Interkantonale Hochschule für Heilpädagogik Zürich
Departement 1: Studiengang Sonderpädagogik

Masterarbeit

Förderung der mathematischen Basiskompetenzen

Eine Interventionsstudie zur modellbasierten Förderung der mathematischen Basiskompetenzen im Kindergarten

Abbildung 1: Fotografie Spiel "Ab in die Mitte", Kindergarten W7

Eingereicht von: Kathrin Maurer
Begleitung: Dr. phil. Lars Mohr

04. Dezember 2016

Abstract

Es hat sich mehrfach herausgestellt, dass sich früh erworbene spezifische Kompetenzen für spätere Schulleistungen als grundlegend erweisen. Wie kann eine optimale Förderung dieser Kompetenzen auf der Kindergartenstufe demnach aussehen? Neben dem Beleuchten verschiedener Modelle der Zahlverarbeitung und Entwicklung mathematischer Kompetenzen werden unterschiedliche bereits bestehende Förderprogramme beschrieben. Anhand einer quantitativen Erhebung werden Kinder des 2. Kindergartenjahres vor und nach der Intervention anhand einer entwickelten Fördereinheit überprüft. Die genannte Fördereinheit setzt sich aus einer trainingsbasierten und einer spielintegrierten Förderung zusammen. Neben der Frage nach der Entwicklung der mathematischen Kompetenzen der Kinder soll auch beantwortet werden, wie die jeweiligen Durchführungsformen von den Kindern und Lehrpersonen erlebt und bewertet werden.

Dank

Ohne die Hilfe wertvoller Menschen wäre diese Arbeit so nicht möglich gewesen.

Als Erstes danke ich den Kindergartenlehrpersonen, die sich bereit erklärt haben, das doch grosse Projekt in ihren Kindergärten durchzuführen und dadurch Mehraufwand auf sich genommen haben.

Herzlichen Dank an meinen Mentor Dr. phil. Lars Mohr, der mich in vielen Fragen und Anliegen unterstützt, begleitet und immer wieder ermutigt hat. Zudem einen grossen Dank an Prof. Dr. Martin Vernetz, der mir eine sehr grosse Hilfe war bei den Auswertungen und Testberechnungen.

Einen herzlichen Dank geht an Freunde, Verwandte und meine Familie, die mich unterstützt, begleitet, mitgetragen und mir immer wieder Mut gemacht haben. Zwei begabte Männer, Peter und Heinz, haben mich tatkräftig unterstützt beim Finden von Lösungen und handwerklichen Arbeiten – vielen herzlichen Dank für euren Einsatz, die Materialspenden und eure Zeit. Besonderen Dank an Sandra und Regula, die sich die Zeit genommen haben meine Arbeit zu lesen und zu korrigieren sowie an Leandra und Martina, die mir bei der letzten Überarbeitung eine besondere Hilfe waren. Ein herzliches Dankeschön geht an Familie Langmeier, die mir ein Arbeitszimmer zur Verfügung gestellt und mich herzlich aufgenommen und unterstützt hat. Ein grosser Dank geht zudem an mein Kollegium, welches auf unterschiedliche Art und Weise meine Ausbildung zur Heilpädagogin und diese Masterthese ermöglicht hat. Durch Mittragen, Ermutigen, Diskutieren, an mich glauben und immer wieder mit mir lachen. Vielen Dank auch an die Schulpflege, die das Projekt und diese Arbeit mit Interesse verfolgt hat.

Mein grösster Dank geht schlussendlich an den, der immer an mich glaubt, mir Flügel verliehen und mich jeden Tag durchgetragen hat, um diese Arbeit mit Freude zu vollenden.

Inhaltsverzeichnis

1 Ausgangslage

1.1 Allgemeine Ausgangslage

Mathematische Förderung wird in den Kindergärten sehr unterschiedlich gehandhabt und somit kommen Kinder mit unterschiedlichstem Vorwissen und verschiedenen Erfahrungen bezüglich dem Umgang mit Zahlen in die Regelschule. Aus dem Unterricht der 1. Klasse wurde von Lehrpersonen des Öfteren zur Sprache gebracht, dass diverse Kinder auch nach längerer Zeit noch keine sichere und flexible Zählkompetenz[1] erworben haben. Die Umsetzung abstrakter Übungen ist für diese Kinder oftmals erschwert oder gelingt nicht. Laut Hildenbrand (2016) muss ein gewisses Grundlagenwissen vorhanden sein, um Inhalte des Mathematikunterrichts nachzuvollziehen. Die vorgesehenen Lerninhalte im Lehrmittel Mathematik 1 für die 1. Klasse, die sich auf die Vertiefung mathematischer Grundlagen beziehen (Zählen, Mengenerfassung) sind zwar vorhanden, jedoch laut Empfehlung in einer relativ kurzen Zeitspanne durchzuführen (Brandenberger et al., 2010; siehe Anhang 9.2). Für Kinder, welche mit wenig mathematischen Vorkenntnissen bzw. Vorläuferfertigkeiten in die 1. Klasse eintreten, scheinen diese Förderung wie auch die dafür vorgesehene Zeitspanne zu gering zu sein.

Untermalt werden vorausgehende Aussagen durch eine erkennbare Diskrepanz zwischen dem Lehrplan des Kindergartens, welcher nicht vorsieht, dass die Kinder die Zahlzeichen erkennen müssen und dem Lehrmittel Mathematik, das bereits von dieser Fertigkeit auszugehen scheint (vgl. Anhang 9.1). Davon ausgehend, dass gemäss Fachkreisen (Fritz und Ricken, 2005; Krajewski, 2005; Krajewski & Ennenmoser, 2013; Moser Opitz, 2008; Werner 2009; u.a.) die Zählkompetenz zu den bedeutsamsten mathematischen Vorläuferfertigkeiten gehört und eine der grossen Voraussetzungen für das spätere mathematische Lernen darstellt, wurde entschieden, die Förderung der mathematischen Basiskompetenzen zum Inhalt dieser Masterarbeit zu machen. Durch die Entwicklung einer Fördereinheit für die Kindergartenstufe sollen mathematische Vorläuferfertigkeiten und Basiskompetenzen aufgebaut werden. Durch eine qualitative Erhebung vor sowie nach der Durchführung soll der Lernfortschritt von mehr als 20 Kindergartenkindern im zweiten Jahr ermittelt werden.

