhalte bestimmen und Frage klären, wie diese nachfolgend zu überprüfen sind
   - zur Phase 3 „Üben & Vertiefen“ bestimmen, wie diese Phase gestaltet werden soll

im ganzen Team:

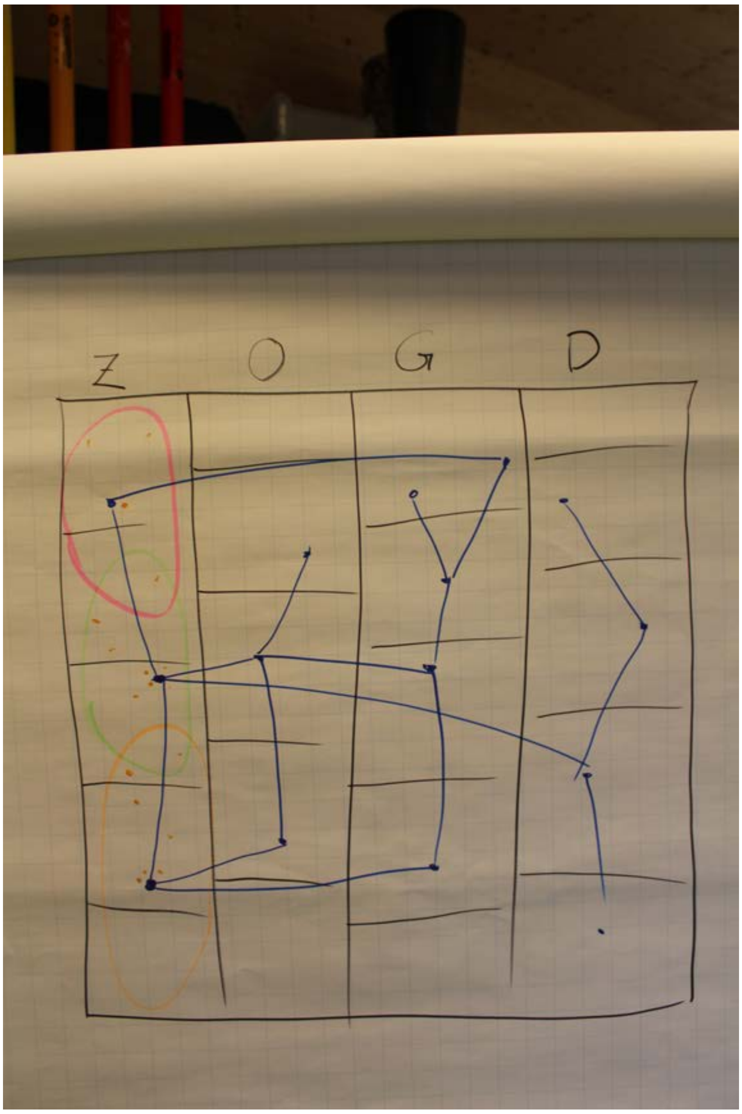
4. Austausch über das Erarbeitete (grob) und Fragen klären
5. nächsten Termin festlegen

Produkt:
Die Zusammenfassung der zentralen Theorie zum Thema sowie Erarbeitetes und Beschlüsse zu jeder Phase werden als Protokoll von Nadine festgehalten und für die Erstellung des Konzepts verwendet.

→ Termin für den ersten themenspezifischen Nachmittag zum Thema *Zahlenraum*:

8. September 2017, 13.30 – 15.30 Uhr

2. Grafik zur Diskussion über den Mathematikunterricht



schwarzer Kasten:
Inhalt Lehrplan 21, Zyklus 2
Z: Zahlenraum
O: Operationen (Zahl&Variabel)
G: Geometrie (Form&Raum)
D: Daten (Daten, Grössen, Funktionen, Zufall)

Blaues Netz:
Theorie, die Schlüsselmomente und Zusammenhänge aufzeigt

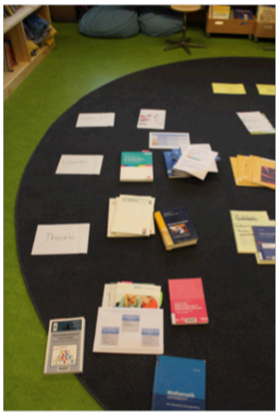
gelbe Punkte:
Kinder der Mittelstufe, die im Kompetenzerwerb an unterschiedlichen Punkten stehen

oranger, grüner, pinker Kreis:
Unterricht, der so gestaltet wird, dass in 1-3 Angeboten jedes Kind der Stufe auf dem eigenen Stand abgeholt und gefördert werden kann

3. Matrix des vorhandenen Materials

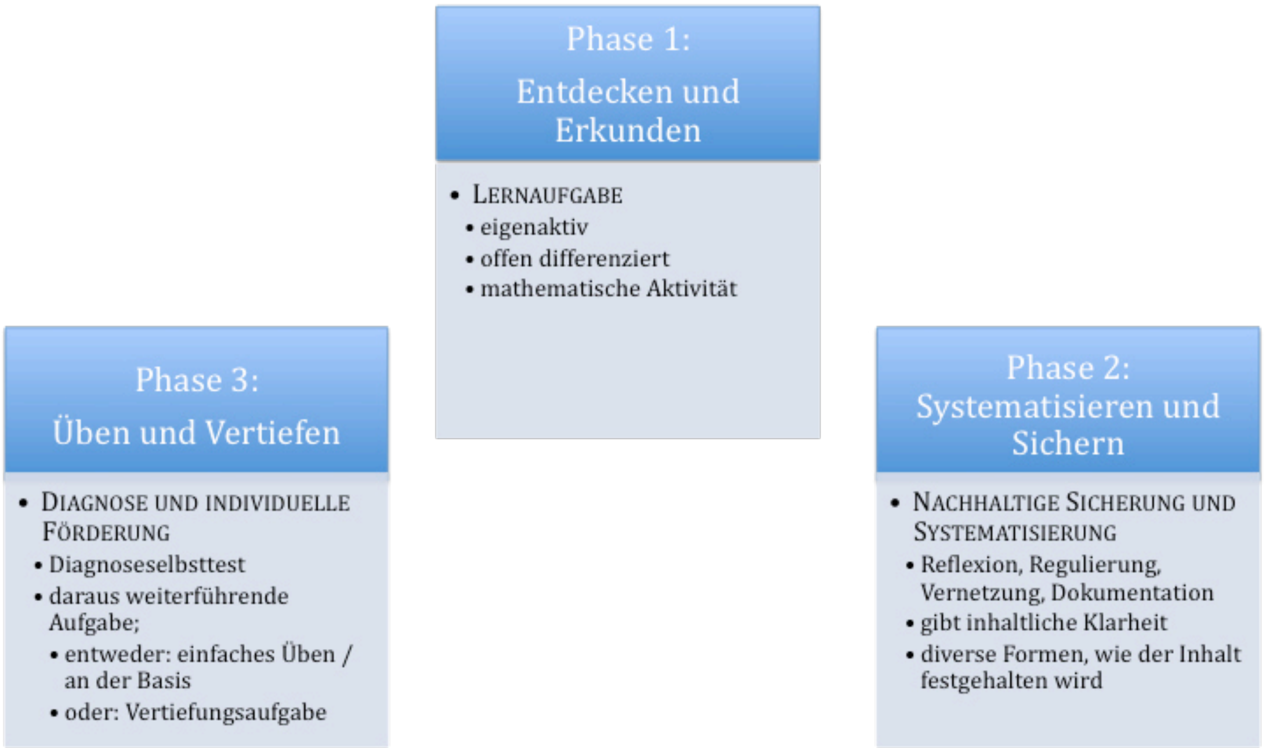
Übersicht (Orientierungs-)Material

	allgemein	**Zahlenraum** - 1 000 - 1 000 000 - Brüche - Dezimalzahlen	**Operationen** - Addition - Subtraktion - Multiplikation - Division	**Geometrie** - Raum - Linie, Form, Körper - Pläne - Symmetrie	**Grössen & Daten** - Länge, Zeit, Geld, Gewicht, Hohlmasse - funktionale Zusammenhänge - Statistik, Kombinatorik, Wahrscheinlichkeit - Sachsituationen
Lehrplan 21		Zahl & Variabel		Form & Raum	Grössen, Funktionen, Daten & Zufall
Lehrmittel	Lernumgebungen für Rechenschwach bis Hochbegabt	Zürcher Lehrmittel Mathematik - Zahlen und Ziffern	Zürcher Lehrmittel Mathematik - Rechenoperation	Zürcher Lehrmittel Mathematik - Geometrie	Zürcher Lehrmittel Mathematik - Grössen und Daten
Theorie	- Diverses zum mathematischen Lernen - Diverses zur Unterrichts-gestaltung in Mathe	- Diverses zum mathematischen Lernen → Bereich Zahlenraum	- Diverses zum mathematischen Lernen → Bereich Operationen	- Diverses zum mathematischen Lernen → Bereich Geometrie	- Diverses zum mathematischen Lernen → Bereich Sachrechnen


4. Phasenmodell; Übersicht und Zusammenfassung

Aus GanzIn - Den drei für die Mathematik typischen Lernphasen wurde je ein Element des Ganztags - Mathematikunterrichts zugeteilt
- zu jedem Element wird beschrieben, wie es vorbereitet und umgesetzt wird



Möglichkeit für Reute: nach diesen 3 Elementen jedes Thema anschauen und jeweils Aufgaben dazu heraussuchen / umwandeln / erstellen

1. Entdecken und Erkunden

<u>aus „Mathematikunterricht im Ganztag“:</u>
Lernaufgaben
- Lernaufgaben gehören vor allem in die Phase des Entdecken und Erkunden (Begriffe kennenlernen und Zusammenhänge sehen)
- beinhalten natürliche Differenzierung

Checkliste zum Erstellen von Lernaufgaben (vgl. S. 29)

<u>aus „Mathematik für individuelle Lernwege öffnen“:</u>
Ich – du – wir – Prinzip (vgl. S. 20ff)
- Ich: Aufgabe alleine bearbeiten
- Du: Austausch und Weiterarbeit mit Partner / Kleingruppe
- Wir: Resultate in Plenum präsentieren

Offene Aufgaben
→ können einfach aus „normalen“ Aufgaben erstellt werden:
Anleitungen (vgl. S. 25 – 44)
SuS sollen...
- ...selber Fragen zu gegebenen Infos finden
- ...Objekte untersuchen
- ...Stellung nehmen
- ...schätzen
- ...

<u>aus „Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht“:</u>
individuelles Lernen ist auf gemeinsames Lernen angewiesen
(vgl. S.49) nach Wittman:
- gleiches Lernangebot (ganzheitlich und komplex) für alle, nicht X Blätter
- SuS entscheiden selbst, wie sie die Aufgabe lösen (jedoch nicht *was* sie lösen)
- nachfolgend findet ein Austausch über die diversen Lösungswege statt

Anforderungen werden genannt:
- an Lernangebot → z.B. Komplexität, Überblick, Diskussionsbedarf (vgl. S. 52)
- an SuS und Unterricht → z.B. aktiv, div. Lösungswege, Warum-Fragen (vgl. S. 57)
- an Lehrperson → z.B. Moderieren, inhaltlichen Austausch ermöglichen (vgl. S. 79)

Substantielle Lernumgebungen (Kriterien und Beispiele, vgl. S. 110ff)
- Anregungen zur eigenen Konstruktion derselben (vgl. S.172ff)

2. Systematisieren und Sichern

aus „Mathematikunterricht im Ganztag“:
Nach Entdeckung und Erkundung muss das Wissen systematisiert werden (vgl. S. 36ff)
- Reflexion, Regulierung, Vernetzung, Dokumentation
- Bezeichnungen werden in der Fachsprache eingeführt und von nun an verwendet
- **Nachschlagewerk** erstellen (zwischen Selbsterfinden und reinem Nachvollziehen die geeignete Form finden, Tipps und Anleitung auf S. 40ff)

aus „Mathematik für individuelle Lernwege öffnen“:
Mathematisches Grundwissen soll den SuS als solches bewusst sein (vgl. S. 57ff)

- braucht Wiederholungen
- festhalten in **Grundwissenkatalog**
- dadurch immer wieder Zusammenhänge sehen und vernetzen

3. Üben und Vertiefen

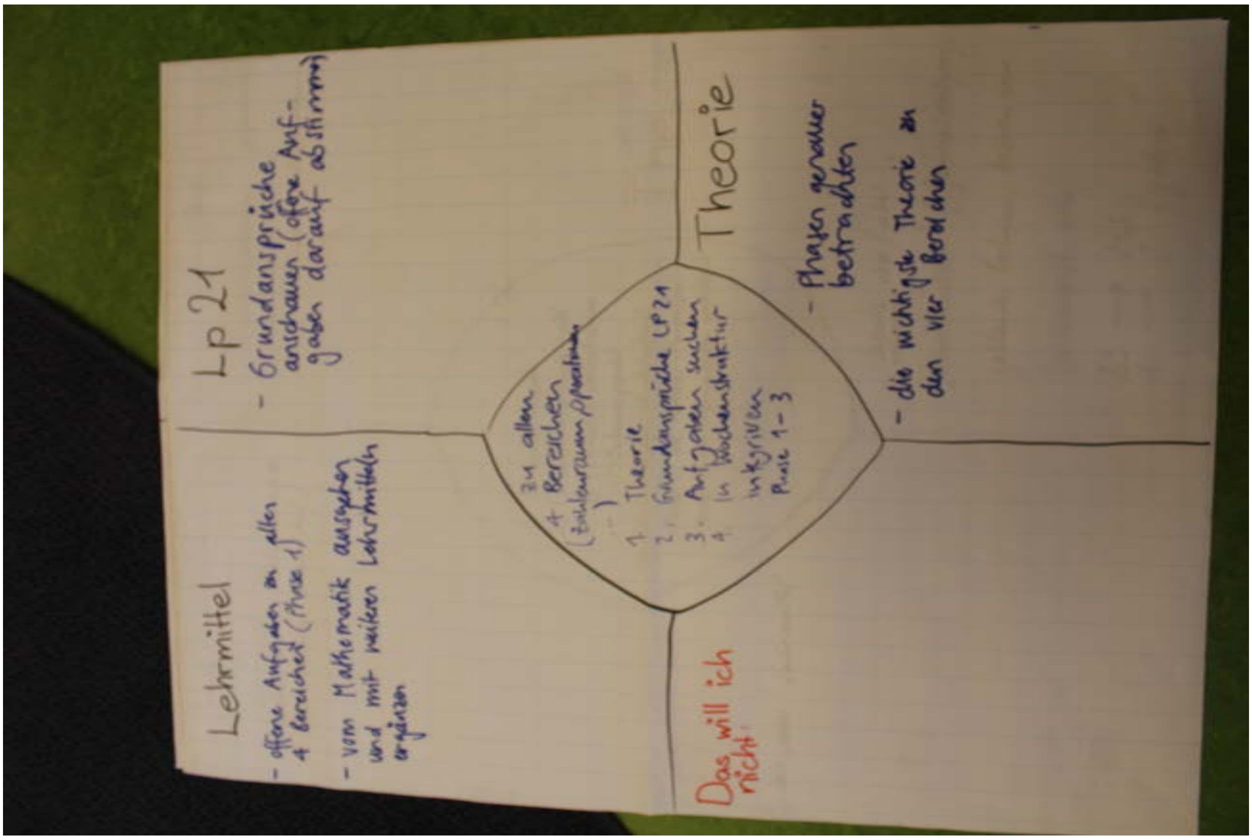
Zusammengefasste Kernaussagen aus „inklusiver Mathematikunterricht“:

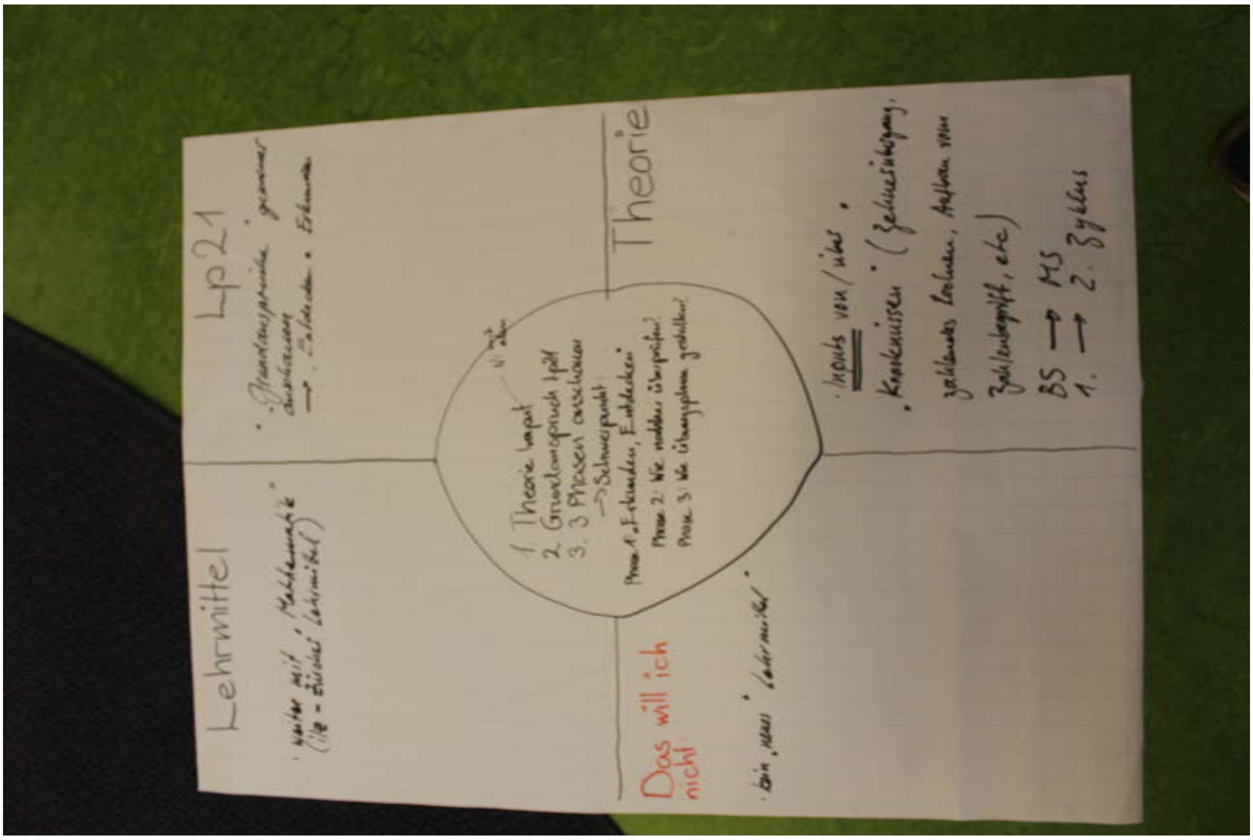
- Konzentration auf fundamentale Mathematik
- diese auf 3 Repräsentationsebenen
- handelnd und im Austausch mit anderen

aus „Mathematikunterricht im Ganztag“:

- SuS lösen einen Diagnose-Selbsttest und korrigieren diesen selbständig (vgl. S.11)
- werden auf Grund des Tests zu Übungsaufgaben auf der Basis oder zu Vertiefungsaufgabengeleitet
- Erklärung, wie das Material eingeführt werden soll (vgl. S. 14)
- Raster zum Erstellen einer Diagnose-Aufgaben, Übungsaufgaben und Vertiefungsaufgaben (vgl. S. 17)

5. Placemat: Ergebnisse der Arbeit in den Stufenteams





6. Ablauf Weiterbildungsnachmittag 1

Altersdurchmischt lernen im Bereich „Zahlenraum“ (Reute, 8. September 2017)

Zeit	**Arbeitsphase**	**Inhalt**	***Ziel***
13:00	Theorieinput	Zahlenraum: - Schlüsselmomente im Lernprozess - häufige Schwierigkeiten - durch die Theorie empfohlenes didaktisches Vorgehen	*Überblick über theoretische und didaktische Grundlagen im Bereich Zahlenraum*
13:40	Arbeit in den Stufenteams Lp21 3 Phasen	1. Durchsicht der Lehrplanvorgaben des jeweiligen Zyklus im Bereich Zahlenraum (Zahl & Ziffer, ohne Operationen) *(10’)* 2. „Entdecken & Erkunden“ → geeignete (offene) Lernaufgaben heraussuchen → grobe Umsetzung der Phase planen *(30’)* 3. „Systematisieren & Sichern“ → zentrale Inhalte herausarbeiten → Art der Überprüfung der Zielerreichung bestimmen → grobe Umsetzung der Phase planen *(20’)* 4. „Üben & Vertiefen“ → geeignetes Übungsmaterial für das Üben und Automatisieren → grobe Umsetzung der Phase planen *(20’)*	*Überblick über die Grundansprüche* *Für jede Phase erarbeiten* *- wie die* ***Umsetzung*** *im altersdurchmischten Unterricht aussehen soll* *- wo das* ***Material*** *zu finden ist* *- welche Themen des Bereichs Zahlenraum nicht altersdurchmischt bearbeitet werden können* *Erarbeitetes pro Phase für das Konzept festhalten*
15:15	Austausch im Team	- Austausch über das Erarbeitete (grob) - Fragen klären - nächsten Termin festlegen	
15:30	Schluss		

7. Vortragsinhalt Zahlenrau

Aus Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe

Scherer, P., Moser Opitz, E. (2010). Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

S.129 Bedeutung des dezimalen Stellenwertsystems lässt sich auf kleinere und grössere Zahlenräume übertragen (gleiche Aspekte der Erarbeitung)
S.129ff wenige Ziffern können durch Stellenwerte jede Zahl darstellen, das müssen SuS ganz begriffen haben
S130 Forschung hat belegt, dass Kenntnisse über Stellenwertsystem bessere Resultate erzielen und spezifische Förderung desselben längerfristig zu besseren Leistungen in Mathe allgemein führt
S131 Erarbeitung des dezimalen Stellenwertsystems in der Grundschule zentral

S.131ff Prinzip der Bündelung: kleineres wird in nächst grössere Einheit zusammengefasst, müssen SuS vielfältig tun, aber SFB im 10er, bis ganz begriffen andere können ev. auch in anderen Systemen
S 312 Entbündelung = Umkehrung→ wichtig für Subtraktion
S 133 Stellenwertprinzip = Notation der Bündelungsergebnisse (Transcodierungsprozess) (Null zeigt an, dass in bestimmter Stelle im Stellenwert keine Bündel vorhanden) zuerst: Zahlverständnis (x Hunderter, y Einer,...) dann: Zahlproduktion (Zahlen selbst schreiben und nennen→ Schwierigkeit der Sprache)
nötiges Wissen:
- Stellenwert (Position der Ziffer in Zahl)
- Multiplikative Eigenschaft (4x1 Hunderter = 4x100)
- Additive Eigenschaft (451=400 + 50 +1)
- Basis 10 (Werte der Positionen wachsen um Zehnerpotenzen; 10=10hoch1 100=10hoch2,...)