1.2 Heilpädagogische Relevanz des Themas

Bei der Förderung im mathematischen Bereich scheinen immer wieder die Basiskompetenzen von zentraler Bedeutung zu sein und dies nicht nur bei Kindern im Schuleingangsbereich. Auch Kinder, welche bereits die Mittelstufe erreicht haben, zeigen Lücken in basalen Kompetenzen (Krajewski, Renner, Nieding & Schneider, 2008b). Unterstützt werden genannte Kinder meist im Rahmen des Förderunterrichts, welcher jedoch kaum die bereits grossen Diskrepanzen zwischen den Leistungen der Kinder auszugleichen vermag. Eine möglichst frühe mathematische Förderung hat laut Krajewski (2005) gerade für Kinder mit wenig Vorkenntnissen und basalen Kompetenzen eine wichtige Bedeutung, zumal so allenfalls bereits vor Eintritt in die Schule Lücken aufgefüllt oder grosse Leistungsunterschiede verringert werden können.

[1] Mit dem Begriff „flexible Zählkompetenz“ ist gemeint, dass ein Kind flexibel mit der Zahlwortreihe umgehen kann. Vorwärts- und Rückwärts zählen (auch von beliebigen Startzahlen aus und in Schritten). Vgl. dazu Kapitel 2.2.3.1 - die Theorie beim Erwerb der Zahlwortreihe nach Fuson.

2 Fachliche Grundlagen

In diesem Kapitel werden verschiedene Theorien zu den mathematischen Vorläuferfertigkeiten erläutert und Modelle zur Entwicklung der Zählkompetenz dargestellt.

2.1 Begriffsdefinition und -klärung

Kompetenzen

Eine Kompetenzorientierung wird beispielsweise im Lehrplan 21 gewichtet (vgl. Anhang 9.1.3). Er beinhaltet Kompetenzen, welche von den Kindern erworben werden sollen. Der Erwerb fachlicher, personaler, sozialer und methodischer Kompetenzen steht anstelle von Lernzielen und Vorgaben, welche Inhalt und Stoff betreffen. Werner (2009) bezieht sich auf Weinert, welcher Kompetenz als kognitive Fähigkeiten und Fertigkeiten (bereits vorhanden oder erlernt) beschreibt, die dabei helfen, bestimmte Probleme zu lösen. Damit in Verbindung sieht er auch die Motivation, den Willen, die (soziale) Bereitschaft und die Fähigkeit, vorhandene oder erlernte Fähigkeiten/Fertigkeiten für die Problemlösung in unterschiedlichen Situationen nutzen zu können. Auf den mathematischen Bereich bezogen lernen die Schülerinnen und Schüler mathematisches Grundwissen, welches Kenntnisse und Fertigkeiten beinhaltet. Zielgerichteter Umgang mit diesem Grundwissen hilft dabei, Kenntnisse und Fertigkeiten zu mathematischen Kompetenzen weiter zu entwickeln (vgl. Werner, 2009, S. 196f). Ein kompetenzorientierter Förderansatz beruht nach Gasteiger (2010) darauf, „die individuellen Voraussetzungen der Kinder für mathematisches Lernen als zentralen Ausgangspunkt“ zu betrachten (ebd., S. 171).

Basiskompetenzen, Vorläuferfertigkeiten und Vorläuferfähigkeiten

Der Begriff der Vorläuferfertigkeiten wird in der Literatur nicht einheitlich genutzt. Die Bezeichnungen *Vorläuferfertigkeiten* oder *Vorläuferfähigkeiten* sind je nach Forschungstradition verschieden geprägt. Der Begriff *Vorläuferfertigkeit* wird vorwiegend in der Psychologie verwendet, während *Vorläuferfähigkeit* in der Pädagogik zur Anwendung kommt. Inhaltlich werden die beiden Begriffe weitestgehend synonym verwendet (vgl. Schuler, 2013a). Sie werfen die Frage auf, wofür sie Vorläufer sind. Laut Werner (2009) betont der Begriff „Fertigkeiten“ Automatisierung, schnelle Abrufbarkeit und die Entlastung des Gedächtnisses. Operatives üben, bewegliches Denken und Verständnis werden jedoch mit dem Begriff „Fähigkeiten“ assoziiert. Sie unterscheidet die beiden Begriffe dahingehend, dass der Begriff *Vorläuferfähigkeiten* verwendet wird um Fähigkeiten zu beschreiben, die als Voraussetzung „für schulisches Lernen angesehen werden und bereits im Kindergarten erworben bzw. gefördert werden können und sollen“ (Werner 2009, S. 110). Richter (1999) hingegen setzt die *Vorläuferfertigkeiten* mit lernzielnahen, proximalen[2] Voraussetzungen gleich. Vorläuferfertigkeiten werden als solche verstanden, wenn theoretisch schlüssig und empirisch belegt angenommen werden kann, dass deren Vorhandensein den Erfolg schulischer Lehrgänge beeinflusst (vgl. Richter, 1999, S. 17). Es scheint also Kompetenzen zu geben, deren Vorhandensein und deren Ausprägung einen Einfluss auf z.B. schriftsprachliche sowie mathematische Basisfertigkeiten haben. Mit *Vorläuferfertigkeiten* sind entwicklungsbedingte Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten gemeint, welche eine spezifische Vorhersagekraft für unterschiedliche Lern- und

[2] Unter dem Begriff „proximal“ kann „ein direkter Einfluss" verstanden werden. Proximale Voraussetzungen haben somit einen direkten Einfluss auf zu erlernende Fertigkeiten.

Entwicklungsprozesse (z.B. in Sprache, Mathematik etc.) haben und somit die Vorläuferfähigkeiten entscheidend beeinflussen (Schuler, 2013a; Werner, 2009).

In diesem Sinne wird in dieser Arbeit von Vorläuferfertigkeiten gesprochen, welcher die Vorläuferfähigkeiten einschliesst und der Begriff Basiskompetenzen wird dahingehend synonym verwendet.

2.2 Vorschulische mathematische Kompetenzen

In diesem Kapitel wir der Frage nachgegangen, wann die mathematische Entwicklung beginnt – denn sie startet nicht erst mit dem Eintritt in die Grundschule (vgl. Lorenz 2012).

„Mathematik stellt ein Kulturgut dar“
(Niklas, 2011, S. 63)

Mathematische Symbole werden schon seit etwa 3000 Jahren genutzt und Zahlwörter existieren in fast jeder menschlichen Kultur. Das arabische Zahlensystem hat sich in der Mathematik durchgesetzt und andere Zahlensysteme verdrängt. Daraus lässt sich erahnen, welche Bedeutung Mathematik schon seit langer Zeit für den Menschen zu haben scheint (ebd.).

2.2.1 Gibt es einen angeborenen Zahlensinn?

Davon ausgehend, dass fast alle Menschen mit Voraussetzungen geboren werden, welche ihnen einen intuitiven Zugang zur Mathematik ermöglichen, entwickeln diese sich jedoch sehr unterschiedlich – auch im Hinblick auf ihre mathematischen Fähigkeiten (Hildenbrand, 2016; Niklas, 2011). Die Frage stellt sich, ob das Verständnis für Repräsentation von Zahlen und Rechenoperationen ein spätes Produkt (Annahme Piagets – vgl. Kapitel 2.4.1) von Lernerfahrungen darstellt oder bereits beim Säugling entsprechende Repräsentationen vorliegen (vgl. Lorenz, 2013).

Nachdem die Habituierungsmethode[3] in der Forschung Einzug gehalten hatte, nahm man vermehrt an, dass bereits bei Säuglingen primitive Konzepte in verschiedenen Wissensbereichen vorhanden sind (Krajewski 2005; Lambert, 2015; Lorenz, 2012; 2008; Niklas, 2011). Lorenz (2012) beschreibt die aus den genannten Studien gewonnenen Erkenntnisse sogar als kognitive Basis, auf der anschliessendes Lernen aufbaut. Starkey und Cooper (1980) sowie Antell und Keating (1983) (zusammengefasst nach Krajewski, 2008a, S. 44f.; Lambert, 2015, S. 15f.; 2008; Niklas, 2011, S. 63f.) wollten herausfinden, ob ein Säugling zwischen den Anzahlen zwei und drei unterscheiden kann. Zuerst präsentierten sie Säuglingen verschiedene Bilder mit jeweils zwei Objekten, bis sie sich an deren Anblick gewöhnt hatten. Die Säuglinge schenkten mit der Zeit den Erscheinungen mit zwei Objekten kaum mehr Beachtung. Da die Kinder danach auf ein erneutes Bild mit nun drei Objekten wieder mit einer deutlich verlängerten Blickzeit und somit erneutem Interesse reagierten, gingen die Autoren davon aus, dass Kinder zwischen 4 und 7,5 Monaten durchaus zwei von drei, jedoch nicht vier von sechs Objekten unterscheiden können. In einer Studie von Strauss und Curtis (1981, zit. n. Lambert., 2015, S. 16) waren 10 bis 12 Monate alte Babys teilweise auch in der Lage, drei von vier Objekten zu unterscheiden.

[3] „Bei diesen Untersuchungsverfahren macht man sich die Tatsache zunutze, dass kleine Kinder neue Dinge oder Ereignisse länger anschauen als solche, die sie schon kennen und an die sie sich gewöhnt („habituiert“) haben“ (Krajewski, 2005, S. 49).

Kobayashi, Hiraki und Hasegawa (2005, zusammengefasst nach Lambert, 2015, S. 16) beschreiben eine Studie, in der 6 Monate alte Kinder zunächst an Objekte (zwei oder drei), welche auf die Bühne fielen und beim Aufprallen ein Geräusch machten, gewöhnt wurden. In einem nächsten Schritt wurde ein Schirm aufgespannt, so dass die Objekte zwar auditiv wahrgenommen, jedoch nicht visuell erfasst werden konnten. Bei Entfernung des Schirms sahen die Kinder die Objekte, welche entweder der Anzahl von Objekten (der Anzahl Geräuschen) entsprachen oder nicht. Deutlich länger wurde von den Kindern auf das nicht erwartete Ergebnis geschaut, unabhängig von der Dauer der Geräusche. Diese Befunde lassen gemäss den Autoren darauf schliessen, dass „bereits Säuglinge ein kognitives System besitzen, das abstrakt eine genaue Anzahl abbilden und diese Repräsentation von einer Modalität in eine andere übertragen kann“ (Lambert, 2015, S. 16). Auch Karen Wynn (1992, beschrieben nach Krajewski, 2005, S. 50; Krajewski, 2008a, S. 49f.; Lambert, 2015, S. 19f.) untersuchte anhand derselben Methode, inwieweit Kleinkinder eine primitive Vorstellung von Addieren und Subtrahieren besitzen. Vor den Kindern wurden auf einer „Bühne“ eine Anzahl Puppen platziert, welche verdeckt wurden. Danach wurden weitere Puppen hinzugefügt oder entfernt (Additionen/Subtraktionen). Neben richtigen Ergebnissen wurden ebenso falsche Ergebnisse präsentiert. Gemessen wurde, wie lange die Kinder die richtigen und falschen Ergebnisse betrachteten. Da die Kinder das jeweils inkorrekte Ergebnis länger betrachteten, schlussfolgerte Wynn, dass bereits Säuglinge fähig seien, exakte Ergebnisse arithmetischer Operationen vorherzusagen (für einen detaillierten Überblick siehe Krajewski, 2008a S. 48ff).