Schwierigkeiten:
S. 134ff ist auch auf OS noch so!
- Notation von Stellenwerttafel auf Zahl geht nicht, wenn eine Stelle 0 ist
- 13 Zehner kann nicht übersetzt werden in 1 Hunderter 3 Zehner
- Rückwärtszählen ist aufschlussreich: welche Stelle wird verändert
S. 137: richtiges Material für richtigen Zweck nehmen!!
* Hunderter-, Tausenderfeld: kardinal→ Grössenvorstellungen entwickeln, Anzahl strukturiert darstellen, Zerlegen von 100 /1000
* Hundertertafel, Tausenderbuch: ordinal, Position, Anordnung, Gesetzmässigkeiten des Zahlaufbaus und Schreibweise, Strukturen und Muster sichtbar
*Zahlreihe: ordinal und kardinal, Rangordnung, Nachbarn, Zählstrategien
* Zahlenstrahl: ordinal (Ordnung nach Strich) und kardinal (Anzahl Abstände), sehr komplex für SFB schwierig
S. 140ff: Folgen für den Unterricht
weil verschiedene Materialien sehr komplex: braucht viel Zeit, ist aber auch Chance flexibel zu werden, Zahlenraum ganzheitlich erarbeiten (geht auch besser um natürlich zu differenzieren), Zahlenraum bis 1 000→ erst dann wird dezimale Struktur ganzheitlich sichtbar, grössere Zahlen motivieren, mit Spiralprinzip Aufgaben aus 20er mit 1 000 verknüpfen und Analogien finden, früheres Unbewältigtes in neuem Kontext repetieren
S. 141ff: Bündelungsprinzip erarbeiten (strukturiert zählen & Dienes,) muss unbedingt mit Stellenwerten verbunden werden! → Ergebnis in Stellenwerttafel notieren (dasselbe mit Entbündeln), Darstellung von Zahlen auf möglichst viele Arten, auch Stellenwerttafel mit verschiedenen Darstellungen (15 Einer)
S. 144: Aktivität an Zahlenreihe und Zahlenstrahl

Aus Handbuch Rechenschwäche
Fritz, A., Ricken, G., Schmidt, S. (Hrsg.). Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim, Basel, Berlin: Beltz Verlag.
S 220 Hürden: 1. Übergang ordinal-kardinal, 2. Zahl = Zusammensetzung aus anderen Zahlen (Teil-Ganzes-Konzept), 3. Stellenwertkonzept (dann: Rechenoperationen als Teil-Ganzes-Konzept, und Basisfakten rasch abrufen)

Scherer, P. (2003). Produktives Mathematiklernen - auch in der Sonderschule?!. In: Fritz, A., Ricken, G., Schmidt, S. Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim, Basel, Berlin: Beltz Verlag.
S. 426: vor allem für SFB: aktiv und einsichtig lernen, wiederholtes Nachmachen und üben führt nicht zur Erkenntnis

Aus Heilpädagogischem Kommentar zum Zahlenbuch
Moser Opitz, E., Schmassmann, M. (2008) Heilpädagogischer Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch 3. Zug: Klett und Balmer Verlag.
- Hunderter- / Tausenderfeld, Dienes für kardinal → für Veranschaulichung Zahlenraum
- Hundertertafel / Tausenderbuch → Position der Zahl→ ! nicht zum Rechnen!
- Zahlenreihe / -strahl → für ordinal, Rangordnung (-reihe), Platzieren (-strahl)! nicht zum Rechnen!
- Rechenstrich → Anordnen, Abläufe protokollieren
- Stellentafel → Übersetzung Zehnerbündelung in formale Schreibweise

S. 41 → zum Handeln gehört auch, dass Übersetzen ins abstrakte und zurück fördert erst Verständnis vom Material, erst dann wird es zur Hilfe!
→ Ablösen vom Material durch inneres Vorstellen der Handlung nach Ausführung
Kenntnisse für die MS zum Zahlenraum:
Zahlenraum bis 1 000 sicher aufbauen
Zahlenraum bis 1 000 000 sicher aufbauen
Vorstellung von Brüchen und Dezimalzahlen erlangen

Moser Opitz, E., Schmassmann, M. (2008) Heilpädagogischer Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch 4. Zug: Klett und Balmer Verlag.
S.6 für SFB ist extrem wichtig, dass sie eigene Wege gehen können; wenn vorgezeigt→ sie verstehen Weg nicht, oder vermischen sie mit eigenen, auch wenn eigene Wege oft kompliziert sind: diese verstehen, respektieren und fördern
- eigener Weg entspricht den momentanen individuellen Voraussetzungen
- wenn Weg ungeeignet: im Austausch mit SuS oder LP alternative Wege kennenlernen und ausprobieren und nachvollziehen und anwenden

Moser Opitz, E., Schmassmann, M. (2008) Heilpädagogischer Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch 5+6. Zug: Klett und Balmer Verlag.
S. 5 Lücken müssen zuerst aufgearbeitet werden, bevor mit weiteren Inhalten gearbeitet werden kann: nicht vorher alles, sondern zeitgleich
S. 6 Themen über Primarschule:
bis 20, bis 100, bis 1 000 bis 1 000 000
überall darin: Zählen, Dezimalsystem begreifen, bündeln, entbündeln, zerlegen
→ Zwanziger-, Hunderter-, Tausender**feld**, Hunderter**tafel**, Tausender-, Millionen**buch**, Zahlenstrahl

S.7
Produktives üben:
- Serien von Aufgaben die systematisch variieren → Zusammenhänge sehen
- Fragestellungen zum Problem (Rechendreiecke, Zahlenmauern) → systematisches Probieren, Forschen, Problemlösen
- Datensammlungen zu Problem in Sachzusammenhang bringen → mathematisieren
automatisierendes üben: es braucht automatisiertes Wissen für Weiterentwicklung von Einsichten

S. 8 aktiv - entdeckendes Lernen
bis 4 Klasse ist es für SFB wichtig, beim Aufbau der Zahlenräume eigene Wege zu gehen, dabei aber von LP unterstützt, diese Wege zu verändern, wenn ungeeignet
nachher ab 5. ist aktiv-entdeckend im Sinne von neue Sachverhalte wieder zu erfinden und – entdecken; fällt leichter, je flexibler vorher gedacht wurde

HKZ 3 + 4 + 5&6 Lernstandserfassungen im Vergleich
S. 13, 13, 9

1. Zählen / Zahlwortreihe

zu Beginn: Anzahl abzählen, dann: Zählen in Schritten grösser 1 wichtig, um vom zählenden Rechnen wegzukommen und in 10er / 100er / ... Schritten für ordinale Erschliessung
Förderung: Ausreichend Zählübungen auch mit älteren Kindern, dann rückwärts & in Schritten→ bekannte Zahlenräume mit neuen vernetzt und Analogien sehen

2. Zahlaufbau im Dezimalsystem

5&6 S. 10 Einsicht in dezimale Struktur zentral → gibt bis in OS Probleme
muss bis 1 000 sitzen, weil nachher muss abstrahiert werden
→ kardinal und ordinal muss verstanden werden!
Förderung:
Zahlen schreiben und lesen (nicht nach Rezept! wichtig ist nur, dass an richtiger Stelle)

3. Material

S.10 Zahlenreihe (ordinal) → Rangordnung und Zählstrategie
S. 11 Zahlenstrahl (ordinal) → Erkennen von dezimalen Grössenbeziehungen, Zahlen platzieren, in Schritten zählen, Übergänge (10er / 100er /...) erarbeiten
S. 11 Stellentafel → Übersetzung von Material in Stellenwertsystem
auch Hunderterfeld, - tafel und Tausenderbuch mit älteren Kindern benützen
muss sitzen, bevor mit Dezimalzahlen begonnen wird!

3 → bis 1 000:
S.69 Zahlen richtig schreiben können, im Zahlenraum orientieren bis 1 000
→ Wenn Aufbau der Zahl aus dezimalen Einheiten wichtig: Dienes + Stellwert
S. 71 bei neuen Zahlenraum: zuerst Orientierung (noch nicht rechnen), verschiedenes Material parallel erkunden, auch wieder Übertragung auf Zahlenraum bis 100
S. nicht alles Material beherrschen können, einfach mal kennenlernen, Zusammenhang zu bekanntem (bis 100), viel Zeit für Tausenderbuch (nicht damit rechnen!)
S. 77 mit Tausenderstrahl für SFB anspruchsvoll; damit zählen in Schritten, nicht rechnen! und mit anderem Material verknüpfen
S. 79 SuS mit Hilfe Material selbst wählen lassen

4 → bis 1 000 000:
S. 69 bis 1000 000 zuerst ganzheitlich anschauen, damit begriffen werden kann, Analogien zu 1 000 Raum wichtig, noch nicht rechnen, wenn noch zu abstrakt: nochmals 1 000er-Raum anschauen, unterschiedliche Schreibweisen (mit und ohne Lücke) thematisieren und Vor- und Nachteile besprechen
S.71 Millionen-Buch: Entstehung und Herstellung des Mio-Buch verstehen

S. 73 genügend Zeit für Zahlaufbau und lesen und ordnen von grossen Zahlen, Material zuerst einzeln intensiv erarbeiten, dann immer wieder Beziehungen thematisieren und verknüpfen
S. 75: wichtig, dass SuS begreifen, dass Wert der Ziffer von Position abhängt, dazu die Übersetzung von Zahlen in Stellwerttafel nach Materialerkundung sehr wichtig (auch im 1 000 Raum) → Plättchen auf Stellwerttafel
S. 77 Mio-Strahl: ist anspruchsvoll → zentral ist, die Anordnung zu verstehen
S.113 BRÜCHE: zuerst zentral: Bedeutung der Bruchzahlen, Beziehung zum Ganzen

5&6 → festigen:
S. 70: den Aufbau der natürlichen Zahlen verstehen, Analogien zwischen kleinen und grossen Zahlenräumen herstellen (Einer und Tausender, Zehner und 10 000, usw.)
S.75 spezielle Zahlen thematisieren (gerade und ungerade, Quadratzahlen, Primzahlen, Teiler, Vielfache
→ erforschen, unterscheiden, erkennen
S. 87: BRÜCHE: Vorstellung von Brüchen aufbauen mit Alltagssituationen: Beziehung teil - ganzes so sehen, Bedeutung und Darstellung an Modellen sehen
S.94 DEZIMALBRÜCHE: Aufbau verstehen, Bedeutung und Schreibweise verstehen Beziehung ganze und gebrochene Einheiten verstehen, Nachbareinheiten zum Ordnen

aus HKZ 5&6:
Brüche
S. 87 Erfahrungen müssen relativiert werden: kleinere Zahlen nicht zwingen kleinerer Wert; gleiche Werte können in auf beliebig viele Arten ausgedrückt werden; gleiche Brüche sind nicht zwingend gleich gross (½ von 100 / ½ von 20 / von Kuchen)
unterschiedliche Bedeutungen von Brüchen: Punkt auf Zahlenstrahl, Beziehung zwischen zwei Zahlen (3 von 4), Division, Verhältnis (3 zu 4)
→ damit Bruch ganz verstanden werden kann: auf verschiedene Arten veranschaulichen (Punktefeld, Rechteck-, Kreismodell, Streckenmodell)
→ Bruch = absolute Grösse, wenn Bezug auf gleiches Ganze (auf Zahlenstrahl→ dort hat Bruch festen Platz (zw. 2 Zahlen liegen unendlich viele Brüche), bei Masseinheiten ,...) / Bruch = relativ (in Bezug div grosse Ganze, div grosse Anzahl)

Dezimalbrüche
S. 93 verschiedene Zugänge:
- von Grössen ausgehend (z.B. 1.50 Fr)
- vom Dezimalsystem ausgehend: Zahlenstrahl füllen und zwischen je zwei Zahlen neue Abschnitte machen (10, dann dazwischen wieder 10, ...), an Stellentafel darstellen
- von Brüchen ausgehend, ein Bruch kann als Dezimalbruch geschrieben werden
→ diese Zugänge immer wieder miteinander in Verbindung bringen
Umdenken:
- Zwischenraum auf Zahlenstrahl wird unendlich gefüllt
- mehr Stellen nicht zwingen = grössere Zahl

→ allgemein: in jedem Zahlenbuch wird als Vorkenntnisse das Thema zum Zahlenraum von vorher genannt (auch bei Brüchen)

Padberg, F. (2002). Didaktik der Bruchrechnung. Gemeine Brüche. Dezimalbrüche. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag GmbH
S. 31: Brüche als Grössenkonzept anschauen sinnvoll, und als Operatoren, Rest zu schwierig
S. 35ff nach Padberg: Teil vom Ganzen (von Pizza), Masszahl (1/2 km), Operator (1/2 von 12), Verhältnis, Quotient, Lösung der linearen Gleichung, Skalenwert, Quasikardinalität → überlappen sich
S.40 diese Aspekte& unterschiedliche Schreibweisen & Repräsentationsarten für sich betrachten und nachher aktiv im Unterricht verknüpfen
S. 48 zu Bruch als Teil von Ganzen gelangen möglich durch: 1 : 4 * 3 (Ganzes vierteln und dann 3 Teile nehmen) oder 1 * 3 : 4 (dreimal das Ganze nehmen und auf vier aufteilen) SuS sollen zuerst die Unterschiede der beiden Vorstellungen gründlich kennenlernen und dann merken, dass man mit beiden auf das gleich Ergebnis kommt
Für Entwicklung des Bruchzahlbegriffs muss S verstehen:
S.50 - *Ganzes* wird in *X gleiche* Einheiten zerschnitten, in wie viele? wie gross ist 1 Teil in Bezug auf Ganzes? Wie viele Teile werden angeschaut?
S.53 – Eine Grösse kann durch verschiedene Brüche benannt werden
Erweitern & Kürzen:
S. 60: Verständnis durch zerlegen, mit verschiedenen Modellen → Kreis weiter zerschneiden, Strecken unterschiedlich einteilen, Blätter falten...
S. 68: schwieriger Unterschied: Erweitern kann man mit jeder Zahl, aber nur durch gemeinsame Teiler kürzen
S. 70: Schwierigkeit: Beim Erweitern & Kürzen von Bruch bleibt dieser trotzdem gleich gross (Namen sind verwirrend)

Dezimalzahlen
S.200 Gut verstehen lernen; weil ordnen und verstehen oft einfach als bei Brüchen, geschieht es oft zu schnell und Ähnlichkeit zu nat. Zahlen wird zu stark betont (Unterschiede zu wenig), so entstehen dann diese Fehlerstrategien für ordnen:
- Zahlen ohne Komma anschauen
- Zahlen hinter Komma anschauen wie die vor dem Komma 0.15 > 0.2
- Stellen zählen und je mehr desto kleiner

Schink, A. (2013). Flexibler Umgang mit Brüchen. Empirische Erhebung individueller Strukturierungen zu Teil, Anteil und Ganzem. Wiesbaden: Springer Spektrum.
S. 351 Es müssen unterschiedliche Konstellationen von Teil – Anteil – Ganzen bearbeitet werden, alle 3 Perspektiven eingenommen werden und Struktur und Zusammenhänge benannt werden, dass facettenreiche Grundvorstellung erarbeitet werden kann.
S.353 Verständnis für Zusammenhänge wird durch operative Vorgehen gefördert
„Ganzes“ ist entscheidend, kann (auch durch Alltagsbezug) unterschiedlich interpretiert werden und beeinflusst Strategien und Vorgehensweisen
Teil und Anteil bestimmen stellen unterschiedliche Anforderungen!
S.22 Grundvorstellungen bilden Übergang von Mathematik zu Welt und umgekehrt (Modellierungskreislauf nach Hofe)
S. 23 Grundvorstellungen von Brüchen und Operationen
nach Malle: Bruchzahl als Teil eines Ganzen, relativer Anteil, Vergleichsoperator, Resultat einer Division, Verhältnis, Quasikardinalzahl, Quasiordinalzahl, absoluter Anteil
S. 24: SuS müssen verschiedene Grundvorstellungen erwerben und dann je nach Sit. die richtige auswählen
→ alles sind spezifisch inhaltliche Deutungen von Zusammenhängen zwischen Teil, Anteil und Ganzem
S. 25 Bruch als Teil eines Ganzen→ ½ des Kuchens, wird oft für Einstieg ins Thema gebraucht, ist sehr wichtig, aber darf nicht nur darauf fokussiert werden!

S. 26 Bruch als relativer Anteil (multiplikative Teil-Ganzes Relation) → 2/3 von 12 Bonbons sind 8, schwierig weil ganzes = eine (12/12) und 12 Bonbons → ist optisch nicht „ganz“→ 2 Sichtweisen: Einteilung des Ganzen (Anzahl Teilmengen) + Mächtigkeit einer Teilmenge
S.27 erweitern = verfeinern, kürzen = vergröbern (Anzahl der Stücke verändert sich)
S.45 SuS müssen mit verschiedenen Ganzen umgehen lernen
S.48ff SuS müssen Einheiten bilden und umbilden können (multiplikativ denken→ Beziehung zw. zwei Mengen bleibt konstant) (2/8=1/4, ...)
S.58 Umgang mit verschiedenen Konstellationen: Ganzes ist da, finde 2/3 – 2/3 vom Ganzen sind umkreist, wie heisst der Anteil (Bruch; 2/3 finden) – 2/3 und Bild von 2/3 ist da, wie sah ganzes aus? (sowohl mit 1 Ganzes, als auch mit relativem Anteil)
S. 62 SuS müssen operative Beziehungen nützen können (in Aufgaben wie auch selbstinitiiert) um von einer Konstellation Gesuchtes zu finden → z.B. „Also, wenn diese 6 Bonbons 1/3 vom Ganzen ist, dann :2 damit auf 1/3 des Ganzen, und das dann *3, damit auf Ganzes.“

aus Wahlmodul «Grundlagen und Basiswissen der Mathematik»
allgemein:
Geht immer um vielfältige Muster → nicht in erster Linie um das Ergebnis
3 Arten von Mustern:
- numerisch (mit Zahlen)
- geometrisch (gezeichnet)
- algebraische (mit Formel)
  - je flexibler der Umgang mit diesen 3 Mustern, desto einfacher werden Muster entdeckt
  - Material im Schulzimmer haben, damit ausprobiert werden kann
  - SuS sollen immer möglichst **viele Notizen** und **Zeichnungen** machen, auch wenn sie das Gefühl haben, dass es nicht stimmt → niemals nur im Kopf!
  - braucht immer viel Zeit, um in die Aufgabe reinzukommen → **weniger ist mehr!!** (Lieber eine Aufgabe lösen und **verstehen,** als 4 und diese nicht wirklich verstanden)
  - immer wieder in den **Austausch** kommen → Mathe darf nicht nur leise sein!
  - muss wirklich bedeutsam sein

aber für alles: es braucht die **Grundfertigkeiten**→ es braucht Phasen, in denen sich das Gelernte einschleifen kann; **Achtung: erst wenn Verständnis da, eintrainieren**

Zahlenraum
Zählkompetenz (vollständig reversible Zahlwortreihe) ist Grundlage für Erwerb des Zahlbegriffs

Überblick Zahlenräume/Zahlbereiche

1. Klasse	bis 24	und darüber hinaus
2. Klasse	bis 100	und darüber hinaus
3. Klasse	bis 1000	und darüber hinaus
4. Klasse	bis 1 000 000	
5. Klasse	Brüche und Dezimalzahlen	
6. Klasse		

Zuerst verstehen (bis 1 000)
dann Muster übertragen

1. Klasse: Zahlbegriff

- Zahlen verstehen
- Flexibel zählen können
- Stellenwertverständnis
- Verständnis für das Teil-Ganzes-Konzept
- Zahlen zerlegen können
- Verdoppeln können
- Halbieren können

das muss zuerst klar sein, bevor Operationen kommen

zentrales Material:
Ziel 1:
Ordnung, System verstehen (ordinal):

- Zahlenstrahl: für Orientierung im Zahlenraum → für Reihenfolge, Ordnung nicht zum Rechnen
- 100er-Feld, Tausenderbuch, ...: jede Zahl hat ihren Platz → gut für Übungen um sich zu orientieren

Ziel 2:
Mengenbegriff bilden, Hilfe beim **Rechnen** (kardinal):

- Punktefelder (20er, 100er, 1000er), ist handelnd→ noch flexibler (und darum eher basaler) als Dines, weil 105-8 wirklich gemacht werden kann
- Dienes-Material → damit im Tausenderraum rechnen, bis dieser gefestigt ist, dann kann abstrakt von Millionenwürfel gesprochen werden, aber nicht das Material verwenden!
- Stellenwertkarten: Vorteil gegenüber Stellenwerttafel→ Nullen sind noch sichtbar

am Besten: nicht mehr als das oben genannte
es ist ungefähr so aufbauend (Zahlenstrahl zuerst, dann....)
schlussendlich auch Zahl in allen Varianten darstellen, Material zusammenbringen

5. Klasse, Brüche:

- aus diversen Gründen sehr anspruchsvoll (verschiedenste Darstellungen für eine Zahl; keine eindeutige Menge, braucht immer Bezug; kein Vorgänger / Nachgänger; Multiplikation kann kleiner / grösser werden ...)
- darum viel mit Modellen (v.a. Kreis und Rechteck)→ ganze 5. + 6. Klasse nur damit arbeiten, nie vollständig abstrakte Aufgaben
- am besten hat jedes Kind eine Schachtel mit Modelteilen bei sich
- laut Lp21 nur mit gewissen Nennern und immer mit Modell (LP gehen oft zu weit)
- eine offene Aufgabe für alle wäre z.B. Netzwerk zeichnen

aus Vorlesungsunterlagen vom Wahlmodul «Mathematische Grundvorstellungen und Basiskompetenzen aufbauen, ausbauen und vernetzen»
erst die unterschiedlichen Aspekte einer Zahl machen die Gesamtheit des Zahlbegriffs aus → Bei strukturierten Aufgaben, SuS können sie schnell lösen, ohne verstehen→ müssen es versprachlichen, handelnd beweisen

Zahlaspekte:
- Kardinalaspekt = Zahl als Beschreibung von Anzahl (benennt Mächtigkeit)
- Ordinalaspekt= Ordnungszahl als Rangplatz (der wievielte?), in Reihenfolge (kommt vor 4 und nach 2)
- Masszahlaspekt = Grössen bezeichnen
- Operatoraspekt = Vielfachheit der Handlung beschreiben
- Rechenzahlaspekt = Zahl für Rechnung brauchen
- Codierungsaspekt = kennzeichnen Dinge (Tel.-nummer)

Lernbereiche:
- Festigung und Vertiefung des Zählens (Vorstellung der Zahl als Kardinalzahl→ SuS sollen vieles zählen)
- Zahlen darstellen und erfassen (verschieden darstellen, damit enaktiv, ikonisch, symbolisch verbunden werden kann)
- Zahlen zerlegen (innere Struktur → Teil-Ganzes-Beziehung)
- Zahlen vergleichen und ordnen (Beziehung zwischen Zahlen)
- Reihenfolge und Ordnungszahlen
- Die Zahl Null, Null als Rechenzahl
- Zahlen schreiben
- Dezimales Stellenwertsystem!!!!

aus Konzept BS:

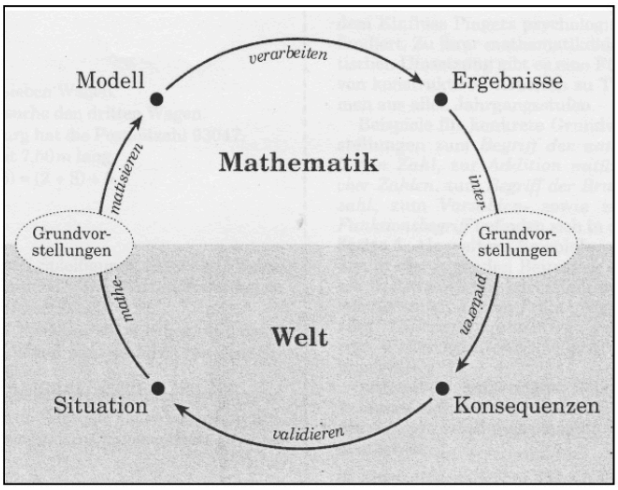
Zwanziger- Hunderterfeld (kardinaler Aspekt)
strukturiert und nur Punkte, klare Fünfer- und Zehner- und Hunderterstruktur
→ rasche Mengenerfassung möglich
→ Unterstützung zur Veranschaulichung der Grundoperationen
→ soll intensiv verwendet werden, damit sich innere Bilder aufbauen, die mentales Operieren ermöglichen
Material brauchen, dass Handeln erlaubt (Dienes)

Ordinale Veranschaulichung verleitet zum zählenden Rechnen!!