In den genannten Studien wurden die Ergebnisse dahingehend interpretiert, dass Säuglinge und Kleinkinder numerische und arithmetische Kompetenzen besitzen und (im Mengenbereich bis drei) fähig sind, einfache arithmetische Aufgaben zu lösen (Krajewski, 2008a). Neuere Studien lassen an den bisher nachgewiesenen Fähigkeiten Zweifel aufkommen und es fanden sich widersprüchliche Forschungsergebnisse. In einer Studie untersuchten Simon, Hespos und Rochat (1995, zusammengefasst nach Krajewski, 2008a, S. 51f.; Lambert, 2015, S. 20f.) die vermeintliche „arithmetische Kompetenz“ von Säuglingen. Sie machten erneute Untersuchungen und kritisierten die Annahmen von Wynn dahingehend, dass die Ergebnisse nicht einer arithmetischen Kompetenz zugeschrieben werden können, sondern einem intuitiven Wissen um physikalische Gesetze. Säuglinge sind in diesem Alter fähig, Verletzungen gegen die Prinzipien der Objektpermanenz[4], der räumlichen Kontinuität (Fortdauer, Stetigkeit) und der Solidität (Unveränderlichkeit, Haltbarkeit) zu entdecken. Jede inkorrekte Additions- und Subtraktionsaufgabe in der Studie von Wynn stellte demnach auch eine Verletzung dieser physikalischen Gesetzmässigkeiten dar (ebd.).

Clearfield & Mix (1999, beschrieben nach Krajewski, 2008a, S 52; Lambert, 2015, S. 16; Niklas, 2011, S. 64) kritisierten, dass sich in vorangehenden Versuchsanordnungen nicht nur die Anzahl von Objekten erhöhte, sondern damit auch kontinuierliche Merkmale wie Grösse, Umrisslänge und Menge verändert wurden. Sie überprüften mittels einer Studie, ob sich die Säuglinge bei Unterschieden zwischen zwei und drei Objekten auch dann habituieren liessen, wenn diese sich in ihrer Konturenlänge / Fläche nicht veränderten. Dabei zeigten die Ergebnisse, dass Säuglinge nicht bei einer Veränderung von zwei oder drei Objekten reagierten, sondern wenn sich die Konturenlänge oder Fläche veränderte (ebd.).

[4] Objektpermanenz: Gegenstände verschwinden nicht einfach sondern bestehen auch dann noch weiter, wenn man sie nicht mehr sieht, hört oder greift.

„Kleine Kinder richten ihre Aufmerksamkeit somit nicht auf die Wahrnehmung von Anzahlen, sondern vielmehr auf den Vergleich der Ausdehnung kontinuierlicher Mengen“ (Krajewski, 2008, S. 52).

Andere Untersuchungen konnten aufzeigen, dass bereits 6 Monate alte Säuglinge Numerositäten[5] durchaus differenzieren können, auch wenn diese sich von Umrisslänge und eingenommener Fläche her nicht unterschieden. Es ist dafür jedoch ein Verhältnis von 2:1 der beiden Objektmengen nötig. Werden geringere Verhältnisse von Mengen vorgegeben, finden sich keine Unterschiede in der Blickdauer von Säuglingen (vgl. Lambert, 2015, S. 29).

Auch wenn Krajewski (2005) die Existenz eines „Zahlensinns“ in Frage stellt, so sei zumindest eine Sensitivität für Quantitäten angeboren. Kinder erkennen, dass die Gesamtoberfläche bzw. das Gesamtvolumen der Objekte zunimmt, die Gesamtmenge also mehr wird (vgl. Krajewski, 2005, S. 50). Diese Fähigkeit von Säuglingen zur Unterscheidung von Mengen führt zu der Frage inwieweit Zahlbeziehungen im Sinne von „mehr“ oder „weniger“ (als ordinale Reihenfolge) wahrgenommen werden können. In einer Studie von Feigenson, Carey und Hauser (2002, beschrieben nach Lambert, 2015, S. 17) wurden Kekse unterschiedlicher Grösse und Anzahl in undurchsichtige Eimer gelegt. Es wurde beobachtet, zu welchem Eimer das Kinder krabbelt. Von den 10 bis 12 Monate alten Kindern wurde konsistent der Eimer mit der grösseren Anzahl an Keksen gewählt (1 vs. 2 und 2 vs. 3). Bei vier oder mehr Keksen konnte die Wahl des Eimers einem Zufallslevel zugeordnet werden. Wurde die Grösse der Oberfläche konstant gehalten (1 grosser Keks vs. 2 kleine Kekse) wählten die Kinder eher das grössere Objekt als die grössere Anzahl (ebd.).

Fazit

Säuglinge verfügen wohl über ein präverbales Mengenverständnis – einer angeborenen Fähigkeit zur mentalen Repräsentation von Numerositäten. Laut Lambert (2015) bleibt die Diskussion jedoch bestehen, ob die Kinder Unterschiede auf der Grundlage kontinuierlicher Merkmale wahrnehmen oder ob sie tatsächlich diskrete Anzahlen von Elementen unterscheiden können. Wie bereits erwähnt, lassen die bisherigen Forschungsergebnisse eher an einem angeborenen Zahl- und Zählkonzept zweifeln.

2.2.2 Subitizing – Anzahlerfassung ohne zählen

Subitizing[6] wird als angeborene Fähigkeit angesehen oder als frühe numerische Kenntnis bezeichnet (Moser Opitz, 2008; Niklas, 2011). Krajewski geht von einer kleinkindlichen Subitizing-Kapazität von drei Elementen aus. Erwachsene können bis zu vier oder fünf Elemente gleichzeitig wahrnehmen (Krajewski, 2008a). Weiter beschreibt Krajewski das Subitizing als einen „…reinen Wahrnehmungsprozess, bei dem – ohne Zählen – visuelle Muster erkannt und den Zahlen zugeordnet werden“ (Krajewski, 2008a, S. 55). Man spricht hier auch von simultaner und quasi-simultaner Anzahlerfassung (Scherrer & Moser Opitz, 2012). Simultanerfassung meint, dass unstrukturierte Anzahlen bis drei oder vier auf einen Blick erfasst werden können. Die Quasi-simultane Erfassung beschreibt das Erfassen grösserer Anzahlen als drei oder 4. Diese können nur erfasst werden, wenn sie (visuell) strukturiert und dadurch in klei-

[5] Der Begriff „Numerosität“ bezeichnet nach Handl und Kaufmann „das Wissen um die Mächtigkeit bzw. Anzahl einer Menge“ (Handl & Kaufmann, 2013, S. 56).
[6] Das Wort „Subitizing“ stammt aus dem Lateinischen „subito“, plötzlich, sofort (Lorenz, 2012).

nere Anzahlen zerlegt werden können (ebd.). Das „Subitizing“ stellt somit die Fähigkeit dar, Anzahlen bis vier (oder fünf) schnell und fehlerarm mit Hilfe des visuellen Systems zu erfassen, nicht aber die Fähigkeit zu zählen im Sinne eines hochroutinierten Anwendens von Abzählfertigkeiten.