8. Übersichtsblatt Zahlenraum

Theoretische Grundlagen zum Zahlenraum

Modellierungskreislauf nach Hofe



Grundvorstellungen in der Mathematik sind nötig, um:

- eine reale Situation in die Mathematik zu übersetzen.

- zu einem mathematischen Problem eine reale Situation zu erfinden.

→ beide Wege sind zu üben
→ richtige Lösung hier nicht zentral

Aspekte des Zahlbegriffs & Material

Ordinalaspekt:
Zahl = Ordnungszahl (Rangplatz oder Reihenfolge)

für Grundvorstellung: Orientierung im Zahlenraum, (in Schritten) zählen, Zahlen platzieren

Material:
- Zahlenstrahl
- Zahlenreihe
- 100er Tafel, Tausender-, Millionenbuch

Kardinalaspekt:
Zahl = Beschreibung der Anzahl (Mächtigkeit)

für Grundvorstellung: Mengenbegriff bilden, strukturierte Mengenerfassung, Aufbau innerer Bilder

Material:
- Punktefelder
- Dienes – Material
- Plättchen

Schwierigkeiten beim Erwerb der Grundvorstellungen

1. Übergang ordinales Zahlverständnis – kardinales Zahlverständnis
2. Zahl als Zusammensetzung aus anderen Zahlen (Teil – Ganzes – Konzept)
3. Stellenwertkonzept, dezimales Zahlverständnis

Stellenwertkonzept
Prinzip der Bündelung
→ muss handelnd erarbeitet werden (bündeln + entbündeln)
→ braucht vertieftes Verständnis
- Stellenwert (Position der Ziffer in Zahl)
- Multiplikative Eigenschaft (4x1 Hunderter = 4x100)
- Additive Eigenschaft (451=400 + 50 +1)
- Basis 10 (Werte der Positionen wachsen um Zehnerpotenzen)

→ mit vielfältigem Material erarbeiten (Zweck prüfen!)
→ Analogien zum kleineren Zahlenraum nutzen

Didaktische Überlegungen zum Zahlenraum
unterstützendes Material:
Das Material wird erst verstanden und somit zur Hilfe, wenn damit ins Abstrakte übersetzt wird und umgekehrt. Die Ablösung vom Material geschieht durch das Vorstellen der Handlung.

produktives Üben:
- Zusammenhänge in Aufgabenserien sehen
- systematisches Probieren, Forschen, Austauschen, Mathematisieren
- Automatisieren; automatisiertes Wissen ist nötig für die Weiterentwicklung von Einsichten

Die SuS sollen beim Aufbau der Vorstellungen zum Zahlenraum aktiv - entdeckend eigene Wege gehen, denn diese entsprechen den momentanen individuellen Voraussetzungen. Die Lp versucht, diese Wege zu verstehen, zu respektieren und zu fördern. Gegebenenfalls unterstützt sie die SuS, diese Wege im Austausch zu verändern, falls diese ungeeignet sind.

Theoretische Grundlagen zu den Brüchen

Grundvorstellungen der Brüche

1. Bruch als Teil eines Ganzen (3/4 einer Pizza)
2. Bruch als relativer Anteil (3/4 von 12 Bonbons)

→ Dabei gilt es zu verstehen:
Ein Ganzes / eine Menge wird in mehrere **Teilmengen** (wie gross?) zerlegt. Davon wird eine bestimmte **Anzahl / Anteil** angeschaut (Wie viele?).

Schwierigkeiten beim Erwerb der Grundvorstellungen:
- verschiedene Schreibweisen für eine Zahl
- die kleinere Ziffer hat nicht zwingend den kleineren Wert
- Bruch ist keine eindeutige Menge
- der Wert verändert sich durch das Erweitern / Kürzen nicht

Didaktische Überlegungen zu den Brüchen
- mit möglichst verschiedenen Modellen, mit Alltagsbezügen arbeiten
- früh thematisieren, dass das Ganze nicht immer 1 ist, unterschiedlich veranschaulichen
- Beziehungen Teil – Anteil – Ganzes in unterschiedlichen Situationen begreifen
  → aus allen 3 Perspektiven damit handeln
- die verschiedenen Aspekte betrachten und anschliessend verknüpfen

Erweitern und Kürzen
→ als „Verfeinern“ und „Vergröbern“ thematisieren (Menge verändert sich nicht)
→ Schwieriger Unterschied: Erweitert werden kann durch jede Zahl, kürzen nur mit gemeinsamen Teilern

Theoretische Grundlagen zu den Dezimalbrüchen

Grundvorstellungen der Dezimalbrüche

1. Aufbau der Dezimalbrüche
2. Beziehungen von ganzen und gebrochenen Einheiten

Schwierigkeiten beim Erwerb der Grundvorstellungen:

- Der Zwischenraum zwischen zwei natürlichen Zahlen wird auf dem Zahlenstrahl unendlich erweitert.
- Mehrere Stellen bedeuten nicht unbedingt einen höheren Wert.

Didaktische Überlegungen zu den Dezimalbrüchen

- über unterschiedliche Zugänge thematisieren:
    - ausgehend von Grössen (z.B. 1.50 Fr.)
    - ausgehend vom Dezimalsystem (Zahlenstrahl in kleinere Einheiten zerlegen)
    - ausgehend von Brüchen (Bruch als Dezimalbruch schreiben)
- diese Zugänge miteinander in Verbindung bringen
- Ähnlichkeiten und Unterschiede zu den natürlichen Zahlen thematisieren (wenn ein zu starker Fokus auf die Ähnlichkeiten genommen wird, entstehen Fehlstrategien)

9. Abmachungen Weiterbildungsnachmittag 1

Allgemein:

A&B als eine Gruppe
C&D als eine Gruppe
→ wenn möglich ganze MS gleiches Thema

Entdecken und erkunden:

- Eine offene Aufgabe (z.B. Fermi), welche die ganze Mittelstufe an einem Donnerstagmorgen bearbeiten kann
  → diese Aufgabe finden und definieren
- Ansonsten arbeiten A&B und C&D an jeweils kürzeren offenen Aufgaben zusammen
  → eine Liste mit offenen Aufgaben zu zentralen Themen, die in der Doppellerngruppe bearbeitet werden können erstellen

Systematisieren und Sichern:

- Eher Lehrpersonenzentriert
- In vier getrennten Niveaugruppen
- Mit A resp. B mündlich; zentrale Inhalte erfragen (mehrmals, in verschiedenen Lektionen)
- Mit C resp. D in Form eines Hefteintrages festhalten

Üben und Vertiefen

- In vier getrennten Niveaugruppen
- Übungen aus dem Heft → davon eine individuell sinnvolle Auswahl
- Buch als individuelle Ergänzung (Basis repetieren oder als Vertiefung)
- Online Übungen oder Blitzrechnen mit Bild für Verständnissicherung, oder zur Automatisierung
- UND falls möglich Übungen, die mit der offenen Aufgabe aus dem Kurs zusammenhänge

10. Ablauf Weiterbildungsnachmittag 2

Altersdurchmischt lernen im Bereich „Operationen" (Reute, 8. September 2017)

Zeit	Arbeitsphase	Inhalt	*Ziel*
13:00	Theorieinput	Operationen: - Schlüsselmomente im Lernprozess - häufige Schwierigkeiten - durch die Theorie empfohlenes didaktisches Vorgehen	*Überblick über theoretische und didaktische Grundlagen im Bereich Operationen*
13:40	Arbeit in den Stufenteams Lp21 3 Phasen	1. Durchsicht der Lehrplanvorgaben des jeweiligen Zyklus im Bereich Operationen (Zahl & Ziffer, ohne Zahlenraum) *(10')* **2. „Entdecken & Erkunden"** **→ geeignete (offene) Lernaufgaben heraussuchen (MS: eine für alle, Liste für A&B / C&D)** **→ grobe Umsetzung der Phase planen** *(40')* 3. „Systematisieren & Sichern" → zentrale Inhalte herausarbeiten → grobe Umsetzung der Phase planen *(15')* 4. „Üben & Vertiefen" → geeignetes Übungsmaterial für das Üben und Automatisieren → grobe Umsetzung der Phase planen *(15')*	*Überblick über die Grundansprüche* *Für jede Phase erarbeiten* *- wie die **Umsetzung** im altersdurch-mischten Unterricht aussehen soll* *- wo das **Material** zu finden ist* *- welche Themen des Bereichs Operationen nicht alters-durchmischt bearbeitet werden können* *Erarbeitetes pro Phase für das Konzept festhalten*
15:15	Austausch im Team	- Austausch über das Erarbeitete (grob) - Fragen klären - nächsten Termin festlegen	
15:30	Schluss		

11. Vortragsinhalt Operationen

Moser Opitz, E., Schmassmann, M. (2008) Heilpädagogischer Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch 3. Zug: Klett und Balmer Verlag.
S.43ff Ablösung vom zählenden Rechnen
Für erste Klasse ist zählend eine entwicklungsmässige Strategie, nachher muss aber loslösen, weil:
. mit grossen Zahlen wird es schlussendlich unmöglich zu zählen
.es fehlt meist Vorstellung der Operation, z.B. wegnehmen... das wird dann für Brüche nötig
. Ist sehr fehleranfällig
. Jede Rechnung WIRD als Einzelfaktum, losgelöst von anderen Rechnungen gesehen, Ableitungen vom 1+1 oder 1-1 fehlen
. Anzahlerfassung fehlt, das SuS nur in Einer-Schritten zählt
. Weil es viel Zeit braucht verliert S oft den Überblick über Gesamtsituation
. Rechenschritte sind nicht ersichtlich
... dynamisches verwenden der Finger gefährlich
... statisches soll gefördert werden, Kraft der fünf...

Förderung:
. Gutes Material, Fünferstruktur sichtbar, Material ohne angeschriebenen Zahlen verwenden, um vom zählenden rechnen wegzukommen
. Operative Beziehungen nutzen, Zahlen nutzen können
Kern-, + und Merkaufgaben *

Halbschriftlich
Wichtig für Entwicklung mathematischen Denkens
. Aufbau von Zahlvorstellung und Operationsverständnis
. Entdeckung und Anwendung von Rechengesetzen
. Basisstoff verstehen und Transfer machen
. Sus mit SFB sollen nicht alle Wege verstehen, sondern den für sie persönlich besten finden, brauchen dazu Veranschaulichungen und Material
. Protokollieren kann hilfreich sein, darf aber nicht seitenweise verlangt werden, sorgfältig abwägen, wann sinnvoll und notwendig und wann nicht
. S soll selbst herausfinden, wie protokollieren im persönlichen Rechenweg am besten geschieht

Schriftlich
Wenig Einsicht
Können aber Hilfe sein
Dürfen nicht rezepthaft auswendig gelernt werden, da nachher wieder vergessen und fehleranfällig
→ Die beiden nicht gegeneinander ausspielen, beide einsetzten, der Situation angepasst

S.63 Schwierigkeiten im halbschriftlichen
. S findet eigenen Lösungsweg nicht oder kann nicht protokollieren
. Lösen durch Zählen
. Sehen Zusammenhang im Päckchen nicht
. Tauschen bei 41-6 — 6-1
. Finden den vorhergegangenen Zehner nicht
.... überprüfen, ob S den aktuellen und vorhergegangenen Zehner nennen kann
.... ob zehn ohne rechnen dazu genommen werden kann
.... ob Zehnerergänzung, Zahlzerlegung und Verdopplung verstanden und automatisiert haben

S.65ff Multiplikation und Division
Vor Division Umkehraufgaben verstehen

Sagen können ob ganzes gesucht oder ganzes bekannt und mit Situationen aus dem Alltag verknüpfen

S.65ff Schwierigkeiten
. Division nur als Prinzip der Umkehrung nicht als Teilen der Grundmenge
. Bringen Frage nach einem Faktor nicht mit Malrechnung in Verbindung
. Verstehen nicht was Rest heisst und wie gross der maximal sein kann

S.85
Rechnen im Tausenderraum
Wichtig für SFB
. Keine Normalverfahren, verschiedene Wege vorschlagen, aber nicht fix, sondern S ermutigen, eigene auszuprobieren
. Wenn eigener Weg ungünstig, im Austausch mit anderen oder LP anpassen
Schwierigkeiten ist oft das Entbündeln
Material auch verwenden: Tausenderbuch, Dienes, Stellenwertkarten ... da bei Addition beide Zahlen darstellen, bei Subtraktion nur Subtrahend oder Minuend, zum Ergänzen oder Abziehen
. Verschiedene Materialien für eine Rechnung, damit SuS das für sie beste Material finden

S.89
Runden und Überschlagsrechnung ist wichtige Kompetenz
Für sfb oft schwierig, weil sie keine Vorstellung haben oder im Detail hängen bleiben
Geht erst, wenn Addition und Subtraktion im Tausenderraum verstanden
Förderung...
. sagen, wo Zahl dazwischen liegt, Hilfe ... Zahlenstrahl
. Mit Alltag verknüpfen, wo braucht man es, Rechengeschichten finden

S.91
Zahlenstrahl nur verwenden, um Rechnungsrichtung zu zeigen ... verleitet sonst zum zählenden Rechnen..., Operation mit Rechenstrich ausführen

S.95
Zehner1*1
Aus Verständnis vom Einmaleins und Zehnersystems entwickeln
Viele Anlässe um zu verstehen, was bei mal oder durch Zehn geschieht ... aus Einer werden Zehner ... oder umgekehrt. Nur so verstehen sie das Anhängen oder Streichen der Null
Oft Beziehungen zum kleinen Einmaleins thematisieren und passende Aufgabe vom andern finden auch mit Dienes - Material beide Aufgaben legen

S.105
Schwierigkeiten mit grossem Einmaleins
(23*5)
Frage 100=—*10 nicht verstanden, da für sie Antwort ist, 10*90 = 100 weil sie al als plus nehmen
Streichen Nullen mechanisch ohne Verständnis
Können Zwischenschritte zu wenig speichern
Multiplizieren nur den Zehner oder nur den Einer 20*5+3 oder 20+5*3
Förderung durch:
. Distributivgesetz am Hunderter oder Tausenderfeld auffrischen
. Aufgaben mit Material zum Dezimalsystem legen und bei Multiplikation erzählen, was passiert... Einer werden Zehner usw.

Scherer, P., Moser Opitz, E. (2010). Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
S.118ff
Schwierigkeiten beim Erlernen des Einmaleins
. Kann nicht vollständig automatisiert werden, auch später nicht, Kernaufgaben nicht automatisiert
. Beziehungen zwischen einzelnen Aufgaben werden nicht genutzt
. Kommutativgesetz wird nicht genutzt
. Erweiterungen nicht eindeutig begriffen, sondern durch bedeutungslose Regel (hänge eine Null an) durchgeführt, was später verwirrt (Z. B. wenn schon Null im Resultat oder mehrere Nullen...)
. Wenn isoliert gelernt ist Rückschluss auf anschauliche Ebene kaum leistbar (S kann Malrechnung nicht zeichnen)

S.121 Grundvorstellungen 1*1
Zeitlich-sukzessive Modell
Kombinatorische Modell
Räumlich simultane Modell (Darstellung in Bündeln oder Punktefeldern) Punktefelder Vorteile: kommen oft im Alltag vor, leicht uminterpretierbar, Kommutativgesetz ersichtlich, Unterschied zur Addition gut ersichtlich, Produkte mit Hilfe von Fläche veranschaulicht

S.122Förderung 1*1
Automatisierung als langfristiges Ziel, weg dabei zentral:
. aktiv entdeckend aneignen
. Schon bei Einführung individuelle Sichtweisen einbringen können
. Zu eigenen Wegen ermutigen, auch SFB
. Einsicht in vielfältige Beziehungen macht Verständnis, verinnerlicht und hilft beim Behalten [auch Bezug zur Addition bei Einführung machen] Strukturen finden und dazu dann Rechnungen aufschreiben und einzeichnen, dann auch Unterschied thematisieren zur Addition, dass nicht jede Addition in Multiplikation übersetzt werden kann
. S muss verstehen, dass es div. Aufgaben zur gleichen Situation gibt, die konventionelle Weise (lesen in Zeilen) erst später fokussieren
. Auch von Rechnung ausgehen und Veranschaulichung zeichnen oder reale Situation dazu finden

Erst wenn ganz verstanden, Beziehungen zwischen den Operationen sehen
(126 Achtung es gibt auch schlechte Darstellungen in Punktefeldern)
Tauschaufgabe
Nachbaraufgabe: S muss lernen, dass schwierige Aufgabe mit Hilfe von einfachen gelöst werden kann, wichtig, dass nicht nur formal, sondern auch veranschaulicht
Alle Aufgaben können von den Kernaufgaben abgeleitet werden, diese Strategie zur Herleitung von neuen Aufgaben müssen S aktiv konstruieren und nicht nach Schema X vorgehen, Strategien können auf div. Arten angewendet werden für gleiche Rechnung
Auch verdoppeln und halbieren ansprechen, auch hier veranschaulichen, nicht nur symbolisch, Gemeinsamkeiten nennen und begründen
Aufgaben mit Null integrieren und bewusst thematisieren, nicht einfach auswendig lernen

S.127 Im späteren Lernprozess:
Vielfältige Aktivitäten zur Vertiefung:
Versprachlichen
. operative Päckchen
. Substanzielle Aufgabenformate...
Dabei auf verschiedenen Repräsentationsebenen wechseln üben, übersetzen

S.128 Automatisieren
Nicht zu früh, Flexibilität und das Nutzen von Beziehungen ist Voraussetzung
Dann geht automatisieren besser
Kann bei vergessen auch rekonstruiert werden
Teil wird nicht alles schaffen, aber besser die Kernaufgaben und die direkt ableitbaren automatisiert haben, als auswendig gelernte Reihen

129
Variationen der Zahlen, um zu differenzieren, mit offenen Aufgaben empfohlen

S. 148
Informelle Rechenstrategien und schriftlich:
Grundsätzlich für alle zuerst Möglichkeit, eignen Weg zu gehen, als konventionelle Art zu lernen
Dabei austauschen über eigene Strategie
Dann beim Übergang zu schriftlich eigene Wege müssen Relevanz behalten
Konventionelle Weg verknüpfen mit eigenem, ist gut für Verstehen
Immer wieder charakteristische Merkmale und Strategien herausarbeiten und diskutieren

S. 148ff
Addition
Zuerst guter Zahlbegriff und Zählkompetenzen
Im Zwanzigerraum Automatisierung des Eins-plus-eins und Eins-minus-eins

149ff
Im Hunderterraum
Das vom 20er übertragen
Strategien:
. Stellenwert extra, wird oft gewählt und ist meist einfach, aber viele Teilschritte nötig, kann nicht an z. B. Rechenstrich veranschaulicht werden, in Subtraktion schwierig, weil Resultate zusammengezählt werden müssen, obwohl es minus ist und bei Stellenwertüberschreitung sehr schwierig (oft wird dann Subtrahend und Minuend vertauscht)
... wird oft von SuS gewählt, auch wenn sie nicht thematisiert wird, darum: andere Strategien thematisieren, dass Alternativen da und Stellenwert extra thematisieren auch bei Subtraktion, dass SuS Schwierigkeiten kennen
. Schrittweise
. Hilfsaufgabe
. Vereinfachen
... nicht alle können, sondern eigene finden, die passt, v.a. am Anfang
S. 153ff
... Notation kann verschieden sein, den SuS offen lassen, wenn SuS eigene Notation nicht von sich aus machen, dann auf Veranschaulichung stützen oder zusammen mit LP übersetzen
... Unterschied klar zwischen Notation für sich zum Merken und korrekter Notation, die andere nachvollziehen können sollen
Braucht immer auch Phase der Reflexion über Strategie, Wege der Notation vergleichen, unbedingt auch benennen, hilft beim Notieren und beim Blick auf allgemeines lenken
... weil SuS SFB nicht von sich aus Einsicht haben immer wieder im Klassenverband thematisieren

Im Tausenderraum
S.156
Strategien des Hunderterraums erweitern
S. 157
Schriftlich
Ist immer vorgegeben und gibt Unterschiede bei Schritten und Notation bei Operationen... bei kleinsten oder grössten Stelle beginnen..., ist mit Ziffern, könnte als Algorithmus eingeprägt und ohne Verständnis auch richtig genutzt werden, sind dann aber fehleranfällig
SFB brauchen häufig schriftlich, auch wenn ganz einfache Rechnungen, Leistung ist aber signifikant schlechter
Soll mit Einsicht bearbeiten werden
Übergang von halbschriftlich zu schriftlich ist wichtig, dass verstanden
Bezug zu Strategie Stellenwert extra bei Addition
Ist zwar einfachstes schriftliches Verfahren, die Probleme sind aber ähnlich
Wenn Stellenwert überschritten wird, ist Notation schwierig, darüber reden und mit bewusstmachen der Stellenwerte thematisieren
Auch wenn Null kommt treten Fehler auf... wird bei Notation weggelassen

S160
Bei anderen Operationen ist Übergang von halbschriftlich zu schriftlich komplexer und aufwendiger
Grundsätzlich braucht Einsicht und flexibler Umgang mit Stellenbeziehungen beim schriftlichen viel Zeit
Wenn aber operative Beziehungen von Anfang an genutzt werden, ist Chance höher, dass schlussendlich verstanden wird und Rechenwege ob individuelle oder schriftliche werden auch von SFB mit vertiefter Einsicht genutzt

aus Vorlesungsunterlagen vom Wahlmodul «Mathematische Grundvorstellungen und Basiskompetenzen aufbauen, ausbauen und vernetzen»

Multiplikation

Voraussetzung für Verständnis:
- Multiplikation als Anzahl (wie viel, 4+4+Klötze)
- als Bezeichnung des wie oft? 3x diese 4 Klötze

→ handelnd erarbeiten, erfahren lassen

Aspekte:
- zeitlich sukzessiver Aspekt (Wiederholung eines Vorgangs)
- räumlich simultaner Aspekt (gleichartige Mengen mit gleicher Mächtigkeit)
- kombinatorischer Aspekt (Wie viele Möglichkeiten?)

Gefahr bei Automatisierung 1x1 : zu früh, zu schnell, zu viel auf einmal, zu wenig vernetzt

Division

Vorkenntnisse: Multiplikation verstanden (Feld& Operation), 1x1 teilweise automatisiert (Merkaufgaben,) Leerstellenaufgaben 3x____=12
1. Grundvorstellung: : Verteilen: 25 Bonbons auf 5 Kinder verteilen
2. Grundvorstellung: Aufteilen, Messen, enthalten sein in; in Halle mit Länge xy werden Matten mit z Länge abgelegt, wie viele passen nebeneinander? → wenn z kleiner als 1 wird Resultat grösser (30: ½ =60)

Es braucht beide Vorstellungen, damit nachher mit Brüchen gerechnet werden kann
diese beiden handelnd erarbeiten (Rest ist normal!)