In einer Studie von Simon und Cabrera (zusammengefasst nach Krajewski, 2005, S. 51; 2008a, S. 55f.) wurde bestätigt, dass kleine Anzahlen nicht rasch abgezählt (wie z.B. von Gallistel und Gelmann vermutet), sondern perzeptuell (auf einen Blick) wahrgenommen werden. Lambert (2015) betont, dass Subitizing in Verbindung stehe mit der Entwicklung von Zählfertigkeiten und diese wiederum mit späterer mathematischen Leistung verknüpft sind. Krajewski (2005) teilt die Ansicht, dass wenn Kinder von Geburt an über die Fähigkeit zum Subitizing verfügen, daraus nicht geschlossen werden könne, dass eine angeborene Zählfertigkeit oder die Fähigkeit zur Unterscheidung exakter Anzahlen bestünden. Weiter geht sie davon aus, dass auch das Zählen nicht auf angeborenen mathematischen Prinzipien basiert, „sondern umgekehrt erst durch die Erfahrung mit dem Zählen die zahlrelevanten Prinzipien erworben werden“ (Krajewski, 2005, S. 52; Moser Opitz, 2008). Diese Aussage wird von Moser Opitz (2008) gestützt, welche das Subitizing als Mengenrepräsentation beschreibt, welche kein numerisches Wissen beinhaltet.

2.2.3 Die Entwicklung von Zählfertigkeiten bei Klein- und Vorschulkindern

Resnick (1989, dargestellt nach Krajewski, 2005, S. 52; 2008a, S. 56f.) geht davon aus, dass mit der Entwicklung der Sprache den Kindern neben dem vorsprachlichen Mengenwissen zwei zusätzliche Wissensarten zugänglich werden. Sie erwerben eine Vielfalt an frühen quantitativen Begriffen wie „viel“ und „wenig“, welche eine unpräzise Beschreibung von Mengen wiedergeben. Resnick hat diesen Vorgang mit dem Begriff „protoquantitative Schemata“[7] belegt. Auch erwerben die Kinder mit dem Zählen die Fähigkeit, kleine Anzahlen von Elementen exakt zu bestimmen. Somit können sie auch „wenige“ Elemente mit „zwei“ oder „drei“ spezifizieren (ebd.).

Drei Arten protoquantitiver Schemata nach Resnick (1989)

Kinder benennen Mengen schon früh mit Begriffen wie „klein“, „gross“, „wenig“ oder „viel“ und benutzen so sprachliche Ausdrücke, um Mengen zu beschreiben, ohne diese genau zu zählen (Resnick, 1989). Resnick (ebd.) beschreibt unterschiedliche protoquantitative Schemata, anhand derer die Entwicklung eines Mengenkonzepts beschrieben wird. „Resnick sieht die protoquantitativen Schemata als wichtigstes Fundament für die spätere mathematische Entwicklung und – verknüpft mit den sich parallel entwickelnden Zählfertigkeiten – als Grundlage für das Verständnis des Zahlsystems“ (Krajewski, 2005, S. 52).

1. Protoquantitatives Vergleichsschema:

Kinder können beim gleichzeitigen Betrachten zweier unterschiedlicher Mengen diese miteinander vergleichen und den Vergleich verbalisieren. Sie können ausdrücken, dass eine Menge *grösser* ist als die andere.

[7] Protoquantitative Schemata: Wissen über Mengen ohne exakte Quantifizierung (Weisshaupt, Peucker & Wirtz, 2006)

2. Protoquantitatives Zunahme-Abnahme-Schema:

Mit etwa vier Jahren wird es den Kindern möglich, die Reihenfolge der Zahlnamen mit vorangehendem Wissen zu verknüpfen. Eine mentale Zahlenreihe wird aufgebaut und Kinder können ohne Zählen feststellen, welche von zwei Zahlen „mehr" repräsentiert. Ausserdem wird es ihnen möglich, zu beurteilen (auch zeitlich versetzt), ob eine Menge zu- oder abgenommen hat.

3. Protoquantitatives Teil-Ganzes-Schema:

Mit vier bis fünf Jahren wird auch ein Verständnis dafür aufgebaut, dass Mengen in Teile zerlegt und wieder zum Ganzen zusammengesetzt werden können (zusammengefasst nach Krajewski, 2005; Resnick, 1989).

Demnach kann ein abstraktes Zählkonzept erst dann erlangt werden, wenn Mengenkonzepte mit den Zähl-Zahlen verknüpft werden (Krajewski, 2005). Auch Niklas (2011) beschreibt, dass eine vollständige Integration von Ordinal[8]- und Kardinalzahl[9] erst dann erlangt ist, wenn die gezählte Zahl (ordinaler Aspekt einer Zahl) auch für die Menge dahinter steht (kardinaler Aspekt einer Zahl). Zähl- und Kardinalzahl können wechselseitig aufeinander bezogen werden. Auch nach der Auffassung von Piaget (vgl. Kapitel 2.4.1) versteht ein Kind das Konzept der Zahl erst dann, wenn es sein Verständnis für Teil-Ganzes-Mengen (Klassifikation) mit dem Verständnis für Ungleichheitsbeziehungen von Mengen (Seriation) integrieren kann. Dies bedeutet, dass die Zahl als Vereinigung ihrer kardinalen Funktion (Mächtigkeit bzw. Anzahl) und ihrer ordinalen Funktion (Ordnung in der Zahlenfolge) begriffen wird (vgl. Krajewski, 2005, S. 53).

2.2.3.1 Das Zählen

Zählen wird nicht als einzige, jedoch als zentrale Voraussetzung zum Aufbau numerischer Konzepte und als wichtiger Aspekt für mathematisches Lernen betrachtet. Unterschiedliche Annahmen prägen die Zählentwicklung und das Verständnis dieser Entwicklungen ist nicht einheitlich. Dehaene (zit. n. Moser Opitz, 2008, S. 63) bezeichnet das Zählen sogar als „Schweizer Taschenmesser des Rechnens", welches Kinder spontan für alle möglichen Zwecke nutzen können. Dem verbalen Zählen kommt bei der frühen Entwicklung mathematischer Kompetenzen eine zentrale Rolle zu. Zum einen stellt die Zuordnung von Zahlwörtern zu den korrespondierenden Numerositäten eine erste symbolische Repräsentation von Mengen dar. Zum anderen dient das Zählen als Grundvoraussetzung für die Herausbildung von Rechenoperationen wie Addition und Subtraktion und damit als Voraussetzung für die arithmetische Kompetenz (Scherrer & Moser Opitz, 2012).

Unter den Grundregeln des Abzählens versteht man die sogenannten Abzählprinzipien. Rathgeb-Schnierer (2016) beschreibt, dass Abzählprinzipien als Grundregeln des Abzählprozesses zu verstehen sind. „Werden sie nicht eingehalten, kann die korrekte Anzahl einer Menge von Dingen nicht ermittelt werden" (ebd., S. 18). Um korrekte Zählprozesse durchzuführen, braucht es demnach ein Verständnis wie auch eine Umsetzung verschiedener Prinzipien. Prinzipien, welche vorgeben „wie man zählt" und „was man zählen kann" (vgl. Niklas, 2011, S. 66). Nachfolgend werden die fünf Prinzipien nach Gelman und Gallistel, sowie das Modell zum Erwerb der Zahlwortreihe nach Fuson dargestellt.

[8] Ordinalzahl = Ordnungszahl: Eine Zahl bestimmt den Ordnungsrang, d.h. „6" bedeutet „sechste Stelle".
[9] Kardinalität: Eine Zahl bezeichnet die Anzahl der in ihr enthaltenen Elemente

Die fünf Levels beim Erwerb der Zahlwortreihe nach Fuson

Fuson (1988, zusammengefasst nach Hauser et al., 2016, S. 18; Lambert, 2015, S. 23f.; Schneider, Küspert & Krajewski, S. 20f.; Moser Opitz, 2008, S. 86f.) beschreibt ein Modell zum Erwerb der Zahlwortreihe. Fünf Niveaustufen müssen laut diesem Modell durchlaufen werden, deren Erwerb ca. im Alter von zwei Jahren beginnt und sich schrittweise vollzieht (Hauser et al., 2016; Lambert, 2015; Schneider et al., 2013). Das Erreichen einer neuen Ebene spiegelt zunehmende Kompetenzen beim Umgang mit der Zahlreihenfolge wider (Schneider et al., 2013). Der Weg zu einem Zählen, das kardinales Verstehen beinhaltet, beginnt beim blossen Rezitieren der Zahlwortreihe (Moser Opitz, 2008).

1. String level (undifferenziertes Wortganzes / Ganzheitsauffassung der Zahlwortreihe)

Zahlwörter werden in der Standardabfolge vom Kind als Ganzes (wie ein Gedicht) und nicht als einzelne Teile wahrgenommen (einszweidreivierfünfsechssieben...). Die Abfolge ist auf eine bestimmte Anzahl begrenzt und kann nur vollständig wiedergegeben werden. Die Zahlen haben keine kardinale Bedeutung. Abzählen ist noch nicht möglich.

2. Unbreakable chain level (Unzerbrechliche Kette / unflexible Zahlwortreihe)

Zahlwörter werden als einzelne Wörter erkannt, die jedoch immer noch als untrennbares Ganzes zusammenhängen. Abzählen ist nun prinzipiell möglich (wobei jedem Objekt eine Zahl zugeordnet wird) und erstmals gelingt somit die Eins-zu-Eins-Zuordnung. Wenn der Zählprozess allerdings abbricht, muss das Kind immer wieder von vorne beginnen. Laut Fuson beginnt mit dieser Phase auch das Kardinalitätsverständnis, indem das Kind begreift, dass es auf die Frage „Wie viele...?“ mit dem letzten Zahlwort des Zählvorgangs antworten muss.

3. Breakable chain level (Aufgebrochene Kette / Teilweise flexible Zahlwortreihe)

Die Zahlwörter werden nun einzeln wahrgenommen. Es kann auch von jeder beliebigen (bekannten) Zahl aus gezählt werden und ebenso können die Kinder Vorgänger und Nachfolger (im kleinen ihnen bekannten Zahlenraum) bestimmen. Rückwärtszählen gelingt in Ansätzen und Grösser-/Kleiner-Beziehungen können benannt werden.

4. Numerable chain level (Numerische Kette / flexible Zahlwortreihe)

Der vierte Level wird so umschrieben, dass nun nicht nur Objekte, sondern auch Zahlwörter als zählbare Einheiten erfasst werden. Es wird verstanden, dass Zahlwörter immer der Menge der bereits gezählten Objekte entsprechen. Das Zählen kann somit als Stütze für erstes Rechnen (zählendes Rechnen) herangezogen werden, da um eine bestimmte Anzahl weiter gezählt werden kann.

5. Bidirectional chain level (Vorwärts-Rückwärts-Kette / vollständig reversible Zahlwortreihe)

Das beherrschte Stück der Zahlwortreihe kann flexibel vorwärts und rückwärts durchlaufen werden. Das Auf- und Abwärts-Zählen von jeder beliebigen Zahl aus und in Schritten ist möglich. Die Umkehrbarkeit von Addition und Subtraktion wird dem Kind bewusst (Hauser et al., 2016; Moser Opitz, 2008; u.a.).

Da der Zählprozess bei 20 nicht abgeschlossen ist und mit zunehmend grösser werdenden Zahlen immer weiter geht, ist es möglich, dass sich ein Kind beim Erlernen weiterer Zahlenräume gleichzeitig in unterschiedlichen Entwicklungsphasen (Levels) befindet (Schneider et al., 2013).