Aufgaben:
Aus gelösten Aufgaben erkennen, welche Kenntnisse und (Fehl-) Vorstellungen vorhanden sind
Aufgaben bezüglich verlangter Vorstellungen und Kenntnisse analysieren
Aufgaben dem Entwicklungsstand anpassen

aus Wahlmodul «Grundlagen und Basiswissen der Mathematik»

<u>Rechnen allgemein</u>

Übungen: stehen heute im **Zusammenhang** → zeigen Struktur auf, damit wird auf verschiednen Ebenen geübt; genaues Rechnen, Beziehungen werden sichtbar
d.h. früher konnten SuS vermutlich schneller rechnen, heute können sie eher Zusammenhänge nutzen → Schwerpunkt wurde anders gesetzt

Strategie: zuerst überlegen, wie gerechnet werden will (SuS für sich persönlich), d.h. Kind soll **sich Zeit nehmen**, den Blick für die zu der Rechnung am besten passenden Strategie üben!!!

Strategien alle kennen:
- im Kopf
- halbschriftlich → ist das Wichtigste, am meisten mathematisch
- schriftlich → ist heute unwichtig geworden, da bei sehr schwierigen Rechnungen den Rechner genommen wird

verschiedene Wege müssen thematisiert werden, auch den Eltern gegenüber, sodass sie verstehen, wie sie unterstützen müssen

Halbschriftliche Strategien; am Bsp. 30125 + 2498:
- Tauschrechnung → 2498 + 30125
- Schrittweise → 30125 + 2000 = ...
- Summanden zerlegen „Stellenwert extra“ → 30000 + 2000
- Rechenvorteile → 30125 + 2500 - 2

→ zuerst selbst lösen
→ dann im Austausch einander sagen, wer wie gerechnet hat (ausser wenn ich das Gefühl habe, einen weiteren Weg würde im Moment noch überfordern, dann zuerst den eigenen Weg festigen, dann ev. einen Weg zusätzlich anschauen)

Notationsstrategien die im Lehrmittel oft vorkommen:
- Rechenprotokoll: oben Rechnung hin, dann alle Teilschritte aufschr. bis zur Lösung
- Rechenstrahl: Strich mit Zwischenschrittpfeilen (! kleinste Zahl immer links!) → nicht geeignet für „Stellenwert extra“

Ziel: zu jeder Rechnung einen für sich passenden Weg finden
NICHT alle Wege beherrschen
durch Austausch eigenen Weg sichern (und wenn genügend leistungsstark: auch andere Wege kennenlernen)
Rechnen ist **kein** Wettbewerb → nicht auf Zeit!
Lehrplan 21: Schriftlich ist nur noch Addition und Subtraktion obligatorisch
Multiplikation und Division muss nicht mehr schriftlich gerechnet werden können!

Mengenbegriff bilden, Hilfe beim **Rechnen** (kardinal):
- Punktefelder (20er, 100er, 1000er), ist handelnd→ noch flexibler (und darum eher basaler) als Dines, weil 105-8 wirklich gemacht werden kann
- Dines-Material → damit im Tausenderraum rechnen, bis dieser gefestigt ist, dann kann abstrakt von Millionwürfel gesprochen werden, aber nicht das Material verwenden!
- Stellenwertkarten: Vorteil gegenüber Stellenwerttafel→ Nullen sind noch sichtbar

am Besten: nicht mehr als das oben genannte
es ist ungefähr so aufbauend (Zahlenstrahl zuerst, dann....)
schlussendlich auch Zahl in allen Varianten darstellen, Material zusammenbringen

1. Klasse: Zahlbegriff: das muss zuerst klar sein, bevor Operationen kommen
1. Klasse, wenn Zahlbegriff klar: Operationen
- als LP verschiedene Wege kennen, den SuS überlassen, welchen Weg sie machen, niemals einen Weg aufzwingen / mehrere Wege verlangen
- Zahlbeziehungen nutzen lernen (mit 1+1 Tabelle) → zuerst farbige Rechnungen können, dann aus Bekanntem Unbekanntes erschliessen
  (z.B. 8+9 → 8+8 / 9+9 / 8 + 10 / 9 + 8 / ...) → Kind muss NICHT alle Wege sehen; Ziel: einen passenden Weg finden (kann je nach Rechnung unterschiedlich sein)
- **Achtung:** Zehnerübergang ist eine Möglichkeit, aber nicht die einzige und er ist recht schwierig!!
- verschiedene Techniken sehen und **Bedeutung verstehen**, dann erst automatisieren

2. Klasse, Multiplikation verstehen:
- Verständnis ist zentral, dafür braucht es beide Modelle:
  - 1. zeitlich sukzessiv; Handlung verstehen (dynamisch)
  - 2. räumlich; Struktur verstehen (statisch)
- zum Anknüpfen: 1x, 2x (bekannt von 1. Klasse), 10x
- Kommutativgesetz (Tauschgesetz), als Lp immer beide Varianten akzeptieren, machen immer beide Sinn → zu lernende Rechnungen halbieren sich
- Distributivgesetz (Verteilungsgesetz), 3x4 = 3x3 + 1x3 → dieses Wissen ist ein Vorteil, wer z.B. mit Eltern Rechnungen auswendig vorauslernt, versteht nachher 5x17 nicht
- !! Automatisieren erst, wenn alle Gesetzt klar, wenn Verständnis für die Rechnung sitzt
- Reihenlernen ist eine Variante aber sehr eingeschränkt, ja nicht nur so lernen

Funktionale Zusammenhänge
lineare Funktionen, direkte und indirekte Proportionalität (im Zürcher Lehrmittel → nicht proportional, proportional, umgekehrt proportional)
(→ z.B. Flaschen werden in Gläser gefüllt, 1 Flasche → 6 Gläser)

- in Worten beschreiben
- Wertetabelle erstellen
- Graph / Diagramm zeichnen

dann funktional denken; d.h. zwischen diesen 3 Formen wechseln können
Kind braucht das **Verständnis für den Zusammenhang**, dann können sie selbst auf Strategie kommen, nicht eine Strategie vorgeben, immer mehrere zulassen!
Strategien:
- Multiplikations- und Divisionsregel
- Additions- und Subtraktionsregel
- konstantes Produkt (Kontingent (Anzahl), die zur Verfügung steht, bleibt gleich)

→ SuS muss die eigene Rechnung verstehen, nicht schwierige Kopfrechnungen ausrechnen können, nach Schema; für Schwache, Zahlen einfacher machen!!!
→ nicht Ziel, den schnellsten und einfachsten Weg verlangen, sondern ermöglichen, dass SuS den Weg verstehen, den sie wählen
→ soll **Zahlbeziehungen nutzen** lernen (einfache in Wertetabelle zuerst rechnen)
→ für Schwache mit Taschenrechner rechnen lassen, sie müssen Strategie finden, nicht Kopfrechnen üben

!! 3Satz ist eine Möglichkeit, das auszurechnen, aber nicht die einzige und garantiert Verstehen nicht!! (=multiplikativer Zusammenhang) → additiver Zusammenhang kann auch in direkter Proportionalität gebraucht werden
(3 Flaschen → 18 Gläser, 6 Flaschen → 36 Gläser)

Zum Zürcher Lehrmittel

AdL:

momentan in Entwicklung an PHTG und PHGR → Leitfaden, der online gestellt wird, in welchen Wochen welche offenen Aufgaben mit dem Lehrmittel jahrgangsübergreifend gemacht werden kann.

Materialien allgemein:
grundsätzlich: so viel wie nötig, so wenig wie möglich (Umgang mit Material muss auch gelernt werden), dann mit der Zeit davon wegkommen (Material im Kopf brauchen → Handlung denken)

12. Übersichtsblatt Operationen

Theoretische Grundlagen zur Addition und Subtraktion

Grundvorstellungen und Strategien im Anfangsunterricht

Zur Addition: Beispiel „6 + 4"
Zusammenfügungs-Vorstellung:
A hat 6 Bonbons, B hat 4 Bonbons. Wie viele haben sie zusammen?
Hinzufügungs-Vorstellung:
A hat 6 Bonbons. B gibt 4 dazu. Wie viele Bonbons hat A danach?
Veränderungs-Vorstellung
A bekommt erst 6 und dann weitere 4 Bonbons. Wie viele Bonbons hat A insgesamt dazubekommen?

Zur Subtraktion: Beispiel „8 – 5"
Wegnehm-Vorstellung:
A hat 8 Bonbons. B nimmt 5 Bonbons weg. Wie viele Bonbons bleiben A?
Ergänzungs-Vorstellung:
A hat 5 Bonbons. Wie viele Bonbons fehlen, um insgesamt 8 Bonbons zu haben?
Vergleichs-Vorstellung:
A hat 8 Bonbons. B hat 5 Bonbons. Wie viele Bonbons hat A mehr als B?

Schwierigkeiten beim Erwerb der Grundvorstellungen

Ablösung vom zählenden Rechnen
Zählendes rechnen…
… erschwert die Bildung der Operationsvorstellung.
… ist zeitaufwendig und fehleranfällig.
… nutzt keine Beziehungen zwischen den Zahlen.

Didaktische Überlegungen zum Anfangsunterricht

Die Kinder sollen Zahlbeziehungen nutzen lernen.

- Tauschaufgabe
- Zerlegen und Zusammensetzen
- Umkehraufgabe
- Nachbaraufgabe
- Gegensinniges Verändern
- verdoppeln, halbieren

Welche Strategie zur Anwendung kommt, ist dem Kind überlassen. Es sollten weder einen Weg vorgegeben, noch verschiedene Wege verlangt werden.

Hilfreich für die Ablösung vom zählenden Rechnen:
→ statische Benutzung der Finder fördern
→ Mengenbegriffe bilden (Kardinalaspekt)
Material:

- Sichtbare Fünferstruktur
- Ohne angeschriebenen Zahlen

Erst wenn verschiedene Techniken verstanden sind, kann mit der Automatisierung des 1+1 / 1-1 im Zwanzigerraum gestartet werden.

Strategien im erweiterten Zahlenraum

Halbschriftliche Strategien; am Bsp. 30125 + 2498:

- Tauschrechnung → 2498 + 30125
- Schrittweise → 30125 + 2000 = ...
- Stellenwert extra → 30000 + 2000
- Hilfsaufgabe → 30125 + 2500 – 2

→ Im Hunderterraum erwerben, später auf den Tausenderraum übertragen

Schwierigkeiten im erweiterten Zahlenraum

Das Finden des eigenen Lösungsweges, sowie das Notieren desselben ist sehr anspruchsvoll. Zusammenhänge zwischen ähnlichen Rechnungen werden von rechenschwachen Kindern oft nicht gesehen. Auch das Finden des vorangegangenen Zehners ist für sie meist eine grosse Herausforderung.

Achtung:
1. Die Strategie „Stellenwert extra“ wird von den Kindern oft gewählt, da sie einfach ist. Sie birgt aber auch Nachteile:
   - Viele Teilschritte sind nötig
   - Kann nicht am Rechenstrick veranschaulicht werden
   - Schwierigkeiten bei der Subtraktion (Addition der Resultate / Stellenwertüberschreitung)
2. Das schriftliche Rechnen geschieht mit Ziffern, muss also nicht verstanden werden. Dadurch wird es fehleranfällig.

Didaktische Überlegungen zum erweiterten Zahlenraum

Eigene Strategien entwickeln

Um ein **Operationsverständnis** zu entwickeln, sollen alle Kinder die Möglichkeit haben, eine eigene Strategie zur Rechnung zu finden. Im Austausch wird die Strategien reflektiert, ungünstige Strategien können so ersetzt werden. Ziel ist es, einen persönlich günstigen Weg zu finden. Es müssen nicht alle Strategien verstanden werden!

Notation

Die persönliche Notationsart soll durch benennen und übersetzen oder veranschaulichendes Material gefördert werden. Dabei müssen die Kinder zwischen persönlich unterstützenden Notizen und korrekter, nachvollziehbarer Notation unterschieden können.

Schriftlich vs. Halbschriftlich

Das schriftliche Rechnen folgt dem halbschriftlichen und nimmt Bezug zu passenden Strategien. Es ist soweit als möglich auf das Verstehen ausgerichtet. Die eigenen Rechenstrategien sollen dabei relevant bleiben.

Funktionale Zusammenhänge (Proportionalität)

Ziel: Verständnis für den Zusammenhang erlangen

Kompetenzen:

→ in Worten beschreiben
→ Wertetabellen erstellen
→ Graph / Diagramm zeichnen

Strategien:

- *Multiplikations-, Divisionsregel*
- *Additions-, Subtraktionsregel*
- *Konstantes Produkt (gleichbleibendes Kontingent)*

Es darf nicht ein Schema vorgegeben werden. Die Kinder sollen ihre Strategie selbst erarbeiten können (Hilfe: einfache Zahlen / Taschenrechner).

Theoretische Grundlagen zur Multiplikation

Grundvorstellungen der Multiplikation

Zeitlich-sukzessive Handlungen:
Deutung der Multiplikation als wiederholte Addition gleicher Summanden

Kombinatorischer Aspekt:
Deutung der Multiplikation als Möglichkeiten einer Kombination

Räumlich-simultane Anordnung:
Deutung der Multiplikation als gleichartige Mengen gleicher Mächtigkeit (Bündel / Punktefeld)
Vorteile der räumlich-simultanen Vorstellung:
- Präsenz im Alltag
- Uminterpretierbarkeit; Kommutativgesetz ist ersichtlich
- Unterschied zur Addition wird sichtbar
- Produkt wird mit Hilfe einer Fläche veranschaulicht

Schwierigkeiten beim Erwerb der Grundvorstellungen:

Einzelne Kinder können das 1*1 nie vollständig automatisieren. Schwierigkeiten haben sie dann, wenn sie die Kernaufgaben, das Kommutativgesetz oder die Beziehungen zwischen den Aufgaben nicht für die Herleitung nutzen können.
Wurde das 1*1 isoliert gelernt, ist ein Rückschluss auf die anschauliche Ebene schwierig.

Wurde das Zehner1*1 nicht verstanden, sondern durch die bedeutungslose Regel des „Null-anhängens" gelernt, führt dies später zu Problemen.

Didaktische Überlegungen zur Multiplikation

Ein verständnisbasiertes Erlernen der Multiplikation braucht…
1. … ein aktiv-entdeckendes Aneignen mit individuellen Sichtweisen.
2. … Übersetzen zw. Alltag und Rechnung (räumlich-simultan und zeitlich-sukzessiv).
3. … Einsicht in die vielfältigen Beziehungen.
4. …Verständnis des Kommutativ- und Distributivgesetzes.

→ Ausgehend von den Kernaufgaben können sämtliche Rechnungen abgeleitet werden. Dies muss jedoch aktiv-konstruierend nach eigenem Schema geschehen.

Das Zehner1*1 entwickelt sich aus dem Verständnis des 1*1 und des Zehnersystems. Das Material zum Zehnersystem soll als Veranschaulichung beigezogen werden, sodass der Vorgang bei der Multiplikation mit 10 erklärt werden kann.

Theoretische Grundlagen zur Division

Grundvorstellungen der Division

Voraussetzung für das Erlernen der Division ist das Verständnis der Multiplikation, sowie die Automatisierung der Merkaufgaben.

Aufteil-Vorstellung:
Eine gegebene Menge wird restlos in Teilmengen mit jeweils gleich vielen Elementen aufgeteilt. Gesucht ist die Anzahl der Teilmengen.

Verteil-Vorstellung:
Eine gegebene Menge wird in eine gegebene Zahl von gleichmächtigen Teilmengen zerlegt. Gesucht ist die Anzahl der Elemente je Teilmenge.

Beide Vorstellungen müssen handelnd erarbeitet werden, damit später beispielsweise das Erlernen von Bruchrechnungen möglich ist.

Schwierigkeiten beim Erwerb der Grundvorstellungen:

Einige Kinder verstehen die Division nur als Prinzip der Umkehrung der Multiplikation, nicht als das Teilen einer Grundmenge oder können umgekehrt die passende Multiplikations-aufgabe zur Division nicht finden.
Eine weitere Schwierigkeit besteht im Umgang mit dem Rest und dem Verständnis dafür.

Didaktische Überlegungen zur Division

Die Einführung in die Division soll durch die Umkehraufgabe geschehen. Um diese zu verstehen, müssen die Kinder benennen können, ob das Ganze gesucht ist, die Anzahl der Teilmengen oder die Elemente je Teilmenge. Die zu Beginn stark handelnde Verknüpfung mit Situationen aus dem Alltag ist zentral.

13. Spielbeschreibung

TEILER UND VIELFACHE

Thema:	Kleines Einmaleins, Teiler und Vielfache
Stufe:	3. bis 5. Klasse
Material:	Wendeplättchen
Download:	KV 4 (Hundertertafel)
Zeitbedarf:	Zwei Lektionen
Bearbeitung:	F. Egli, M. Frey, B. Wälti

AUFGABE

Möglichst lange Rechenketten mit Durch- und Malaufgaben

Martina bildet eine Rechenkette, indem sie multipliziert oder dividiert. Die benutzten Faktoren und Divisoren dürfen dabei nicht grösser als 10 sein. *Martina* startet bei 30.

Martina legt auf jedes Ergebnis ein Wendeplättchen. Das gleiche Resultat darf nicht zweimal vorkommen.

1	2	3	4		6	7	8	9	10
11	12	13		15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	
31	32	33	34		36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

$30 : 6 = 5$
$5 \cdot 7 = 35$
$35 \cdot 2 = 70$
$70 : 5 = 14$
$14 \cdot$

a) Beginne bei 30 oder einer anderen Zahl. Rechne und lege wie Martina. Bilde eine möglichst lange Rechenkette.

b) *«Wer die letzte Zahl abdeckt, gewinnt»*
Spiel für zwei: Beginnt mit einer Ergebniszahl des kleinen Einmaleins. Rechnet abwechslungsweise wie Martina und deckt die Zahl mit einem Plättchen zu. Wer kann die letzte Zahl zudecken?

c) *Möglichst kurze Rechenketten*
Beginne mit 30 oder einer anderen Zahl. Lege und rechne so, dass du möglichst bald keine weiteren Zahlen mehr zudecken kannst.

Worum geht es?

Die Kinder knüpfen das Netz des kleinen Einmaleins in einem neuen, produktiven Kontext. Sie bewegen sich mittels Multiplikation und Division auf der Hundertertafel. Die Faktoren, mit denen multipliziert, und die Divisoren durch die dividiert wird, sollen vorerst nicht grösser als zehn sein.
Die Lernumgebung zielt darauf ab, Rechenketten zu bilden. Diese sollen in Aufgabe a möglichst lang werden. Die (Zwischen-)Resultate werden auf der Hundertertafel durch Wendeplättchen abgedeckt. Abgedeckte Zahlen dürfen kein zweites Mal errechnet werden.
Mögliche Glieder solcher Rechenketten sind Zahlen, die in einstellige Primfaktoren zerlegt werden können. Zusätzlich zu den Zahlen aus den Reihen des kleinen Einmaleins lassen sich durch geschicktes Rechnen also auch erreichen:

84 (= 2 · 2 · 3 · 7) und 96 (= 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 3)
98 (= 7 · 7 · 2) und 75 (= 3 · 5 · 5)

Insgesamt kommen daher 45 Zahlen der Hundertertafel als mögliche (Zwischen-)Ergebnisse in Frage. Zahlen, die nicht abgedeckt werden können sind ausnahmslos zweistellige Primzahlen oder Vielfache von ihnen.

Nachfolgendes Beispiel zeigt, wie alle 45 Zahlen innerhalb einer einzigen Rechenkette abgedeckt werden können:

30, 90, 45, 9, 81, 27, 54, 18, 36, 72,
12, 96, 24, 48, 6, 60,
20, 40, 80,
16, 64, 32, 8, 1, 2, 4,
28, 56, 7, 49, 98, 14, 42, 84, 21,
3, 15, 75, 25, 100, 50, 5, 10, 70, 35.

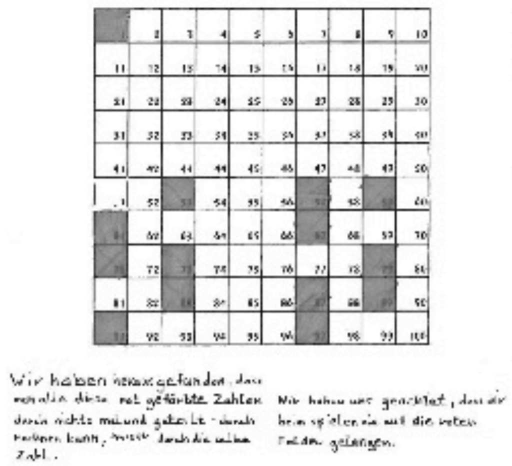
Als Startzahl sind alle der 45 erwähnten Zahlen denkbar – 12, 20, 24 oder 30 sind jedoch Startzahlen, von denen aus besonders viele Rechenwege möglich sind.
Die Aufgabenstellung lässt sich leicht abändern. So kann mit Viertklässlern im Zahlenraum von 1 bis 200 operiert werden. In diesem Fall macht es Sinn, weitere Divisoren und Faktoren (z.B. 11, 12, 15, 18) zuzulassen. Es können in der Spielform auch zweistellige Zahlen als Faktor oder als Divisor erlaubt werden.

Die Arbeit an Aufgabe c, wo die Kinder möglichst kurze «Rechensackgassen» ohne Ausgang suchen, hat sich als produktive «Rampe» für lernstarke Kinder erwiesen, auch wenn in der Erprobung keine einwandfreien Lösungen zustande gekommen sind. Nachfolgend einige kurze «Sackgassen» ausgehend von 30.

– 30, 5, 15, 90, 9, 45
– 30, 15, 5, 25, 75
– 30, 3, 9, 27, 81

Wie kann man vorgehen?

Mit der Klasse wird vorerst gemeinsam eine Rechenkette wie im Protokoll von *Martina* an der Wandtafel entwickelt. Dabei schlagen die Kinder abwechselnd Zahlen vor. Auf einer grossen Hundertertafel (an der Wandtafel) werden die Resultate jeweils mit Magneten abgedeckt. An der entstandenen Rechenkette werden die Rechnungsregeln erläutert.
Die Kinder bilden anschliessend alleine oder zu zweit eigene Rechenketten. Man kann offen lassen, ob sie dabei mit der (günstigen) Zahl 30 beginnen oder eine andere Ergebniszahl des kleinen Einmaleins als Startzahl wählen. Es ist wichtig, dass die Kinder ihre Rechnungen sauber protokollieren. Das Beispiel auf dem Aufgabenblatt gibt ein mögliches Protokollformat vor.
Viele Kinder konzentrieren sich auf das Bilden möglichst langer Rechenketten. Das fortgesetzte «Verlängern» der eigenen Kette ist so anspruchsvoll, dass auch begabte Kinder herausgefordert werden. Aufgabe c ist daher eine mögliche, keineswegs aber notwendige «Rampe» für begabte und interessierte Kinder.
Die Kinder können am Schluss ihre Lieblingsrechenkette auf eine Folie oder an die Wandtafel schreiben und diese der Klasse oder einer Gruppe erläutern. Sie können dann in der Gruppe gemeinsam nach Möglichkeiten suchen, wie sich lange Ketten noch verlängern lassen.
Die Kinder sind nun ohne weitere Einführung imstande, das Spiel (Aufgabe b) «Wer die letzte Zahl abdeckt, gewinnt» zu spielen. Auch Kinder, die ohne Spielstrategie eingestiegen sind, haben schnell Strukturen oder Strategien entdeckt, die im Spiel angelegt sind. Die Kontrolle des Spiels erfolgt durch die Spielpartnerin oder den Spielpartner.



Spielkommentar von zwei Schülern. Sie illustrieren, welche Zahlen man beim Spiel meiden sollte.

Dokumente aus der Erprobung (4. und 5. Klasse)

Einfaches Beispiel: Möglichst kurze Kette (Aufgabe c)
Tims Plan besteht darin, der Reihe nach die Vielfachen von 10 abzudecken. Als er bei 50 anlangt, lassen sich tatsächlich keine neuen Vielfachen von 10 mehr erreichen, was Tim zur Schlussfolgerung verleitet, die Aufgabe gelöst zu haben. Tim festigt durch die Bearbeitung dieser Aufgabe seine Vorstellungen vom Zehner-Einmaleins. Sein Vorgehen ist aufgrund seiner selbst gewählten Einschränkungen durchaus folgerichtig.

30 · 2 = 60 Tim
60 : 3 = 20
20 · 2 = 40
40 · 2 = 80 → 80 : 8 = 10
10 · 10 = 100
100 : 2 = 50
Von 50 kommt man wieder auf 100 oder 10

Mittleres Beispiel: Möglichst kurze Kette (Aufgabe c)
Seraina versucht möglichst kurze Rechenketten zu finden. Ihre beiden Ketten führen zu 81, einer Zahl mit nur wenigen Teilern. Sie merkt nicht, dass die Reihe in beiden Fällen weitergeführt werden könnte, indem man die 81 durch 3 dividiert. Seraina ist eine gute Kopfrechnerin und will nicht mit der Hundertertafel arbeiten. Andere Kinder haben sich bei dieser Aufgabe auf die Hundertertafel gestützt und verschiedene Lösungen gefunden. Seraina konzentriert sich auf schnelle, rechnerisch richtige Lösungen und verbaut sich so durch ihre Bearbeitungsstrategie wohl selbst die Möglichkeit, der Aufgabe vollständig auf die Schliche zu kommen.

1. Weg	2. Weg
c. 30 : 6 = 5	30 · 3 = 90
5 · 9 = 45	90 : 10 = 9
45 : 5 = 9	9 · 9 = 81
9 · 9 = 81	

Ich habe keine andere Zahl als 81 bekommen. Das ist mir aufgefallen. Denn alle anderen Zahlen konnte man teilen.

Hinter Gabis Vorgehen steckt ein Plan, der sie möglichst schnell in eine Sackgasse führen soll. Sie entscheidet, dass ihr Weg bei 90 enden soll, und listet diejenigen Teiler von 90 auf, die vorgängig abgestrichen werden müssen (und vergisst dabei die 9). Ihre Rechenkette folgt diesem Plan und führt über die 5 – ein kleiner, nicht unbedingt notwendiger Umweg.

30 · 1 = 30
30 : 2 = 15
15 · 3 = 45
45 : 9 = 5
5 · 2 = 10
10 · 9 = 90

Dabei habe ich mir überlegt:
- Die Zahl darf nicht mehr mit ·/: gerechnet werden
- Dann habe ich mal mit 90 versucht
- Sie ist :9, :6, :3, :2 Teilbar!
- Dann müssen 30, 15, 45 und 10 bevor man auf 90 kommt gebraucht sein

Anspruchsvolles Beispiel: Möglichst lange Kette (Aufgabe a)
Dennis (4. Klasse, siehe nächste Seite) findet zu Aufgabe a eine Rechenkette mit 29 Zahlen, was an und für sich nicht aussergewöhnlich ist. Er geht jedoch ausgesprochen systematisch vor. Er arbeitet sich vorerst durch die Zahlen der Fünferreihe und wechselt dann zur Zweierreihe. Dennis merkt rasch, dass diese nicht ergiebig ist, da er die Zahlen der Zweierreihe in allen anderen Reihen auch gebrauchen kann.
Vermutlich entscheidet er sich daher, zuerst die Reihen mit grossen Zahlen (Achter- und Siebnerreihe) zu bearbeiten. So gelingt es ihm, elf von zwölf möglichen Zahlen aus der Siebnerreihe anzusteuern. Mit der 20. und 26. Rechnung sprengt er den vertrauten Rahmen des kleinen Einmaleins. Selbst wenn Dennis zweimal das Resultat 7 erreicht und die 63 als möglicher Link zur vermutlich angestrebten Neunerreihe fehlt, ist sein Vorgehen konsequent und zeugt von einem tragfähigen Beziehungsnetz im Bereich des kleinen Einmaleins.
Dennis hat die Aufgabe übrigens so fasziniert, dass er seine Rechenkette weiter optimiert hat. Voller Stolz hat er mir nach der Erprobung eine E-Mail geschickt, in dem er belegt, dass er die Rechenkette auf 38 Zahlen ausbauen konnte.

Dennis

5er	2er	8er
1. 30 : 2 = 15	9. 2 · 6 = 12	12. 24 · 2 = 48
2. 15 · 3 = 45	10. 12 : 3 = 4	13. 48 · 2 = 96
3. 45 : 9 = 5	11. 4 · 6 = 24	14. 96 : 3 = 32
4. 5 · 5 = 25	Die 2er kommen öberall for.	15. 32 : 2 = 16
5. 25 · 2 = 50		16. 16 · 4 = 64
6. 50 · 2 = 100		17. 64 : 8 = 8
7. 100 : 10 = 10		18. 8 · 7 = 56
8. 10 : 5 = 2		

7er

19. 56 : 2 = 28
20. 28 · 3 = 84
21. 84 : 2 = 42
22. 42 : 2 = 21
23. 21 : 3 = 7
24. 7 · 7 = 49

fertig

25. 49 · 2 = 98
26. 98 : 7 = 14
27. 14 : 2 = 7
28. 7 · 5 = 35
29. 35 · 2 = 70

fertig

Zur Heterogenität

Kinder mit einfachen Lösungen können...
- kurze Ketten bilden;
- einige häufig benutzte Zahlen aus Zweier-, Vierer-, Fünfer- und Zehnerreihe in eine mögliche Reihenfolge bringen (z.B. 2, 4, 5, 10, 20, 40 → 2, 10, 5, 20, 40, 4);
- einige vorgegebene Zahlen treffen.

Kinder mit anspruchsvollen Lösungen können...
- möglichst lange/kurze Rechenketten suchen;
- ihre eigenen Rechenketten optimieren;
- ihr Vorgehen beschreiben bzw. ihre Rechenwege so darstellen, dass ihre Überlegungen nachvollziehbar sind;
- Gewinnstrategien zum Spiel diskutieren;
- füreinander Rätsel zu Rechenketten formulieren;
- verschiedene mögliche Anordnungen zu langen Zahlenketten suchen;
- Gesetzmässigkeiten von drei aufeinander folgenden Zahlen in Rechenketten suchen;
- Sackgassen mit verschiedenen Startzahlen suchen.

14. Ideenblatt zu den Aufträgen

Aufgaben Multiplikation

Lerngruppe A&B

1. Ein leeres 100er- Feld wird mit den Resultaten des kleinen 1x1 gefüllt
   (von 1x1 bis 10x10)

2. Auf Post-it werden nun möglichst viele Rechnungen des kleinen 1x1 aufgeschrieben und auf die richtige Zahl im Feld geklebt

3. Nun wählt jedes Kind die persönlich schwierigste Rechnung aus und notiert, wie es auf das Resultat kommt (durch Ableiten von anderen Rechnungen)

Lerngruppe C&D

Die Kinder wählen (zu zweit) eine Rechnung aus dem kleinen 1x1 und versuchen diese in möglichst vielen Arten darzustellen und zu erklären.

- diverse Modelle auf grosse Blätter
- von 5 x 6 auf 50 x 6 auf 500 x 6 und erklären, was sich aus welchem Grund ändert

ganze Mittelstufe

Die Aufgabe „Teiler und Vielfache“ aus dem Lehrmittel „Lernumgebungen für Rechenschwach bis Hochbegabt“ wird gemeinsam in einer Doppellektion bearbeitet

15. Ablauf Weiterbildungsnachmittag 3

Altersdurchmischt lernen im Bereich „Sachrechnen, Grössen & Daten“ (Reute, 9. März 2018)

Zeit	Arbeitsphase	Inhalt	*Ziel*
13:00	Theorieinput	Sachrechnen: - Strategien beim (Sach-) Rechnen mit Grössen - Stufenmodell - häufige Schwierigkeiten - durch die Theorie empfohlenes didaktisches Vorgehen	*Überblick über theoretische und didaktische Grundlagen im Bereich Sachrechnen, Grössen und Daten*
13:40	Arbeit in den Stufenteams Lp21 3 Phasen	 1. Durchsicht der Lehrplanvorgaben des jeweiligen Zyklus im Bereich Grössen, Funktionen, Daten, Zufall *(10')* **2. „Entdecken & Erkunden“** **→ geeignete (offene) Lernaufgaben heraussuchen** **→ grobe Umsetzung der Phase planen** *(40')* 3. „Systematisieren & Sichern“ → zentrale Inhalte herausarbeiten → grobe Umsetzung der Phase planen *(15')* 4. „Üben & Vertiefen“ → geeignetes Übungsmaterial für das Üben und Automatisieren → grobe Umsetzung der Phase planen *(15')* **(MS: Fokus auf Projekttage: Themen und Inhalte definieren)**	 *Überblick über die Grundansprüche* *Für jede Phase erarbeiten* *- wie die **Umsetzung** im altersdurch-mischten Unterricht aussehen soll* *- wo das **Material** zu finden ist* *- welche Themen des Bereichs Grössen & Daten nicht alters-durchmischt bearbeitet werden können* *Erarbeitetes pro Phase für das Konzept festhalten*
15:15	Austausch im Team	- Austausch über das Erarbeitete (grob) - Fragen klären - nächsten Termin?	
15:30	Schluss		

16. Vortragsinhalt Grössen, Daten, Funktionen, Zufall

Scherer, P., Moser Opitz, E. (2010). Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
S.161
Sache oft als Ausgangspunkt für Mathe, um Inhalt zu erklären; Nutzen der Mathe darstellen, dienen dem Verständnis von mathematischen Sachverhalte
ist aber für viele auch schwierig:
→ weil SuS Sache teilweise nicht ernst nehmen und auch Aufgaben ohne Sinn (Kapitänsaufgaben) lösen
S.162 → Weil sich SuS in Arithmetik eigenen Kontext bilden und bei Sachrechnen einen gegebenen Kontext annehmen müssen
→ Übersetzen (Modellbildungsprozess) ist herausfordernd; SuS durchlaufen diesen Prozess nicht vollständig, sondern wollen möglichst schnell eine passende Rechnung finden
→ Nach dem Lösen ist es nötig, zu überprüfen, ob Ergebnis realistisch ist, sprich wieder zurückübersetzen von Mathe zu Welt
165ff Um Modellieren zu üben unbedingt Sachaufgaben geben, wo SuS selbst auf Rechnung kommen muss, indem es Kontext versteht, nicht nur Rechnung finden und nicht nur alle Zahlen der Aufgabe ordnen muss → SuS muss selbst modellieren müssen, sonst lernen sie, dass es nicht nötig ist
166: dies gelingt mit Situation in eigenen Worten wiedergeben oder nachspielen oder zeichnen, ohne dass Zahlen sofort wichtig sind→gezielte Fragen zur Aufgabe durch LP helfen
167ff damit Modellierungskompetenzen gefördert werden: offene Interpretation und Darstellung zulassen → z.B. auch komplexe Situation (z.B. Wimmel-Bild) und SuS müssen selbst div. mathematische Aspekte beschreiben und Mathematik darinnen finden, dabei nicht vorschnell auf Operation fokussieren, damit SuS dem Sachrechnen gegenüber offen bleiben

169 Darstellungsebenen
SuS oft auf symbolisch fokussiert, deswegen enaktiv und ikonisch bewusst in Unterricht reinnehmen, nicht auf fixen Reihenfolge beharren, sondern gut überlegen, was passt
170 drei Ebenen gleich werten, auch Skizzen würdigen → darf auch eine Lösung nur durch Zeichnen gefunden werden, SuS soll nicht gezwungen werden, Rechnung dazu zu schreiben (teilweise macht Zeichnung auch mehr Sinn als Rechnung → aus 4 Bretter à 2.5m 1m Stücke machen; wie viele?)
172 wenn SuS auf falsche Lösung kommen, nicht einfach Hinweise geben (z.B. versuche noch mehr Bretter zu finden), weil SuS so Situation nicht besser verstehen, sondern Diskussion über Inhalt führen; Kind Situation nochmals erklären lassen, beschreiben, zeichnen (ich: FI)
172: Lösungssatz formulieren und alles richtig aufschreiben ist auch sehr schwierig für SuS→dann mit Übergangsformen arbeiten, z.B. Gleichung dem Text zuordnen, oder SuS mündlich erläutern lassen → gibt für LP auch guten Einblick ins Können des SuS (ich: FI)

172ff: Interpretation des Ergebnisses
Wird oft weggelassen, wenn zu starker Fokus auf numerischen Aspekten → dann ist unklar, ob Kontext ganz verstanden wurde, Fördern durch Aufgaben, in denen das numerische Ergebnis noch nicht die komplette Lösung für Kontextsituation ist (34 Eier in 6er Kartons, wie viele braucht's, dass alle verpackt sind?) solche Aufgaben regen zum Nachdenken an, das sie nicht routinemässig gelöst werden können, sondern Verständnis des Kontexts erzwingen
→ LP muss solche Aufgaben immer wieder bringen und mit SuS diskutieren, dass sie lernen, Kontext einzubeziehen
174: Validieren

Muss explizit einbezogen werden: Kann das Ergebnis stimmen? LP muss berücksichtigen, dass SuS dafür Kenntnisse von Sache braucht (ist z.B. beim Einschätzen der Höhe der Stromrechnung schwierig), im Unterricht soll aber grundsätzlich eigenes Ergebnis geprüft werden (kann auch vom Partner sein)

174ff geeignete Aufgabentypen bei Lernschwierigkeiten:
Geöffnete Textaufgaben:
Unvollständige Textaufgaben ohne Zahlen, SuS müssen realistische Zahlen selbst einsetzen (SuS brauchen dann auch z.B. Vorstellung von Grössen) →Ziel: so wird bewusster gehandelt und nicht sofort einfach irgendetwas gerechnet
Vorteil: SuS könne Niveau auch durch einfachere und schwierigere Zahlen selbst beeinflussen
176 Aufgaben, die Berücksichtigung des Kontexts erfordern → auch gut für Differenzierung: kann mit div. Veranschaulichungsmaterial und selbst ausprobieren oder eben nicht gelöst werden

177 weiter wichtig:
Damit nicht grundsätzliche Ablehnung entsteht (entsteht oft, weil Verbindung von Mathe, Sprache und Sacher schwierig ist) → gut differenzieren, offene Aufgaben, nahe an Lebenswelt
177ff braucht auch im Sachrechnen Basisfertigkeiten, damit Sache bewältigt werden kann; dies berücksichtigen! → z. B. dass Grössen verstanden und Vorstellungen dazu da (trainieren mit Aufgaben die wenig Text sondern eher Bilder, Fokussierung auf Grössen zulassen)
178 wichtig: SuS müssen lernen einzuschätzen, ob etwas realistisch ist oder nicht
Spass an der Sache entwickeln

Moser Opitz, E., Schmassmann, M. (2008) Heilpädagogischer Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch 3. Zug: Klett und Balmer Verlag.
S.49, Grössen allgemein
Vorkenntnisse: Dezimalsystem, Bündeln, Entbündeln, Zahlenstrahl kennen für Skalen lesen
Grössen: Braucht Gelegenheit, Grössen zu vergleichen, Vorstellungen entwickeln → persönliche, nicht alle die gleiche, mehrmals anschauen, immer wenn mit Grössen gearbeitet wird
Geld: begreifen: ein Stück Papier repräsentiert den Wert des Geldes, Note / Münze kann aus mehreren anderen zusammengesetzt werden

S.67 Längen m, cm, mm
Schwierigkeiten: genau abmessen, Begriffe klären (lang, länger…)
S.83 m, km, Begriffe klären (lang, länger, Strecke…), Dezi-, Centi-, …

S.87 Gewicht
messen, ablesen ist schwierig

S.101 Hohlmasse
Substanzerhaltungsprinzip nicht verstanden, messen, ablesen ist schwierig → mit unterschiedlichen Gefässen arbeiten

107 Zeit, gleich wie bei Franke
Immer wieder aufbauen, muss nicht in einem Mal gelernt werden → Spiralprinzip
Drei Zeiger sind schwierig, alles ablesen auf einer Skala, Zeitdauer vorstellen schwierig, da nicht sichtbar

109 Sachaufgaben wie bei Franke
Auch selbst Rechengeschichten erfinden, nicht nur mit zu behandelnder Operation verbinden, da sonst Kontext ausgeblendet wird

Franke, M. (2003). Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule. Heidelberg, Berlin: Spektrum Akademischer Verlag GmbH
19: Früher war das Problem:
- demotivierende Themen
- mangelnder Bezug zur Sache und Realität
20 Neu:
→ von Alltag der SuS ausgehen
→ auch verbinden mit anderen spannenden Inhalten aus anderen Fächern
→ Projekte: Echtsituationen, die SuS bewältigen dank Mathe
→ Fantasiegeschichten, Knobeln, Kapitänsaufgaben; fordern Denken heraus
Alle sollen berücksichtigt werden
20 nicht nur Text, auch Bilder und Grafiken
22 Modellieren ist oft Schwierigkeit
23ff SuS probieren schnell blind irgendetwas mit den Zahlen, müssen lernen, systematisch vorzugehen → da viele aber wissen, dass Text zu Rechnung führt, finden Skizze unnötig, darum mit Knobelaufgaben, bei denen zeichnen nötig ist, herausfordern
25 Situationen sollen komplex bleiben, nicht reduzieren → dazu eigenen sich Projekte gut; Mathe als Werkzeug erleben, ist aber oft zu weitgreifend
→ reagieren durch auch andere Themen, Fernwelten, die Interesse wecken
→ weiterdenken mit was wäre, wenn…

26ff bewusst sein, dass unterschiedliche Ziele im Sachrechnen, die berücksichtigt werden müssen; Umweltbewältigung: möglichst komplex, lebensnah / mathematisch; Inhalt reduziert, damit verstanden → drei Ziele zu berücksichtigen (Sachrechnen als Lernstoff, Lernprinzip, Lernziel), können im Unterricht nicht gänzlich getrennt werden
27Lernstoff: mit Grössen → Daten erheben, Stützpunktvorstellungen, Darstellung, Masssystem kennen, Daten verarbeiten
28 Lernprinzip: Mathe verstehen durch Verknüpfung von Vorwissen und Alltag mit Matheinhalt (um Neues zu verstehen und um Bekanntes anzuwenden) Realitätsbezug, Interesse so wecken und Verständnis fördern, Stoff üben
29 Lernziel: SuS müssen auch lernen, Phänomene durch mathematisches Modellieren besser zu verstehen (Problemlöseprozesse)

31 mit Sachrechnen nicht nur arithmetisches gemeint! Z.T. sagt man Anwendungsaufgabe

Kapitel 3 → Aufgabentypen
Eingekleidete Aufgaben (Sachkontext unwichtig), Textaufgaben (Inhalt zwar sinnvoll aber nicht komplex, nicht wichtig, geht um das Finden der Rechnung), Sachaufgaben (Da muss Resultat nachher wieder mit Kontext verbunden werden, und Sachsituation an sich ist auch wichtig, Mathe als Hilfsmittel) → Unterscheidung ist nicht leicht, aber auch nicht wichtig, heute einfach wichtig, dass sowohl mathematischer Inhalt wie auch Sache gleichberechtigt

36 - Unterteilung der Aufgaben kann nach beschriebener Situation geschehen (real oder fiktiv)
oder nach mathematischem Inhalt (geometrisch, stochastisch, Aufbau von Grössenvorstellungen, arithmetisch)
oder nach Präsentationsform (Bild, Text, mit ohne Frage, Projekt, …)

69ff Sachrechnen als Problemlösen
1. Verstehen (gegeben und gesucht →welche Daten habe und brauche ich)
2. Plan ausdenken (Verbindung zw. Gegeben und Gesuch herstellen → kreativ)
3. Ausführen (meist bekannte Verfahren der Mathe anwenden)
4. Rückblick (Ergebnis kontrollieren)
5.

71ff Heuristische Vorgehen sind im Gegensatz zu algorithmischen, die zwingend Lösung bringen, nicht garantiert, dass Lösung gefunden wird

Beispiele von heurist. sind:
- Analogiebildung: ähnliches Problem schon gelöst?
- Suchraum eingrenzen
- Vorwärts- rückwärts arbeiten von Ziel ausgehen → rückwärts, ist für viele schwierig, aber erfolgsversprechender
- Ziel – Mittelanalyse (kann Material sein oder Skizze…)
- in überschaubare Teile zerlegen

→ so Strategien werden oft in Gruppen ausgetauscht/besprochen/erklärt und überprüft, wenn gemeinsam gearbeitet wird →oft erfolgreicher, als wenn LP erklärt

74ff Sachrechnen als Modellierung
1. Reale Situation
2. Reales Modell (Vereinfachung der Situation; von 1 → ist Interpretation von Wirklichkeit)
3. Mathematisches Modell (reales wird in math. Modell übersetzt→ ist meistens nicht eindeutig, sondern div. Lösungen möglich)
4. Mathematisches Resultat

Schwierigkeit ist v.a. Übergang von realem Modell zu mathematischem und bei der abschliessenden Interpretation des Ergebnisses → da sind Grenzen, nicht jede Aufgabe kann so gelöst werden

76ff Sachrechnen als Modellierungsprozesss (Verbindung)
80 Problem: teilweise interpretieren SuS gewisse Wörter zum math. Modell, ohne genügend den Kontext verstanden zu haben → Sie brauchen daher Zeit für Aufbau eines eigenen **Situationsmodells** (mentale Repräsentation) → SuS muss Problem für sich neu konstruieren
81 dazu ist Frage zentral: sie deutet auf Lücke hin, die SuS schliessen muss, dazu braucht SuS ev. auch mehr Infos, muss schätzen, … (ist realistisch?) Frage leitet auch Aufmerksamkeit, keine Frage lässt mehr offen → kommt schlussendlich nicht drauf an, Ziel ist, dass SuS sich mit Sachproblem auseinandersetzen, ob dies durch Frage, Bild, … ausgelöst wird ist egal
Für **mathematisches Modell** muss SuS abstrahieren und Situationsmodell auf math. Kern reduzieren (=mathematisieren) (mit Rechnung oder Skizze, …)
82 nachher kommt Lösen; math. Lösung ist nicht gleich Lösung der Aufgabe, die muss zuerst in Beziehung zum Sachkontext gesetzt werden, machen SuS oft nicht, sondern schreiben Antwort nach Muster → damit sie Lösung wirklich überprüfen und Notwenigkeit sehen, helfen unwahrscheinliche Probleme
83→ dieser ganze Prozess ist nicht geradlinig, sondern wird bei komplexen Aufgaben immer wiederholt, Schlaufen gemacht; darum Zwischenresultate notieren nötig!
Um Situationsmodell zu erstellen braucht SuS Bearbeitungshilfen (Text mehrmals lesen, umformulieren, nacherzählen, nachspielen, skizzieren

96ffSchwierigkeiten
Mehr Fehler als beim Lösen einer Rechnung, da Problemsituation in mathematisches Modell übersetzt wird
Schwierigkeiten im sprachlich-syntaktisch, semantisch (wie vertraut ist S mit Situation) oder mathematischen Bereich

98 ff Fehler durch Kontext:
Kinder im Vorschulalter lösen Kapitänsaufgabe nicht, Kinder im Schulalter schon (fallen rein)
→ Rechnen und die Anwendung wird von vielen Kindern als künstliche Regelhaftigkeit wahrgenommen
102 wir lösen Mathe im Alltag ganz anders und fehlerfreier als in Schule (Strassenmathe)

103 Fehler durch Orientierung an Oberflächenmerkmalen → sehen Zahlen oder Signalwort und rechnen sofort los (2 Äpfel gegessen, 1 weniger als gestern, wie viele gestern? → 2-1) SuS machen keine Modellierung

105 Fehler durch Modellierung → SuS modellieren falsch;
- weil zu viele Infos im Text (Text ändern hilft)
- die zeitliche Abfolge falsch verstanden

109ff viele SuS lassen sich von Signalwörtern leiten (zusammen = +, …) und fügen dann nur noch Zahlen ein und rechnen so → v.a. schwächere Kinder, die merken nicht, dass das nicht immer aufgeht; d.h. Begriffswahl beeinflusst Rechenverfahren, auch Reihenfolge → gibt Fehler, wenn die nicht mit der Reihenfolge des Rechenverfahrens übereinstimmt
Fehler, wenn SuS Kontext kaum kennen

113 Fehler bei Interpretation, wenn Text nicht verstanden
(Zusammenfassung aller Fehler S. 114)

115 Fehler grundsätzlich als Lernanlass sehen, nicht als Makel!

116 zusammenfassend wichtig: verbessern durch *Sach*rechnen und nicht Sach*rechnen*

117 Unterricht:
Spiralprinzip, Alltagsbezug, Verbindung zu anderen Fächern, auch gleich gewichtet wie andere Bereiche der Mathematik

119ff Gestaltungsprinzipien Unterricht

1. in allen Schuljahren, als eigenständiger Inhalt, fächerverbindend

123 ff SuS auch von ihren Erfahrungen mit Sachinhalt berichten lassen (v.a. im Anfangsunterricht!!), sonst lernen sie sehr schnell, dass es nur auf mathematischen Inhalt darauf ankommt und blenden Rest aus, was schädlich ist für Sachrechnen

2. SuS-gerechte Auswahl der Aufgaben, vielfältig darstellen, vertraute Situationen, sinnstiftend, länger an einem Kontext bleiben

126 SuS müssen möglichst oft das Gefühl haben, dass das Bearbeiten der Sachaufgabe auch sinnvoll ist, am besten authentische Situationen (Projekt) und sonst Aufgaben, die SuS Situation kennen, was sie schon *erfahren* haben → z.T. Themen auch selbst aufbereiten, dass sie für eigene Klasse passen (trotzdem ist ganz realistisch bleiben schwierig→ Mengenrabatte, alles wird durch Maschinen gerechnet…), darum auch als Anlass nehmen, neue Einsichten zu gewinnen (über Elefanten) → SuS wissen, dass solche Sit. neben Unterricht existieren, auch Namen in Aufgaben reinnehmen, oder zu Fantasiegeschichten, Knobelaufgaben

3. Individualisiert, genügend Zeit auch für Diskussionen über Inhalt → Denkprozesse nicht unterbrechen!! Kann verwirrend sein!! (ich: FI), offener Unterricht, Projekte, soziale Interaktionen!