Die fünf Prinzipien nach Gelman und Gallistel

Gelman und Gallistel (1978, beschrieben nach Krajewski, 2005, S. 59ff.; Lambert, 2015, S. 24f.; Lorenz, 2012, S. 24ff.; Schneider et al., 2013, S, 19f.) gehen von fünf angeborenen Zählprinzipien aus, die sich während des Kindergartenalters entwickeln (vgl. Lambert, 2015). Im Gegensatz zu Fuson gehen Gelman und Gallistel davon aus, dass schon vor dem Erlernen der Zahlwortreihe bestimmte Zählprinzipien vorhanden sind. Die ersten drei Prinzipien legen fest, wie richtig gezählt wird und das Zählwissen wird innerhalb dieser drei Prinzipien ausgebildet. Auf der Basis dieser ersten drei Prinzipien legen die zwei Weiteren fest, wie Prinzip eins, zwei und drei angewendet werden können (ebd.).

1. ***Das Eindeutigkeitsprinzip/ das Prinzip der Eins-zu-Eins-Zuordnung.***

Zwischen den Zahlwörtern und den zu zählenden Objekten wird eine Eins-zu-eins-Zuordnung hergestellt (vgl. Schneider et al., 2013). Die Kinder lernen, dass jedes zu zählende Objekt nur mit genau einem Zahlwort belegt wird. Bei jedem Antippen des Objekts muss ein Zahlwort genannt werden (Lorenz, 2012). Nach Krajewski (2005) ist die „Eins-zu-eins-Zuordnung“ die Handlungsbasis für das Vergleichen und das Zuordnen von Zahlwörtern zu Mengen.

2. ***Das Prinzip der stabilen Ordnung / das Prinzip der stabilen Abfolge***

Das Kind muss begreifen, dass beim Zählen die Abfolge nicht verändern werden kann. Jede Zahl kommt nur einmal und stets in derselben Position der Zahlfolge vor (vgl. Schneider et al., 2013). Laut Lorenz (2012) gibt es verschiedene, aufeinanderfolgende Bereiche der Zahlwortreihe unterschiedlicher Kompetenz. Stabil und richtig wäre die Abfolge: 1, 2, 3, 4. Stabil und falsch wäre demnach die Abfolge: 6, 8, 9, 10 und variabel nennt Lorenz (ebd.) die Abfolge 12, 20, 30, 100.

3. ***Das Kardinalzahl-Prinzip***

Es ist laut Schneider et al. (2013) bedeutsam, dass das Kind dabei erkennt, dass die letzte Zahl beim Zählen einer Menge deren Anzahl (oder eben Kardinalität) angibt. Das letzte genannte Wort benennt demnach die Gesamtmenge der Anzahl (Lorenz, 2012). Es ist nicht einfach zu erkennen, ob Kinder dieses Prinzip auch wirklich beherrschen. Sehen kann man dies jedoch in der Beobachtung, wenn das Kind auf die Frage, wie viele Bälle es nun sind, wieder von vorne beginnt mit Zählen (Schneider et al., 2013).

4. ***Das Abstraktionsprinzip (Irrelevanz der Items)***

Solange man jedes Objekt nur einmal zählt, kann man an jeder beliebigen Stelle mit zählen beginnen (Schneider et al., 2013). Lorenz (2012) beschreibt das Abstraktionsprinzip ausserdem so, dass jedes beliebige Objekt gezählt werden kann, wenn das Kind die sichtbaren Gegenstände in einer bestimmten Weise zu Einheiten verbindet, um sie zählen zu können.

5. ***Das Prinzip der Irrelevanz der Anordnung***

Piaget verstand unter der „Zahlinvarianz“ die Einsicht, dass die Anzahl (Quantität) der Elemente einer Menge erhalten bleibt, wenn man deren räumliche Ausdehnung ändert oder andere Anordnungen vornimmt (vgl. Moser Opitz, 2008; Schneider et al., 2013). Lorenz (2012) beschreibt, dass die Anordnung der zu zählenden Objekte beliebig sein kann und es unerheblich für die Anzahlbestimmung ist, wo man mit Zählen beginnt (die ersten drei Prinzipien müssen hierbei jedoch beachtet werden). Nach Krajewski

(2005) kann man beim Auszählen einer Gruppe von Objekten links, rechts, in der Mitte oder an einer anderen beliebigen Stelle beginnen – die Gesamtzahl der Objekte wird sich dabei nicht verändern.

Die Zählkompetenz, welche Kinder bereits im Vorschulalter zeigen, ist beeindruckend. Kinder können bei Schuleintritt kleine Anzahlen ebenso genau zählen wie Erwachsene. Dabei brauchen sie auch nicht wesentlich länger (vgl. Niklas, 2011). „Dem Erwerb des verbalen Zählens kommt in der Entwicklung der numerischen Kognition in zweierlei Hinsicht eine zentrale Rolle zu“ (Landerl & Kaufmann, 2008, S. 64). Einerseits werden durch den aktiven Zählprozess symbolische Repräsentationen für die Zuordnung von Zahlwörtern zu Mengen gebildet. Andererseits wird im aktiven Zählprozess die wesentliche Grundlage für den Erwerb früher Rechenoperationen gesehen sowie den Aufbau von numerischen Kompetenzen (ebd.). Wynn (1990, zit. n. Lambert, 2015, S. 25f.) vermutet, dass Kinder eine ca. einjährige Übungsphase im Zusammenhang mit dem Zählen (Zählübung) benötigen, um bestimmte Zahlwörter mit der mentalen Repräsentation von spezifischen Mengen in Verbindung zu bringen.

2.2.4 Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Kleinkind- und Vorschulalter

Die Entwicklung expliziter mathematischer Kompetenzen ist eng verbunden mit der Entwicklung des Zählens und der Zählstrategien. Inwieweit die Entwicklung mathematischer Kompetenzen durch die spontane Fokussierung von Numerositäten in der Umwelt der Kinder beeinflusst wird, wurde anhand des Konzepts SFON (*Spontaneous Focusing on Numerosity*) erforscht. Die Ergebnisse lassen Vermutungen zu, welche jedoch teilweise noch zu wenig aussagekräftig sind (Lambert, 2015).
Anhand verschiedener Untersuchungen wollte man herausfinden, inwieweit kleine Kinder ein Verständnis für die *Ordinalität* von Zahlen und ein *Kardinalitätsverst*ändnis besitzen / entwickeln (vgl. Lambert, 2015).