132ff offen gestalten
Offene Aufgabenstellung (nicht direkt Frage, regt an, darüber zu diskutieren)
Offener Lösungsweg (schwierig, wenn direkt an zu vermittelnden Stoff geknüpft wird, Frage-Rechnung-Antwortschema nicht parse schlecht, sondern wenn es starr angewandt wird. Wenn es als Stütze gebraucht wird und Raum für eigenes lässt, gut)
Offene Organisationsform

4. Fehler und Irrwege genauso Lernanlass wie Lösungsidee; reflektieren, SuS erfahren: man darf Fehler machen und über diese muss man reden, um sie zu erkennen, daraus lernen

145ff immer wieder über Lösungen diskutieren, ob sinnvoll, auch nicht sinnvolle reinnehmen (Mutter wog 87kg, in ersten Woche 1kg abgenommen, wie schwer nach 57 Wochen (kann nicht 30kg sein), auch wenn richtige und sinnvolle Lösung darüber diskutieren

S. 148ff Übungen
Wenn im Unterricht voll Thema:
- Selbst Sachaufgaben bilden (motivierend! Rechnung, Thema, Bild vorgegeben, aus Teilen zusammensetzen, selbst schreiben)
Sachaufgaben darstellen (Text, Rollenspiel, … SuS sollen selbst wählen können)
SA verändern (sprachlich, unnötiges weglassen, umformulieren → SuS sollen dann lernen, durchzustreichen, aufzulisten, …)
Fragen dazu finden (selbst, aus Auswahl, … auch mit Märchenfiguren arbeiten)
Lösungen hinterfragen (arithmetisch, ob richtig gerechnet / mit Kontext, ob gesuchtes da/ mit Erfahrung, ob es sein kann→ üben durch Hinweis, dass in gestellter Aufgabe ein Fehler versteckt ist)

177ff mit Sachrechnen neue Welten eröffnen durch spannende Inhalte, Mathematik wird dann der Sache untergeordnet (ist nicht immer realistisch, für alle etwas Gutes zu finden und braucht viel Zeit, usw.; LP hat aber irgendwann Fundus an spannenden Aufgaben)

183ff Projektorientierter Mathematikunterricht
Projektunterricht ist immer interdisziplinär und auf Ziel ausgerichtet, weil das in Mathe nicht immer geht; projektorientiert → ist trotzdem Höhepunkt des Sachrechnens und des Matheunterrichts (Motivation, Eigenverantwortung, Sozialkompetenz, offene Aufgaben, natürliche Differenzierung → da unterschiedlich gerechnet werden kann)

Grössen
195ff Begriffe und Vorstellungen haben ist wichtig für Sachrechnen → realistische Grössenvorstellungen gewinnt man jedoch nur mit Sach- und Anwendungsaufgaben
201ff Stufenmodell (allgemein)

1. Erfahrungen in Sach- und Spielsituationen

(ordnen, vergleichen, sortieren, Zeitdauer, Wiegen im Haushalt, … → diese Erfahrungen erkunden und davon weiteren Unterricht gestalten)

2. direktes vergleichen von Repräsentanten

(«ist so lang wie…», schwierig weil nicht immer visuell wahrnehmbar (Gewicht und Zeit), zu gross/klein, div Formen, Seriation hier unbedingt erlernen, auch wenn für teils SuS schwierig)

3. indirektes Vergleichen

204 (weil direktes Vergleichen nicht immer geht, mit drittem Objekt als Vermittler / mit Objekt als selbst gewählte Einheit) → wichtig, dass SuS merken, was sinnvoll ist als Masseinheit und dass sie immer gleich sein muss, Motivation ev. schwierig, da SuS Masseinheiten schon kennen → trotzdem sind diese Erfahrungen sehr wichtig, weil wenn mit Körper gemacht, dann = wichtige Repräsentanten, weil immer dabei, Vorteil: SuS sehen, dass mit div. Repräsentanten div Lösungen und darum standardisiert sinnvoll)

4. indirektes Vergleichen mit standardisierten Messgeräten

Herzstück, nicht nur das Vorgehen, wie man misst, sondern auch Einsicht in Normierung (Standarteinheiten) und Aufbau von Skalierung auf Messgeräten (selbst solche machen), Null thematisieren (= Ausgangspunkt, egal wo sie steht (Geodreieck), kann nicht Ergebnis sein), Erfahren lassen, dass Messinstrument zum Objekt passen muss und Genauigkeit unterschiedlich

5. Umrechnen: Verfeinern und Vergröbern von Masseinheiten

206 SuS müssen Beziehung zwischen den Einheiten kennen, aber nicht losgelöst von Objekten, wird von Basis ausgegangen und durch meistens 10 verfeinert oder vergröbert Kommastellen kommt schon, müssen SuS aber noch nicht grad als Dezimale Schreibweise begreifen, sondern ihnen soll bewusst sein, in welche Einheiten das zerlegt wurde → Hilfe Stellentafel (und thematisieren, dass Endnullen weggelassen werden können)

6. Aufbau von Grössenvorstellungen (z.B. ein „Meter-Quadrat“ erstellen und damit Zimmer, ... ausmessen)

Vorstellung entwickelt sich nicht automatisch, SuS brauchen viele Repräsentanten, die sie zum Vergleich oder Schätzen heranziehen können (Tabelle S.210) durch viel üben festigen

7. Rechnen mit Grössen (erst am Schluss, wenn oben alles erarbeitet und verstanden worden ist!)

Immer in Beziehung zur Sache

215ff Längen
Wie oben beschrieben, als erstes auf Stufe 4 mit Meter Sachen vergleichen, dann in Stufe 5 verfeinern und cm einführen und damit wieder auf Stufe 4 arbeiten (mit Lineal)
Für 6 v.a. mit Körper, danach Objekte messen, denen sie viel begegnen und so noch mehr Repräsentanten aufbauen
Kann auch zuerst mit standardisierten Längenmassen gemessen werden, bevor Körper zum Einsatz kommt, da so an Erfahrungen der Kinder angeknüpft werden kann, dann Übergang zu Körpermassen attraktiv gestalten (historischer Markt, …)
221ff Zu Stufe 7: im Sachzusammenhang (Vergleichen, Ergänzen, auch mit unterschiedlichen Masseinheiten), formales Rechnen unterscheidet sich kaum vom Rechnen mit Zahlen und hilft nichts für Vorstellungsbildung

222ff Gewicht (als Vorschlag)
Zu Stufe 2: zuerst mit Händen und dann bei Unstimmigkeiten, die es hoffentlich gibt, z.B. Kleiderbügelwaage machen
Zu 4: von 1kg ausgehen (ist aber auch von 1g möglich)
Zu 5: Unterteilung von 1kg in g ist schwieriger, da g schwieriger zu unterscheiden ist (2g zu 3g) und es gibt wenig Repräsentanten für 1g → darum mit Vielfachen von g arbeiten, und mit Gewichtssteinen von 100g, 200g, … → dann Kinder ihre Sachen wägen lassen
225 zu 6: div Waagen kennenlernen lassen und SuS selbst entscheiden lassen, welche wo sinnvoll (braucht Personen-, div Küchen-, Briefwaage), als Stützpunktvorstellungen Lebensmittel verwenden
Zu 7: wieder nur in Verbindung mit Sachsituation rechnen

227ff Zeit (Stufenmodell stimmt da nicht ganz)
Schwierigkeiten;
- Unterscheidung Zeitangabe und -dauer
- Zeitpunkt ist keine Grösse sondern Skalenwert auf Messgerät
- Zeitspanne muss aus zwei Zeitpunkten berechnet werden
- Zeitberechnungen können daher nicht einfach als Gleichung aufgeschrieben werden
- Unterscheidung morgen, Nachmittag oft nur dank Kontext möglich
- nicht dekadisch
- nicht regelmässig (d, Monate…)
- Repräsentanten sind Vorgänge, diese können nicht exakt wiederholt werden
- Direktvergleich geht nur, wenn es gleichzeitig läuft

Darum Behandeln mit:
228ff Uhren, Uhrzeit (Repräsentanten im Tagesablauf, Analoguhr kennenlernen, Digitaluhr kennenlernen, Übertragen)
230 Kalender und Datum (mit Geburtstag→ Tag, Monat, Jahr / Wochentage)
233 Masseinheit Zeit (meistens von Tag ausgehen, auch vier Direktvergleich, nachher indirekt (Sanduhr, …), oder zumindest vorstellen, schätzen ist schwierig, das thematisieren, Zeitgefühl entwickeln (1min=…)
234ff Zeitdauerberechnungen (Verknüpfung von Anfangszeit, Zeitdauer und Endzeit (eines der drei gesucht), auch Rechnen mit grossen Zahlen möglich → Wie viele Tage bist du alt?)

237ff Hohlmasse (gehen gut nach Stufenmodel)
Stufe 2: Direktvergleich von Gefässen, Kontrolle durch Umschütten (geht nach Piaget erst am ca. 7 Jahren, wenn Gefälle unterschiedlich sind)
4: standardisiert mit 1l beginnen → mit 1l Flaschen messen, Danach verfeinern
239ff Besonderheiten bei Hohlmassen: Bruchschreibweise, bei Trichterförmigen Messbecher ist Skalierung nicht Proportional

240ff: Geld
Funktionen:
- Sachrechnen
- zum veranschaulichen von Bündeln
- Darstellung von Rechenwegen → didaktisches Mittel

→ muss selbst Gegenstand des Unterrichts sein; symbolisch oder mit Spielgeld, unterschiedliche Darstellung eines Betrags, durch Preis von Waren repräsentiert
Weil Erfahrungen in realer Welt für junge Kinder noch schwierig (kaum selbst gemacht, Angaben meist in Fr und Rp) → nachspielen, erst nach Kommaschreibweise kann mit realen Situationen gerechnet werden
242ff Besonderheit Geld:
- kann nicht beliebig klein gemacht werden, braucht manchmal Rest / runden, Wert ist instabil → Preis variiert vom gleichen Produkt, Erhöhung des Preises oft nicht proportional, nur Geld als Repräsentant reicht nicht aus, muss in Bezug zu Ware sein

Nur Stufe 4-7 im Modell, Preis der Ware ist subjektiv, nicht objektiv messbar
→ daher brauchen Kinder Vorstellungen von Preisen und müssen sinnvollen Umgang mit Geld lernen

244ff sinnvolle Übungen
!! Grössen werden oft weniger kritisch hinterfragt als Text (auch von Erwachsenen)
Eigenes Messen, wiegen, … ist nicht zu ersetzen

Plakate machen zu einer Grösse
Ein Gegenstand ganz ausmessen (gut für Stützpunkt, Grössen verbunden)
Unsinnige Masseinheiten durchstreichen
Steckbrief ausfüllen zu einer Grösse (anspruchsvoll)

254ff Schätzen
Ist nicht blind raten, SuS brauchen Messerfahrungen dazu → gedanklicher Vergleich mit eigenen Repräsentanten
Nicht unbedingt Schätzen dann messen → gibt Auffassung in Mathe muss alles genau sein und SuS sind enttäuscht, wenn sie weit daneben liegen (korrigieren oft nachher / schreiben erst nach messen auf)
256 motivieren durch Aufgaben, bei denen genaue Lösung nicht sinnvoll ist oder nicht ermittelt werden kann, Rückmeldung dann mit angemessen / brauchbar, anstatt «richtig»
Einfach: «Wie lange ist das?» SuS muss schätzen
Komplex: es muss Zwischenergebnis geschätzt werden, dass Resultat gefunden werden kann (braucht Erfahrungen, Beziehungen zwischen Daten, Durchschnittswerte, Vergleichswerte)

259ff: Strategien beim Schätzen → SuS sollen nachher unbedingt über ihre Strategien, wie sie geschätzt haben austauschen!
261 Schätzen lernen SuS nur, wenn sie mit Inhalten konfrontiert werden, die zum schätzen motivieren, nicht nur Aufgaben, die SuS sehen und so visuell «schätzen» oder eher erraten können, sondern auch solche, wo sie lernen durch Strategien die Antwort ungefähr zu ermitteln

aus Wahlmodul «Grundlagen und Basiswissen der Mathematik»
Grössen, Funktionen, Daten und Zufall

Stochastik (Kombinatorik, Wahrscheinlichkeit, *Statistik*) = Kunst des Vermutens

Kombinatorik: geschicktes Zählen; Ziel:
SuS sollen **experimentieren**
sollen systematisch variieren
und dann auch **systematisch** aufschreiben/zeichnen lernen
müssen nicht Formeln entwickeln!
→ Aufgaben sind immer so konzipiert, dass SuS alles aufschreiben können
→ Hilfe auch handelnd geben; mit Karten, die getauscht werden

Wahrscheinlichkeit: Vermutungen aufstellen
Ziel:
- SuS sollen experimentieren
- ein **Gefühl für Wahrscheinlichkeit / Zufall** aufbauen
- Vermutungen aufstellen und dann testen
- **Vermutungen** und Resultate vergleichen (Begriffe kennen lernen)
- Aussagen mit, *es ist sicher..., es ist möglich..., es ist unmöglich,* dass...

→ SuS sollen begreifen, dass Zufall kein Gedächtnis hat, jedes Mal aufs neue alle Möglichkeiten offen

Grössen
Ziel und Aufbau!:
- Vorstellung von Grössen haben (bis 3. Klasse nur das!)
- Erfahrungen durch experimentieren sammeln
- diese ins Verhältnis setzen
  - direkt Vergleichen (hinhalten / umleeren / ...)
  - indirektes Vergleichen mit selbstgewählten Masseinheiten (Blatt=2Stift lang)
  - indirektes Vergleichen mit standardisierten Masseinheiten
- Umwandeln (verfeinern und vergröbern)
- Rechnen mit Grössen
  → kommt beides später, funktioniert nur, wenn SuS Vorstellung haben!!

mit diesem Aufbau ist Lernprozess am ehesten erfolgreich (empirisch)

dazu brauchen SuS:
- **individuelle Referenzgrössen** (Repräsentant→ z.B. Körpergrösse)
(Repräsentanten vom Körper können verwendet werden, SuS können so Vorstellung aufbauen, auch wenn sie noch wachsen, können das dann ableiten)
danach entwickeln sie davon abgeleitet
- **standardisierte Referenzgrösse** (Repräsentant→z.B. Pack Mehl)

!! niemals zur „Vereinfachung" z.B. cm vergrössern→ nur von cm sprechen, wenn es in Wirklichkeit cm sind!!

Sachrechnen
Gibt es auf 3 Ebenen, hat jeweils anderen Zweck;
- Sachrechnen als **Lernstoff**: Rechnen mit Grössen und Daten (erheben, vergleichen, ...)
- Sachrechnen als **Lernprinzip**: Sache dient, den Lernstoff zu verstehen (z.B. Sachbezug im 1x1)
- Sachrechnen als **Lernziel**: geht immer um Sachbezug, Mathematik ist Instrument, das hilft, mehr über die Sache zu erfahren

gut wenn in einer Aufgabe mehrere Ebenen drinnen sind

Funktionale Zusammenhänge
lineare Funktionen, direkte und indirekte Proportionalität (im Zürcher Lehrmittel → nicht proportional, proportional, umgekehrt proportional)
(→ z.B. Flaschen werden in Gläser gefüllt, 1 Flasche → 6 Gläser)

- in Worten beschreiben
- Wertetabelle erstellen
- Graph / Diagramm zeichnen

dann funktional denken; d.h. zwischen diesen 3 Formen wechseln können
Kind braucht das **Verständnis für den Zusammenhang**, dann können sie selbst auf Strategie kommen, nicht eine Strategie vorgeben, immer mehrere zulassen!
Strategien:
- Multiplikations- und Divisionsregel
- Additions- und Subtraktionsregel
- konstantes Produkt (Kontingent (Anzahl), die zur Verfügung steht, bleibt gleich)

→ SuS muss die eigene Rechnung verstehen, nicht schwierige Kopfrechnungen ausrechnen können, nach Schema; für Schwache, Zahlen einfacher machen!!!
→ nicht Ziel, den schnellsten und einfachsten Weg verlangen, sondern ermöglichen, dass SuS den Weg verstehen, den sie wählen
→ soll **Zahlbeziehungen nutzen** lernen (einfache in Wertetabelle zuerst rechnen)
→ für Schwache mit Taschenrechner rechnen lassen, sie müssen Strategie finden, nicht Kopfrechnen üben

!! 3Satz ist eine Möglichkeit, das auszurechnen, aber nicht die einzige und garantiert Verstehen nicht!! (=multiplikativer Zusammenhang) → additiver Zusammenhang kann auch in direkter Proportionalität gebraucht werden
(3 Flaschen → 18 Gläser, 6 Flaschen → 36 Gläser)

aus Vorlesungsunterlagen vom Wahlmodul «Mathematische Grundvorstellungen und Basiskompetenzen aufbauen, ausbauen und vernetzen»
Grössen
am Beispiel von Flächeninhalten
Aufgabe:
- mit 8 gleichen Einheiten (z.B. Dreiecken) unterschiedliche Figuren legen; Flächen**inhalt** ist gleich, Umfang ist anders; Strategien anwenden, um diese zu legen
- mit unterschiedlichen Rechtecken parkettieren → beinhaltet Brüche, aber auch Flächeninhalt

allgemein:
Stufenmodell für Grössen kennenlernen → *muss unbedingt hierarchisch und sorgfältig aufgebaut werden, erst dann mit Rechnen beginnen:*

8. Erfahrungen in Sach- und Spielsituationen
9. direktes vergleichen von Repräsentanten
10. indirektes Vergleichen (mit drittem Objekt als Vermittler / mit Objekt als selbst gewählte Einheit) → wichtig, dass SuS merken, was sinnvoll ist als Masseinheit und dass sie immer gleich sein muss
11. indirektes Vergleichen mit standardisierten Messgeräten
12. Umrechnen: Verfeinern und VERGRÖBERN von Masseinheiten
13. Aufbau von Grössenvorstellungen (z.B. ein „Meter-Quadrat“ erstellen und damit Zimmer,... ausmessen)
14. Rechnen mit Grössen (erst am Schluss, wenn oben alles erarbeitet und verstanden worden ist!)

17. Übersichtsblatt Grössen, Funktionen, Daten, Zufall

Theoretische Grundlagen zum Sachrechnen

Modellierungsprozess des Sachrechnens

Häufiges Vorgehen beim erfolgreichen bearbeiten von Sachaufgaben:

1. Bilden eines **Situationsmodells** (mentale Repräsentation, Bearbeitungshilfen: Text mehrmals lesen, nacherzählen, nachspielen, skizzieren, …)
2. Ableiten eines **mathematischen Modells** (abstrahieren und Situationsmodell auf mathematischen Kern reduzieren; mathematisieren)
3. Bearbeiten der **mathematischen Lösung** (ausrechnen, zeichnen, …)
4. Die erhaltene Lösung in Beziehung zur Aufgabe setzen, interpretieren und somit die **Lösung der Aufgabe** ableiten.
5. Die erhaltene Lösung in Bezug auf die Realität **überprüfen und validieren.**

Dieser Prozess ist nicht geradlinig, sondern wird bei komplexen Aufgaben immer wiederholt, Schlaufen gemacht (Zwischenresultate notieren!).

Schwierigkeiten beim Sachrechnen

- Nicht vollständiges Durchlaufen des Modellbildungsprozesses (kein Situationsmodell)
- Fehlinterpretation des Kontexts
- Fehler beim Übersetzen in das mathematische Modell
- Fehler durch Orientierung an Oberflächenmerkmalen (sehen nur Zahlen und Signalwörter)
- Überspringen der Validierung (Unsinnige Lösungen werden nicht entdeckt)

Didaktische Überlegungen zum Sachrechnen

Im Modellierungsprozess:

Aufgaben bearbeiten, bei denen der Kontext verstanden werden muss
→ Zahlen der Aufgabe können nicht einfach zusammengerechnet werden

Interpretation des mathematischen Ergebnisses fordern
→ die mathematische Lösung ist noch nicht die Lösung der Aufgabe

Validieren bewusst einbeziehen (Kann das sein?)
→ durch Bezug zu einem den Kindern bekannten Kontext

Allgemein:

Begleiten:
das Denken beim Kind lassen,
Diskussionen anregen,
keine Strukturen vorschreiben

Individualisieren:
Bezug zur Lebenswelt (Bedeutsamkeit),
Offenheit (Aufgabe, Lösungsweg, …),
natürliche Differenzierung

Geeignete Aufgaben:
Sache mindestens gleichberechtigt,
projektorientiert / interessengeleitet

Theoretische Grundlagen zu den Grössen

Stufenmodell

15. Erfahrungen in Sach- und Spielsituationen sammeln (ordnen, sortieren, …)
16. direktes Vergleichen («ist so lang/schwer/… wie…»)
17. indirektes Vergleichen mit eigenen Masseinheiten (drittes Objekt als Vermittler)
18. indirektes Vergleichen mit standardisierten Messgeräten (Messvorgang, Einsicht in Normierung und Skalierung)
19. Umrechnen (Verfeinern und Vergröbern von Masseinheiten, stets Bezug zum Objekt)
20. Aufbau von Grössenvorstellungen (viele verschiedene Repräsentanten)
21. Rechnen mit Grössen

→ Gewicht, Längen und Hohlmasse entsprechen dem Stufenmodell

Besonderheiten:

Geld:
- Nur Stufen 4 – 7 im Stufenmodell möglich, da der Preis der Ware subjektiv ist
- Geld allein als Repräsentant reicht nicht aus, muss in Bezug zur Ware sein

Zeit:
- Stufenmodell stimmt da nicht ganz
- viele Herausforderungen: Unterscheidung Zeitpunkt – Zeitdauer, nicht dekadisch, Repräsentanten sind immer Vorgänge, Direktvergleich schwierig
- Spiralprinzip: nicht alles auf einmal wollen (mögliches Vorgehen: Uhrzeit, Kalender & Datum, Masseinheit Zeit, Zeitdauerberechnungen)

Schätzen

Gedanklicher Vergleich mit eigenen Repräsentanten (nicht blindes Raten!)
Austausch über Strategie und Vorgehen beim Schätzen unter den Kindern fördern

Stochastik

Kombinatorik Ziel:

1. **experimentieren**
2. systematisch variieren
3. **systematisch** aufschreiben/zeichnen lernen

müssen nicht Formeln entwickeln!
→ Hilfe auch handelnd geben; mit Karten, die getauscht werden

Wahrscheinlichkeit Ziel:

- ein **Gefühl für Zufall** aufbauen
- **Vermutungen** aufstellen, testen
- Resultate vergleichen (Begriffe kennen lernen)

→ begreifen, dass Zufall kein Gedächtnis hat, jedes Mal aufs neue alle Möglichkeiten offen

Funktionale Zusammenhänge

Ziel:
Verständnis für den Zusammenhang erlangen
dadurch selbst auf Strategie kommen

→ immer mehrere Strategien zulassen
→ nicht den schnellsten und einfachsten Weg verlangen, sondern ermöglichen, dass das Kind den Weg versteht, den es wählt
→ für Schwache mit Taschenrechner rechnen lassen / Zahlen anpassen

18. Methode des flexiblen Interviews

Beispiel Goldkettenproblem
→ Struktur bereits vorgegeben; ist extrem schwierig, sich dann davon zu lösen und eigenen Weg zu finden, den man dann wirklich versteht
→ in der Schule wird die Struktur oft vermittelt, anstatt den Denkprozess des Kindes anzuregen
→ dies führt dazu, dass die Kinder anfangen, nach solchen Strukturen zu suchen, ohne zu versuchen, die *Sache* zu verstehen (sie wollen wissen, wie es geht, nicht warum)
Kapitänsaufgabe (3 Schafe & 5 Ziegen, Sturm, 2 im Wasser, wie alt ist der Kapitän)
SuS im Vorschulalter fallen nicht darauf rein, Schulkinder schon
→ SuS sehen besonders die Mathematik als künstliche Regelhaftigkeit, wenn Schulmathematik vermittelt wird, ohne Bedeutung für SuS,
(ist Resultat von «teachting by telling»)

Mögliche Methode, die auch für das Begleiten sinnvoll
Plädiert: Mathematik «ganzheitlich» unterrichten → was heisst das?
div. Theorien, eine Zusammenfassung als mögliche Orientierung ist Handmetapher die sagt, was guter Matheunterricht braucht
- erklären

Wir sind in allen Bereichen dran, wo am wenigsten?

Methode, die in 3 Fingern (Daumen, Mittel-, Ringfinder) wirkt = Flexibles Interview → diese anschauen, da sie sehr gut ist, um SuS zu begleiten (wir machen das vermutlich oft schon unbewusst, aber bewusst machen tat mir gut und hat mir auch geholfen) (soll zum einen den Entwicklungsstand der SuS genau zeigen und ihr denken, zum anderen auch anregen zum Mathematisieren und Begründen → verstehensorientiert handeln)

Geht zurück auf Schriften von Platon; Sokrates behauptete, es gäbe keine Belehrung, sondern Erinnerung (Hebammenkunst)
Und auf Interviewart von Piaget (er hat klinisches Interview weiterentwickelt) und kürzlich in Schulen in Japan eingesetzt
FI = Mischung von beidem

Beispiel Sokrates und Sklave → nicht sehr aktuelles Beispiel, aber zeigt grundsätzliche Idee gut, muss natürlich auf heute transferiert werden

Mast, J.V. (2008). The Roll of Clinical Interview in Lesson Study: Investigating the Possibilities of a New Professional Development Model in Elementary Mathematics Education. Ann Arbor: Pro Quest LLC.
Forschung zeigte dies:
Bei Schulentwicklung in Japan eingesetzt: Teams wollten die Denkvorgänge der Schüler besser verstehen und so den Unterricht anpassen und verbessern
→ in Teams ausgetauscht, sich gegenseitig beobachtet, FI gehalten und danach Lektionen geplant

Resultat:
- Lp verstand SuS besser, auch wie sie denken
- Waren überrascht vom Können der Kinder
- gab Verbesserung des Unterrichts (abgestimmt auf Denken der SuS)
- erweiterten und festigten das eigene Wissen über Mathematik

→ haben auch gesehen, dass viele Fehlvorstellungen der Kinder auf das «teaching by telling» zurückzuführen sind, wenn SuS das nicht ganz verstanden haben und es sich nachher irgendwie zurechtlegen, es übergeneralisieren oder einen anderen Sinn gaben
159ff Grundsätzlich kriegt SuS ein Problem und ist angehalten laut zu denken, Lp stellt Fragen aufgrund der gebildeten Hypothesen über Denkvorgänge der SuS (um diese zu überprüfen)

Meyer, S. (2017). Das flexible Interview. Kreative Forschungsmethode – Dialogische Bildung. Die Webseite als Reader. Zürich: Interkantonale Hochschule für Heilpädagogik. Abgerufen am 29.01.2018 unter: http://www.interview.hfh.ch/page020a.htm
S.47: LP gibt nicht Erkenntnis preis, sondern S kommt mit Hilfe von Vorwissen, Meinungen, Vermutungen, Fehlschlüssen, Lösungsversuchen und geschickten Fragen der LP mit der Zeit selbst zur Einsicht
durch Fragen der LP kann Neues erschlossen werden → neues Wissen wird vom SuS selbst konstruiert und so verknüpft (Co-Konstruktion, da im Gespräch)

S.29. gut geeignet als Methode der Prozessbegleitung, S. 36, funktioniert auch in Gruppen und ganzen Klasse → dann als LP zirkulär fragen → darauf achten, dass es nicht Dialog mit einem SuS wird, sondern dass alle mal zum Reden und diskutieren untereinander kommen (LP kann lenken) SuS regen sich gegenseitig an (ZNE, Wygotski)
S.31 Wenn es im Unterricht verankert ist, dann Prozessbegleitung und Diagnostik ökologischer und kohärenter zu Pädagogik

Fortschritte bei SuS und LP, da der Fokus mehr auf Verstehen und Erforschen liegt
19 Vorbereitung: verschiedene Fragen zum Thema bereit haben, dann aber in der Situation auf Geschehen reagieren
Achtung:
- keine Suggestivfragen oder lenkende Fragen
- den SuS genügend Zeit geben um zu überlegen (warten aushalten!

19. Übersicht Sach-, und didaktische Analyse

Analysen zum Bereich Sachrechnen, Längen, Schätzen
(Inhalte der Projekttage)
→ Im Team besprechen und mit Inhalten und Lehrerkommentar vom Lehrmittel vergleichen und bearbeiten

Verwendete Quellen:
Scherer, P., Moser Opitz, E. (2010). Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
Moser Opitz, E., Schmassmann, M. (2008) Heilpädagogischer Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch 3. Zug: Klett und Balmer Verlag.
Franke, M. (2003). Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule. Heidelberg, Berlin: Spektrum Akademischer Verlag GmbH
aus Wahlmodul «Grundlagen und Basiswissen der Mathematik»
aus Vorlesungsunterlagen vom Wahlmodul «Mathematische Grundvorstellungen und Basiskompetenzen aufbauen, ausbauen und vernetzen»

SACHRECHNEN
Wahlmodul und Franke: Gibt es auf 3 Ebenen, hat jeweils anderen Zweck;
- Sachrechnen als **Lernstoff**: Rechnen mit Grössen und Daten
- Sachrechnen als **Lernprinzip**: Sache dient, den Lernstoff zu verstehen (z.B. Sachbezug im 1x1)
  Scherer, P., Moser Opitz, E., 2010: S.161 Sache oft als Ausgangspunkt für Mathe, um Inhalt zu erklären, Nutzen der Mathe darstellen, dienen dem Verständnis von mathematischen Sachverhalte
- Sachrechnen als **Lernziel**: geht immer um Sachbezug, Mathematik ist Instrument, das hilft, mehr über die Sache zu erfahren

Gut, wenn in einer Aufgabe mehrere Ebenen drinnen sind;
→ für Projekttage Schwerpunkt auf Lernstoff, aber so verpacken, dass fest als Lernziel drinnen; SuS sollen Mathe als Instrument brauchen, um Sachen herauszufinden

Franke, M. 2003: 76ff Sachrechnen als Modellierungsprozesss (Verbindung)
80 Problem: teilweise interpretieren SuS gewisse Wörter zum math. Modell, ohne genügend den Kontext verstanden zu haben → Sie brauchen daher Zeit für Aufbau eines eigenen **Situationsmodells** (mentale Repräsentation) → SuS muss Problem für sich neu konstruieren
81 dazu ist Frage zentral: sie deutet auf Lücke hin, die SuS schliessen muss, dazu braucht SuS ev. auch mehr Infos, muss schätzen,… (ist realistisch!) Frage leitet auch Aufmerksamkeit, keine Frage lässt mehr offen → kommt schlussendlich nicht drauf an, Ziel ist, dass SuS sich mit Sachproblem auseinandersetzt, ob dies durch Frage, Bild,… ausgelöst wird ist egal
Für **mathematisches Modell** muss SuS abstrahieren und Situationsmodell auf math. Kern reduzieren (=mathematisieren) (mit Rechnung oder Skizze,…)
82 nachher kommt lösen, math. Lösung ist nicht gleich Lösung der Aufgabe, die muss zuerst in Beziehung zum Sachkontext gesetzt werden, machen SuS oft nicht, sondern schreiben Antwort nach Muster → damit sie Lösung wirklich überprüfen und Notwenigkeit sehen, helfen unwahrscheinliche Probleme
83→ dieser ganzer Prozess ist nicht geradlinig sondern wird bei komplexen Aufgaben immer wiederholt, Schlaufen gemacht; darum Zwischenresultate notieren nötig!
Um Situationsmodell zu erstellen braucht SuS Bearbeitungshilfen (Text mehrmals lesen, umformulieren, nacherzählen, nachspielen, skizzieren

GRÖSSEN ALLGEMEIN
Moser Opitz, E., Schmassmann, M.2008: S.49, Grössen allgemein
Vorkenntnisse: Dezimalsystem, Bündeln, Entbündeln, Zahlenstrahl kennen für Skalen lesen
! Grössen: Braucht Gelegenheit, Grössen zu vergleichen, Vorstellungen entwickeln → persönliche, nicht alle die gleiche, mehrmals anschauen, immer wenn mit Grössen gearbeitet wird
Grössen
Franke, M. 2003: 195ff Begriffe und Vorstellungen haben ist wichtig für Sachrechnen → realistische Grössenvorstellungen gewinnt man jedoch nur mit Sach- und Anwendungsaufgaben

Franke, M. 2003: 201ff Stufenmodell (allgemein) *muss unbedingt hierarchisch und sorgfältig aufgebaut werden, erst dann mit Rechnen beginnen,*
mit diesem Aufbau ist Lernprozess am ehesten erfolgreich (empirisch)

22. Erfahrungen in Sach- und Spielsituationen

(ordnen, vergleichen, sortieren, … → diese Erfahrungen erkunden und davon weiteren Unterricht gestalten)

23. direktes vergleichen von Repräsentanten

(«ist so lang wie…» schwierig, weil: zu gross/klein, div Formen, Seriation hier unbedingt erlernen, auch wenn für teils SuS schwierig)

24. indirektes Vergleichen

204 (weil direktes Vergleichen nicht immer geht, mit drittem Objekt als Vermittler / mit Objekt als selbst gewählte Einheit) → wichtig, dass SuS merken, was sinnvoll ist als Masseinheit und dass sie immer gleich sein muss, Motivation ev. schwierig, da SuS Masseinheiten schon kennen → trotzdem sind diese Erfahrungen sehr wichtig, weil wenn mit Körper gemacht, dann = wichtige Repräsentanten, weil immer dabei, Vorteil: SuS sehen, dass mit div. Repräsentanten div Lösungen und darum standardisiert sinnvoll)
(mit drittem Objekt als Vermittler / mit Objekt als selbst gewählte Einheit) → wichtig, dass SuS merken, was sinnvoll ist als Masseinheit und dass sie immer gleich sein muss

25. indirektes Vergleichen mit standardisierten Messgeräten

Herzstück, nicht nur das Vorgehen, wie man misst, sondern auch Einsicht in Normierung (Standarteinheiten) und Aufbau von Skalierung auf Messgeräten (selbst solche machen), Null thematisieren (= Ausgangspunkt, egal wo sie steht (Geodreieck), kann nicht Ergebnis sein), Erfahren lassen, dass Messinstrument zum Objekt passen muss und Genauigkeit unterschiedlich

26. Umrechnen: Verfeinern und Vergröbern von Masseinheiten

206 SuS müssen Beziehung zwischen den Einheiten kennen, aber nicht losgelöst von Objekten, Wird von Basis ausgegangen und durch meistens 10 verfeinert oder vergröbert Kommastellen kommt schon, müssen SuS aber noch nicht grad als Dezimale Schreibweise begreifen, sondern ihnen soll bewusst sein, in welche Einheiten das zerlegt wurde → Hilfe Stellentafel (und thematisieren, dass Endnullen weggelassen werden können)

27. Aufbau von Grössenvorstellungen (z.B. ein „Meter-Quadrat" erstellen und damit Zimmer,... ausmessen)

Vorstellung entwickelt sich nicht automatisch, SuS brauchen viele Repräsentanten, die sie zum Vergleich oder Schätzen heranziehen können (Tabelle S.210) durch viel üben festigen

28. Rechnen mit Grössen (erst am Schluss, wenn oben alles erarbeitet und verstanden worden ist!) (erst am Schluss, wenn oben alles erarbeitet und verstanden worden ist!)

Immer in Beziehung zur Sache
Franke, M. 2003: 244ff sinnvolle Übungen
!! Grössen werden oft weniger kritisch hinterfragt als Text (auch von Erwachsenen)
Eigenes Messen ist nicht zu ersetzen
→ Plakate machen zu einer Grösse
Ein Gegenstand ganz ausmessen (gut für Stützpunkt, Grössen verbunden)
Unsinnige Masseinheiten durchstreichen
Steckbrief ausfüllen zu einer Grösse (anspruchsvoll)

LÄNGEN
Moser Opitz, E., Schmassmann, M.2008: S.67 Längen m, cm, mm
Schwierigkeiten: genau abmessen, Begriffe klären (lang, länger…)
S.83 m, km, Begriffe klären (lang, länger, Strecke…), Dezi, Centi,…
Franke, M. 2003: 215ff Längen
Wie oben beschrieben, als erstes auf Stufe 4 mit Meter Sachen vergleichen, dann in Stufe 5 verfeinern und cm einführen und damit wieder auf Stufe 4 arbeiten (mit Lineal)
Für 6 v.a. mit Körper, danach Objekte messen, denen sie viel begegnen und so noch mehr Repräsentanten aufbauen
Kann auch zuerst mit standardisierten Längenmassen gemessen werden, bevor Körper zum Einsatz kommt, da so an Erfahrungen der Kinder angeknüpft werden kann, dann Übergang zu Körpermassen attraktiv gestalten (historischer Markt, …)
221ff Zu Stufe 7: im Sachzusammenhang (Vergleichen, Ergänzen, auch mit unterschiedlichen Masseinheiten), formales Rechnen unterscheidet sich kaum vom Rechnen mit Zahlen und hilft nichts für Vorstellungsbildung

SCHÄTZEN
Franke, M. 2003: 254ff
Ist nicht blind raten, SuS brauchen Messerfahrungen dazu → gedanklicher Vergleich mit eigenen Repräsentanten
Nicht unbedingt Schätzen dann messen → gibt Auffassung in Mathe muss alles genau sein und SuS sind enttäuscht, wenn sie weit daneben liegen (korrigieren oft nachher / schreiben erst nach messen auf)
256 motivieren durch Aufgaben, bei denen genaue Lösung nicht sinnvoll ist oder nicht ermittelt werden kann, Rückmeldung dann mit angemessen / brauchbar, anstatt «richtig»
Einfach: «Wie lange ist das?» SuS muss schätzen
Komplex: es muss Zwischenergebnis geschätzt werden, dass Resultat gefunden werden kann (braucht Erfahrungen, Beziehungen zwischen Daten, Durchschnittswerte, Vergleichswerte)

Franke, M. 2003: 259ff: Strategien beim Schätzen → SuS sollen nachher unbedingt über ihre Strategien, wie sie geschätzt haben austauschen!
261 Schätzen lernen SuS nur, wenn sie mit Inhalten konfrontiert werden, die zum schätzen motivieren, nicht nur Aufgaben, die SuS sehen und so visuell «schätzen» oder eher erraten können, sondern auch solche, wo sie lernen durch Strategien die Antwort ungefähr zu ermitteln.

20. Planung Projekttage

Projekttage Mathematik „Strecken und Flächen“ 3. – 5. April 2018

Dienstag	Mittwoch	Donnerstag
Thema Strecken	Thema Plan zeichnen	Thema Flächen
Strecken schätzen und messen ADL (Nadine) *Einstieg:* Meter verteilen, Formen bilden (Rechteck, Quadrat, Romboid, Rombus, Dreieck, Stern → Varianten finden) Meter-Wettbewerb Zu zweit mit Klebeband einen Meter auf den Boden kleben Nachmessen und Messresultat notieren (Unterschied ausrechnen und notieren) (Unterschied in Prozent ausrechnen) Still herumgehen und den Sieger herausfinden *Aufteilen in 3 ADL Gruppen:* Übung 1B Im Team Referenzstrecken (1cm, 1dm, 1m) genau auf den Boden kleben → Vereinfachen: dm weglassen Im Plenum vergleichen: Wie oft hat 1cm in 1dm Platz, …? Jedes Team erstellt 1m-Schnur, 1dm und 1cm Streifen Im Team Verschiedene Strecken (2cm -3m) kleben/suchen (Gegenstände und Körperteile auch einbeziehen), schätzen, abmessen, Unterschied ausrechnen, (Unterschied in %) Im Plenum Austausch über die Übung, Schätzstrategien und Referenzgrössen besprechen Übung 2A In 2 Gruppen: Auf 7 Plakate / WT Repräsentanten zu der Grösse suchen (1mm – 1km, konkret oder skizziert) → die Gruppe muss sich einig sein Eine Gruppe stellen ihre Arbeit vor, die andere kommentiert, wechseln	**Plan skizzieren, messen, rechnen, zeichnen ADL (David)** *Bewegter Einstieg:* Linienfangis auf dem roten Platz, Variante mit farbigem „Bändelklau“ *Roter Platz skizzieren:* - In 4er Gruppe (2 Basketballfeld mittel, 2 Handballfeld schwer, 1 Volleyballfeld einfach) - auf kleine Wandtafeln mit Kreide Plan messen, skizzieren, beschriften - Austausch der Skizzen im Plenum *1km Marsch:* - Frage: Wie viele Male müsst ihr um den roten Platz gehen um einen km zurückzulegen? - Gruppenmarsch um den Platz (Runden zählen) *Plan genau zeichnen* - jeder zeichnet einen genauen Plan selbst auf A3 Tonpapier (Schulzimmer) *weiterführende Aufgaben:* C: Welche Strecken legen zwei Fussballteams zu 6 Spielern in Spiel von 20min zurück? Schätze und rechne D: Stellt euch vor, man zeichnet mit allen Linien des Sportplatzes ein Quadrat. Wie lange wäre die Seitenlänge etwa? Wie viele Quadratmeter gross wäre das Quadrat?	**Flächen messen ADL (Jürg)** Einstieg: Bewegte Mathematik (KV) Gruppenwettkampf: mit zwei Matten Länge der Turnhalle ausmessen, ohne den Boden zu berühren → wer am schnellsten Nachher abschätzen, wie gross die Turnhalle ist Gruppenarbeiten (Teamshake): Übung 1 4 Der Quadratmeter A/B Einen Quadratmeter herstellen aus Zeitung Erklären KV/messen PA/präsentieren & vergleichen GA Übung 2 13 Papierstreifen Erklären GA/falten & messen PA/präsentieren GA → weiterdenken im Kopf → Verdoppelung ausprobieren Mit 24 / 40 / 48 / 64 Quadraten weiterdenken als Weiterführung
Pause	Pause	Pause
3 Niveaugruppen Nadine: Niveau 1von 3 Übung 12 → Beispiele gemeinsam besprechen, zu zweit eigene Beispiele finden, Austausch im Plenum Heft (jeweils differenziert) 101, 201 103, 203 (104, 204) Jürg: Niveau 3 von 3 Übung 12 Heft 201/202/203 David: Niveau 2 von 3 1. Übung 12 mit Kopien in 2er Gruppen 2. Behauptungen zu versch. Fragen auf farbige Zettel 3. Austausch und Bearbeitung im Plenum 4. Meter anmalen, beschriften 5. Arbeit selbständig im Heft 3_4: 104, 105, 106	2 Niveaugruppen Nadine: Niveau 1 von 2 Übung 11 (Stellenwerttabelle brauchen) Mit Post-it Strecken markieren, die gemessen werden sollen, messen und in verschiedenen Masseinheiten anschreiben, freiwilliger Kurs dazwischen, zu zweit mit Klebeband Beweis darstellen Aufträge vom Vortag mit Bezug auf Stellenwerte korrigieren Heft 104, 204 105, 106, 107, (205) David: Niveau 2 von 2 1. Suchauftrag mit Compi: Bild einfügen aus google.ch zu 1m, 20m, 100m, 500m, 1000m 2. Input „Sreckenlängen umrechnen“ 3. Umrechnungsaufträge in 2er Teams: Aufgabe aufschreiben, tauschen, Aufgabe lösen. 4. Arbeit selbständig im Heft 5_6: 203, 204, 205	3 Niveaugruppen Nadine: Niveau 1 von 3 Übung 14 (wenn möglich draussen mit Kreide am Boden) Rechteck aus 2x10 Quadraten, davon Umfang und Fläche gemeinsam bestimmen In Gruppen Rechtecke mit gleichem Flächeninhalt finden → Umfang vergleichen Möglichst viele Rechtecke mit A=12 finden Umfang einzeichnen und dazu schreiben Im Plenum vergleichen Drinnen auf dem Blatt dasselbe mit 4/9/16/36/100 Quadraten bearbeiten Anzahlen finden, bei denen es nur eine Möglichkeit gibt Heft 108, 109, (206, 207) Jürg: Niveau 3 von 3 E: Flächeninhalt messen Übung 23/(24/25) Heft 207/208/(209/210) David: Niveau 2 von 3 1. Übung 13 KV 7.4 2. .Input Quadratmeter 3. . Übung 14 .KV 7.5 4. Arbeit selbständig im Heft 3_4: 108, 109, 110, Arbeit selbständig im Heft 5_6: 206, 207

21. Ablauf Weiterbildungsnachmittag 4

Altersdurchmischt lernen im Bereich „Form und Raum“ (Reute, 1. Juni 2018)

Zeit	Arbeitsphase	Inhalt	*Ziel*
08:30	Theorieinput	Form und Raum: - Raumvorstellung, Begriffe - Körper, Figur, Symmetrie → häufige Schwierigkeiten → durch die Theorie empfohlenes didaktisches Vorgehen	*Überblick über theoretische und didaktische Grundlagen im Bereich Form und Raum*
09:45	Rückblick	Zusammenfassung und Diskussion über die Arbeit im Team zum inklusiven altersdurchmischten Mathematikunterricht über ein Jahr.	*Sehen, was wir schon erreicht haben*
10:15	Arbeit in den Stufenteams	Mögliche Modelle der Weiterarbeit andenken und diskutieren Lehrmittel «Mathwelt» als mögliches Hilfsmittel durchschauen → geeignet? → wie einsetzen? Entscheid über die Weiterarbeit im kommenden Jahr → festhalten für das Konzept	*Weiterarbeit im Stufenteam festlegen*
11:00	Austausch im Team	Austausch über die Entschlüsse in den Stufenteams	*Abschluss der Implementierung*
11:30	Schluss		

22. Vortragsinhalt Form und Raum

Scherer, P., Moser Opitz, E. (2010). Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
S. 181 ff Das sollen SuS können:
- SuS sollen Körper und Figuren erkennen und benennen können (sortieren und mit Fachbegriffen, in Umwelt erkennen, Modelle herstellen → bauen, legen, …, zeichnen)
- Verkleinern und Vergrössern im Gitternetz
- Achsensymmetrie
- Musterfortsetzen

S. 183 Folgerungen für den Unterricht:
Orientierung an diesen Kompetenzen, auch für SFB
→ von Anfang an rein
Braucht gute visuelle Wahrnehmung (das muss zuerst trainiert werden; Wahrnehmung im Raum, räumliche Beziehungen, Figur – Grund- Unterscheidung, …)
→ alles handlungsorientiert und im Spiralprinzip

S. 185 Raumvorstellung heisst:
- räumliche Beziehungen in Bezug auf eigenen Körper erfassen
- räumliche Gruppierungen von Objekten machen, und Beziehungen sehen
- gedankliche Vorstellung von räumlicher Bewegung (verschieben, falten, …)
- Rotationen von Objekten vorstellen

187ff
→ hängt auch vom Alter ab, jüngere können noch nicht so gut Perspektive wechseln (Laut Studie)
→ aber auch schwierig für SuS mit Wahrnehmungsschwächen / visuelle Schwierigkeiten / Sprachverständnis / rechts – links – Verständnis

189ff Förderung
Anfangsunterricht: mit mathe-haltigen Bilderbüchern, in denen räumliche Beziehungen und geometrische Formen und Körper drinnen, am besten, wenn dann auch Text noch darauf fokussiert
→ SuS sollen beschreiben (was hat welche Form, was ist wie / wo (Türe offen, Kind auf Stuhl…) dabei auch div. Perspektiven einnehmen (der neben dem, …), gut, wenn es dabei zu Irritationen oder Konflikten kommt, wenn div. Perspektiven eingenommen werden können
→ geht jemand raus (aus dem Wartezimmer) oder rein (in das Behandlungszimmer) das fördert geometrisches Denken

190ff Förderung zur Raumorientierung
Gut mit Würfel und Würfelgebäude nachbilden, aber möglichst spielerisch
→ am Anfang vor allem Unterschied räumlich und 2D durch Nachbauen kennenlernen
(z.B. hat jeder Spiele div. Karten mit Würfelgebäuden mit 5 Würfel und reihum darf nur 1 verschoben werden, alle versuchen, eine eigene Karte zu konstruieren.)

191ff Förderung zu geometrischen Abbildungen
Hier ist Achsensymmetrie sehr wichtig → vielfältige Erfahrungen machen lassen, auch mit falten oder mit dem Spiegel
- Spiegelmemory; zwei spiegelgleiche Hälften bilden ein Paar
- Geobrett, ein S spannt Spiegel ein, anderer S spiegelt dann danach die Figur
- oder im Geobrett Spiegelachsen finden → Achtung: auch mehrere Achsen finden lassen und auch Diagonale reinnehmen; S muss zudem verstehen, dass entweder Spiegel innerhalb einer Figur sein kann, oder dass Figur ganz gespiegelt werden kann

S. 193ff
Förderung zum Messen von Flächen- und Rauminhalten
→ mit Legespielen wie Tangram: zuerst Formen benennen, aus einzelnen Teilen neue Formen legen, und auch auslegen von vorgegebenen Figuren mit allen Teilen
→ so machen SuS erste Erfahrungen mit Flächeninhaltsgleichheit durch Zerlegungsgleichheit
Gleich bei Rauminhalt (auch über Handlung:)
→ aus bestimmter Anzahl Holzwürfel verschiedene Quader bauen lassen
(braucht für alle diese Aufgaben gewisse Offenheit, dass Differenzierungsmöglichkeiten gegeben sind)

S. 196
Geometrie soll während ganzer Primarzeit miteingebaut sein, ist auch wichtig für Lernprozesse in anderen Bereichen, aber auch sehr wichtig für Motivation:
Oft sammeln SFB hier Erfolgserlebnisse, die positiv für ganzen Matheunterricht sein können
(Forschung zu was räumliche Fähigkeiten ausmacht und zu wie die gefördert werden fehlt jedoch immer noch)

Moser Opitz, E., Schmassmann, M. (2008) Heilpädagogischer Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch 5+6. Zug: Klett und Balmer Verlag.
EBENE, FIGUR, FLÄCHE
S. 121
Geometrie bringt neuen Aspekt und anderen Zugang für viele SuS in Mathe: Schönheit der Mathematik durch Formen und Muster → brauchen darum für diese Erfahrungen viel Zeit

Weil SFB oft problemlos folgen können, ist wichtig, dass dies oft auch an solchen Aufgaben arbeiten dürfen

Basale Fähigkeiten: braucht graphomotorische, Wahrnehmungs- und Raumorientierungsfähigkeiten

Für Entdecken von Gesetzmässigkeiten brauchen SuS genügend Zeit, auch dass sie danach darüber diskutieren können

Gesetzmässigkeiten erkennen und Muster herstellen fördern Wahrnehmung und sich auch wichtige Vorbereitung auf Algebra

Wichtige Inhalte:
- verschiedene Formen der Symmetrie (v.a. Achsensymmetrie) erkennen und herstellen
- Eigenschaften von Figuren beschreiben
- Ähnlichkeiten erkennen
- Zirkel und Geodreieck handhaben
- auch Parallele und Senkrechte kennen und durch Konstruieren oder Falten herstellen
- Winkel erkennen, unterscheiden und messen

Mögliche Schwierigkeiten:
- Grafomotorisch: Umgang mit Zirkel, nicht verrutschen beim Gebrauch von Geodreieck, arbeiten ungenau: wird schwierig Muster darzustellen oder überhaupt in eigener Arbeit zu erkennen
S. 122
- Sprache: Fachbegriffe merken, mehrschrittige Handlungsanweisungen lesen und verstehen
- visuelle Differenzierung und Raumorientierung: Feinheiten in Mustern erkennen (kleine Formunterschiede, Schattierungen, Farben), ähnliche Figuren können sie nicht als ähnlich sehen, Schwierigkeiten mit Koordinaten umzugehen → Orientierung im Punktebrett schwierig (Geobrett), erkennen spiegelsymmetrische Figuren nicht als gleich

- Winkel: rechter Winkel ist nicht ein Winkel der rechts offen ist / rechts in der Figur liegt, „stumpfer Winkel“ ist unlogisch, weil dieser auch eine Ecke hat, rechte Winkel nur erkennbar, wenn waagrecht / senkrecht ausgerichtet, Winkel nur gleich gross erkennbar, wenn Schenkel gleich lang

Förderhinweise:
Muster
- Mustersuche im Schulhaus / zu Hause …
- Diskussion über was ist Muster (immer wiederkehrende Anordnung)
- Unterschiede in Mustern beschreiben

Achsensymmetrie: mit Spiegel experimentieren & Falten
→ immer wieder Begriffe klären und darüber diskutieren; (z.B. Figuren auf Geobrett spannen und benennen, Gemeinsamkeiten und Unterschiede) auch z. B. bei rechtem Winkel, oder spitz oder stumpf, …: SuS suchen lassen und dann eigene Definition schreiben und darüber diskutieren.
S.123
Auch über Genauigkeit sprechen und gemeinsam erarbeiten, wann ist genau sein nötig und wann sind Skizzen angebracht (mit Beispielen)
Beim Konstruieren nach Anweisung→ auch zu zweit arbeiten lassen, jemand sagt Anweisung, anderes Kind führt sie aus

KÖRPER
S. 125
Räumliches Denken kann auch mit Knoten gefördert werden (nachknüpfen oder entwirren, bestimmen, ob echt oder falsch (=schnell durch umlegen lösbar))
→ stellt hohe Anforderungen an räumliche Vorstellung, für viele SuS z.T. schwierig, v.a. wenn in der Vorstellung bewegt werden muss: dann zuerst viel Zeit mit Arbeit mit realen Körpern und die bewegen
→ immer wieder versprachlichen, weil Sprache sehr wichtig

Wichtig zu bearbeiten:
- Figuren aus div. Blickwinkeln zeichnen
- Körper aus Würfel bauen und von div. Seiten zeichnen
- Blickpunkt wechseln

126:
Mögliche Schwierigkeiten
- grafomotorisch (knüpfen / falten)
- visuell differenzieren (oben oder unten durch?, durch viele Punkte auf Papier verwirrt
- Perspektivenwechsel schwierig (etwas kann auch da sein, wenn ich es nicht sehe)
- Raumorientierung (im Punktefeld nicht sichtbar, wie Linien verlaufen müssen, Schwierigkeiten mit den Begriffen (oben, unten, …)
- Abläufe nachvollziehen (verlieren Übersicht, können nicht innerlich nachvollziehen)
- Sprache (Fachbegriffe merken

S. 126:
Allgemeine Förderhinweise:
- Figuren aus Würfeln bauen lassen (auch z.b. in Gruppen eine Stadt bauen und aus div. Perspektiven zeichnen (s.127))
- Begriffe Grundriss und Seitenansicht … klären
- Perspektivenwechsel schulen (auch zu zweit, anderen Standort einnehmen und zeichnen / fotografieren, dann Bilder vergleichen)

GEOMETRISCHE BERECHNUNGEN (Winkel)
129
Begriff Winkel kennenlernen, Winkel vergleichen und messen
Sind mit Winkeln aus Alltag schon vertraut, Winkel richtig messen ist aber häufig sehr anspruchsvoll→ braucht genügend Zeit

130 Schwierigkeit:
verwechseln Grösse mit Länge der Schenkel
Orientierung an Skala auf dem Winkelmesser ist schwierig
Ist schwierig, die Einteilung von 360° zu verstehen (keine Zehnereinteilung)

132 Förderung
Dynamischer Zugang mit Winkel, der geöffnet und geschlossen werden kann (mit Schere, oder selbst aus Kartonstreifen basteln)
Müssen Erfahrung machen, dass Grösse des Winkels unabhängig von Schenkellänge ist (gleich grosse Winkel aus verschieden langen Kartonstreifen)
Vergleich mit rechtem Winkel (z.B. Ecke von Transparentpapier auf gezeichnete Winkel legen und herausfinden ob grösser (stumpf) oder kleiner (spitz))
Begriffe wie Scheitelpunkt, Öffnung, Schenkel klären
Winkel auf mit Zeiger der Uhr erarbeiten (9:00 → rechter Winkel)
133
→ erst wenn das alles verstanden, mit Winkel messen beginnen

aus Wahlmodul «Grundlagen und Basiswissen der Mathematik»
<u>Form und Raum</u> <u>(Geometrie)</u>
Ziel:
- Raumorientierung/ -vorstellung (etwas im Kopf räumlich sehen)
  Fördern durch Kopfgeometrie (Aufgabe / Handlung nur durch Vorstellen lösen)
- Beobachtungsfähigkeit
- Abstraktionsfähigkeit
- Begriffsbildung
  Begriffe nicht nur nennen, sondern auch in Beziehung setzen, vernetzen
  (Quadrat = spezielles Rechteck = spezielles = Viereck, ...)
  als LP immer richtige Begriffe verwenden (z.B. Quadrat...)
- Handhabung von geometrischem Werkzeug

SuS sollen diese Ziele erreichen durch erforschen über
- Handlungen → steht im Vordergrund! bei allen Zielen drinnen
- Experimente
- Beobachtungen
- Zeichnungen
  → beim Handeln immer auch Ausprobieren, Beobachten, Zeichnen

so Eigenschaften, Zusammenhänge und Gesetzmässigkeiten entdecken
auch von Stereotypen wegkommen (nicht nur typische Formen / Körper anschauen)

→ Grundkonstruktionen (z.B. Senkrechte) kommen vor, stehen aber nicht im Zentrum

Franke, M., Reinhold, S. (2016). Didaktik der Geometrie. In der Grundschule (3. Auflage). Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.

37: allgem. in Mathedidaktik gab es eine Verlagerung der Diskussionsschwerpunkte von Inhalt auf Lehr- und Lernformen. In Geometrie: inhaltlich offen und mit natürlicher Differenzierung in geometrischen Lernumgebungen
Auch zirkulär (Spiralcurriculum)
Schwerpunkt auf Prozessbezogene, mathematische Kompetenzen (Darstellen, Argumentieren, Kommunizieren, Problemlösen, Modellieren)

83: Räumliche Fähigkeiten
→ Wahrnehmung wichtig, v.a. visuell
84 Raumvorstellung hängt stark mit Wahrnehmung zusammen, braucht auch für visuelle Wahrnehmung bereits gedankliche Leistung, Grenze zur räumlichen Vorstellung ist fliessend, kann nicht getrennt werden, beides hat verschiedene Komponenten, die zusammenhängen

84ff Räumliche Fähigkeiten (Wahrnehmung und Vorstellung)
- Räumliche Beziehung: Objekte statisch wahrnehmen und Beziehungen untereinander sehen (X ist nahe an Y, fern, …)
- Räumliche Veranschaulichung: gedankliches Vorstellen von räumlichen Veränderungen (verschieben, zerlegen, falten, …)
- Räumliches Orientieren: orientieren im wahrgenommenen Raum + gedankliches Hineinversetzen in andere Perspektive (Beziehungen in Bezug auf eigenen Körper, rechts – links)

86 ist nicht nur räumlich sehen, sich gedanklich visuell vorstellen, sondern auch taktil wahrnehmen und taktil vorstellen
→ Bewegungserfahrung und körperliche Sinnesempfindungen sind wichtig für die Entwicklung von Raumvorstellungen

108 Entwicklung:
div. Studien ergeben andere Resultate, kritisieren sich gegenseitig, ist so komplex, dass pauschale Aussagen über Entwicklung schwierig, entwickelt sich aber bis in s Jugendalter weiter

109 Förderung von räumlicher Fähigkeit:
SuS müssen Erfahrungen im Raum sammeln können → handelnd, muss aber auch immer sprachlich begleitet werden (Reflexion), damit sich Handlung zu Vorstellung entwickeln kann
Kopfgeometrie: heute oft zuerst manuelle Handlung / Skizze, dann rein mental Aufgabe lösen

143 Begriffsbildung:
Zuerst informell: SuS kennen schon eigene Begriffe (Hut, z.B. für Kegel, oder Kasten für Quader) sind Alltagsbegriffe und nicht präzise, das Umgewöhnen kann schwierig sein → darum nach erster Begegnung Erfahrungen mit merkmalsarmen Materialien machen → müssen Figur ganz mit der Eigenschaft verknüpfen
Das geht durch handeln mit solchen Objekten (Tangram, Mosaik, Parkett, …)
144 dann vergleichen, zusammenfügen, gezielt verändern → so können geometrische Eigenschaften gut erkannt werden
!muss aber immer mit Begriffen kommentiert werden, sonst nützt es für Begriffsbildung nichts!
145 (v.a. SFB) dürfen auch eigene Wortkreationen am Anfang brauchen (langes Viereck, für Rechteck), weil Fachbegriffe sehr fremd klingen, aber gleichzeitig (auch schon im Anfangsunterricht) kritische Haltung gegenüber eigenen Wortschöpfungen entwickeln → damit sie Entwicklung von fachlich richtigen Begriffen nicht verhindern: müssen im Kern richtig sein (Eigenschaften) und vom Gegenüber verstanden werden können

145 auf verschiedenen Ebenen Begriffe lernen: enaktiv sprachlich begleiten oder ikonisch und kommentieren
Grundsätzlich: nicht neue Begriffe einführen, sondern handelnd explorieren und dadurch an Probleme stossen, bei denen SuS exakte Begriffe brauchen

156 Diagnostik:
Für Form und Raum ist Interview mit Kind sehr gut, um zu erfahren, was es wirklich kann und wie es Dinge sieht

KÖRPER:
Kapitel 6:
- Körperformen erkennen, unterscheiden, ordnen
- Bauen (mit. div. Material, gleichem Material, zeichnerisch, nach Anleitung)
- Bauen mit Würfel (auch Gegenstände → Tor, Brücke, …), Würfelnetze zeichnen/falten und darüber diskutieren
- Quader und andere Körper erkunden (wie Würfel auch als Vollkörper, Kantenmodell oder Flächenmodell (= Netz))

FIGUREN, EBENE
Kapitel 7:
- Legen (frei, auslegen, umlegen → mit heterogenem und gleichem Material), Tangram, Bilder legen
- Falten von geometrischen Grundformen (diese durch falten in neue Grundform bringen) → nach schrittweiser Demonstration, verbal anleiten, gezeichnete, nur mit Faltprodukt, …
- Geometrische Figuren spannen (frei, Bilder spannen, Geometrische Figuren spannen und verändern, spiegeln

Kapitel 8:
- Symmetrie: Zugang auch durch legen oder falten, oder schneiden, auch mit Spiegeln

S. 264: Zugang zu Begriffen: vielfältige Gelegenheiten geben, in denen Kinder selbsttätig handeln können (laut Studie)
265: schon ca mit 4 Jahren können symmetrische Eigenschaften erkannt werden
Können dann spiegeln, wenn sie Figur erkennen, sonst schwierig

23. Übersichtsblatt Form und Raum

Theoretische Grundlagen zu Form und Raum

Geometrie zeigt die Schönheit der Mathematik.

<u>Gestaltung des Unterrichts:</u>

- von Anfang an
- zirkulär (Spiralcurriculum)
- handlungsorientiert
- offen und mit natürlicher Differenzierung

Schwerpunkt auf prozessbezogene, mathematische Kompetenzen (Darstellen, Argumentieren, Kommunizieren, Problemlösen, Modellieren)

Raumvorstellung

Die Grenze der (visuellen) Wahrnehmung zur räumlichen Vorstellung ist fliessend und kann nicht exakt getrennt werden. Bewegungserfahrung und körperliche Sinnesempfindungen sind wichtig für die Entwicklung von Raumvorstellungen.

Raumvorstellung heisst:

- Räumliche Beziehung (Objekte wahrnehmen und Beziehungen der Objekte untereinander sehen)

- Räumliche Veranschaulichung (gedankliches Vorstellen von räumlichen Veränderungen und Bewegungen wie verschieben, zerlegen, rotieren …)

- Räumliches Orientieren (räumliche Beziehungen in Bezug auf eigenen Körper, Perspektivenübernahme, rechts – links)

Schwierigkeiten

Die Fähigkeiten der Raumvorstellungen hängt auch vom Alter ab, ist jedoch so komplex, dass sich keine einheitlichen Studien über die Entwicklung der Raumvorstellung finden.

Mögliche entwicklungsunabhängige Schwierigkeiten:

→ Wahrnehmungsschwächen / visuelle Schwierigkeiten / Sprachverständnis / rechts – links – Verständnis

Didaktische Überlegungen

Die Kinder müssen…

… handelnd verschiedenste Erfahrungen im Raum sammeln können…
… diese Handlungen sprachlich begleiten…
… die exakten Begriffe dazu gebrauchen, klären, definieren…
… Handlungen mental ausführen…
… damit sich die Handlung zu einer Vorstellung entwickeln kann.

Theoretische Grundlagen Körper, Figur, Symmetrie

Körper	Figur	Symmetrie
• Körperformen erkennen, unterscheiden, ordnen • bauen, nachbauen → jeweils als Vollkörper Kantenmodell Flächenmodell (= Netz)	• Eigenschaften von Figuren beschreiben • Ähnlichkeiten erkennen • Figuren legen • Falten oder spannen von geometrischen Grundformen	verschiedene Formen der Symmetrie (v.a. Achsensymmetrie) erkennen und herstellen

Schwierigkeiten:

Manche Kinder haben Schwierigkeiten…

… im Erkennen von Feinheiten in Mustern und
… in der Wahrnehmung von spiegelsymmetrischen Figuren als gleich.
(Visuelle Differenzierung)

… im Speichern von Fachbegriffen und
… im Verstehen und Behalten von mehrschrittigen Handlungsanweisungen.
(Sprache und Begriffe)

… im exakten Ausführen von Handlungen und Zeichnen.
(Grafomotorik)

Didaktische Überlegungen:

Visuelle Differenzierung:
Förderung durch das Erkennen von Gesetzmässigkeiten, dem Herstellen von Mustern und der Diskussionen über die Eigenschaften von Mustern
Förderung von geometrischen Abbildungen v.a. durch Achsensymmetrie; vielfältige Erfahrungen machen lassen, auch mit falten oder mit dem Spiegel

Sprache und Begriffe
vielfältige Gelegenheiten geben, in denen Kinder selbsttätig handeln können und ihre Erfahrungen und Erkenntnisse kommentieren

Grafomotorik
Diskussion über Genauigkeit → gemeinsam erarbeiten, wann ist genau sein nötig und wann sind Skizzen angebracht (mit Beispielen)

Theoretische Grundlagen zum Winkel

Die Kinder sollen
- den Begriff Winkel kennenlernen,
- Winkel vergleichen, unterscheiden und messen
- Winkel zeichnen.

Schwierigkeiten

Schwierigkeiten durch die visuelle Wahrnehmung:
- rechte Winkel nur erkennbar, wenn waagrecht / senkrecht ausgerichtet
- Verwechslung der Grösse des Winkels mit der Länge der Schenkel

Schwierigkeiten beim Messen:
- Keine Orientierung auf der Skala auf dem Winkelmesser
- Kein Verständnis der Einteilung von 360° (keine Zehnereinteilung)

Schwierigkeiten mit dem Begriff:
- rechter Winkel = Winkel der rechts offen ist / rechts in der Figur liegt
- „stumpfer Winkel" ist unlogisch, weil dieser auch eine Ecke hat

Didaktische Überlegungen

Die Kinder müssen die Erfahrung machen, wie sich die Grösse eines Winkels zeigt und dass sie unabhängig von der Schenkellänge ist.
Sie sollen die relevanten Begriffe durch Erfahrungen damit handelnd erleben können.

→ Dynamischer Zugang mit einem Winkel, der geöffnet / geschlossen werden kann
→ gleich grosse Winkel aus verschieden langen Kartonstreifen herstellen
→ stumpf / spitz durch Vergleich mit einem rechten Winkel

Mit dem Messen des Winkels soll erst ganz am Schluss, wenn die Eigenschaften verstanden wurden, begonnen werden.