Ordinalität

Bullock und Gelmann (1977, zusammengefasst nach Lambert, 2015, S. 29) versuchten anhand des „Zauberspiels“ zu untersuchen, ob Kleinkinder ein ordinales Verständnis von Zahlen besitzen. Es wurden den Kindern Relationen vermittelt (Mehr-Bedingung / Weniger-Bedingung), anhand derer sie Situationen bewerten mussten. Kinder von 3-4 Jahren fällten wesentlich zuverlässigere Entscheidungen anhand der gelernten Relationen als Zweijährige, bei denen dies in weniger als 50% der Fall war (für nähere Angaben siehe ebd., S. 29). Es konnte im Zusammenhang mit neueren Studien jedoch nachgewiesen werden, dass bereits zweijährige Kinder auf der Basis von rein numerischen Verhältnissen Entscheidungen von „mehr“ oder „weniger“ treffen konnten. Es ist aber darauf hinzuweisen, dass diese Fähigkeit eng mit dem Zahlenwissen verknüpft ist. In mehr als zwei Dritteln der Fälle (also sehr zuverlässig) konnten die Aufgaben zum ordinalen Verständnis nur gelöst werden, wenn Kinder in diesem Alter bereits über verbale Zählfertigkeiten verfügten. Entscheidend war nicht unbedingt das Level der Zählfertigkeiten, sondern die Tatsache, dass überhaupt schon gezählt werden konnte. Auch fand sich wie bei den Babys (vgl. Kapitel 2.2.1) ein enger Zusammenhang zum Mengenverhältnis. Mengen im Verhältnis 2:1 konnten leichter und zuverlässiger erkannt werden als Mengen in einem Verhältnis von 3:2 (Lambert, 2015). Drei- bis vierjährige Kinder konnten vorgegebene Mengen richtig vergleichen anhand einer Stück-für-Stück-Korrespondenz. Dies gelang mit kleineren Mengen besser als mit grösseren (vgl. Moser Opitz, 2008).

Kardinalität

Weniger gut untersuchen lässt sich das Kardinalitätsverständnis von Kindern in frühem Alter. Kinder lernen schnell, dass sie auf die Frage „Wie viele“ mit der Zahl antworten müssen, welche im Zählprozess zuletzt vorkommt. Schwer zu beantworten ist, ob die Kinder dabei tatsächlich verstehen, dass diese Zahl für die gesuchte Gesamtmenge steht. Man versuchte in verschiedenen Forschungsansätzen dieses Problem zu umgehen. Zum Beispiel anhand gewisser „Give-N“-Aufgaben, bei denen Kinder einer Puppe eine bestimmte Anzahl von Objekten geben sollten. Hierbei haben sich verschiedene Stufen gezeigt (vgl. Tabelle 1), welche die Kinder durchlaufen (Lambert, 2015).

Tabelle 1: Stufen, welche von Kindern beim Lösen der "Give-N"-Aufgaben durchlaufen werden (Lambert, 2015)

„Pre-numeral“-knowers:	Die Kinder können der Zahlwortreihe noch keine exakte Wertigkeit zuweisen.
„One“-knowers:	Die Kinder können der Puppe *ein* Objekt geben.
„Two“-knowers:	Die Kinder können der Puppe *zwei* Objekte geben.
„Subset“-knowers:	Die Kinder können der Puppe *drei* oder *vier* Objekte zuweisen.
„Cardinal-principle“-knowers:	Die Kinder können ihr Wissen auf *Mengen ab fünf* übertragen. Sie verstehen ausserdem, dass sie beim Hinzufügen bzw. Entfernen eines Objekts in der Zahlwortreihe eine Zahl weitergehen bzw. zurückgehen müssen.

Haben die Kinder verstanden, dass auf die Frage „wie viele“ immer die letztgezählte Zahl folgt, können sie dieses Wissen generalisieren. Dies setzt jedoch voraus, dass sie das Kardinalitätsprinzip verstanden haben. Ansonsten können Kinder zwar die Frage korrekt beantworten, haben jedoch noch keine Einsicht in die Kardinalität (ebd.). Becker (1989, dargestellt nach Moser Opitz, 2008, S.52) konnte anhand einer Studie feststellen, dass vierjährige Kinder durchaus in der Lage sind, Zahlwörter richtig und als kardinale Werte zu gebrauchen. Die dargestellten Untersuchungen weisen somit darauf hin, dass Vorschulkinder zwar noch begrenzte, aber doch bestimmte numerische Kenntnisse aufweisen - unabhängig von operationalem Denken (ebd.). Laut Moser Opitz (2008) gibt es verschiedene Zugänge zu einem Kardinalitätsverständnis, welche von unterschiedlichen numerischen Aktivitäten abhängen.

Addition und Subtraktion

Ein spannendes Ergebnis zeigt sich in der Studie von Starkey (1992, zusammengefasst nach Lambert, 2015, S. 30f.). Es wurde untersucht, inwieweit Kinder zwischen eineinhalb und vier Jahren verstehen, wie *Addition* und *Subtraktion* Mengen beeinflussen. Es wurde eine Box präpariert, in welche hineingegriffen, jedoch nicht hineingesehen werden konnte. Die Kinder erhielten die Aufgabe, zwischen einem und fünf Bällen nacheinander in die Box zu legen und danach wieder herauszunehmen. Es konnte nachgewiesen werden, dass Zweijährige die Mengen *eins*, *zwei* und in einigen Fällen auch *drei* mental repräsentieren und erinnern konnten. Die Anzahl, wie oft sie in die Box griffen, um Bälle herauszuholen, entsprach der Anzahl Bälle, welche sie hineingelegt hatten. Zweieinhalbjährigen gelang die mentale Speicherung von maximal drei Bällen. Ältere Kinder konnten grössere Mengen mental repräsentieren und erinnern. Auch durch weitere Studien konnte demnach belegt werden, dass Kinder ein rudimentäres Verständnis der Beziehung von Addition und Subtraktion haben. Die Lösungswahrscheinlichkeit hängt aber stark von der Grösse der Menge ab, welche verarbeitet werden muss (ebd.).

Die Leistungen der Kinder in Additions- und Subtraktionsaufgaben wurde nach Lambert (2015) auch stark vom Format der Aufgaben beeinflusst. Dabei wurde unterschieden zwischen drei verschiedenen Formaten nach Hughes (siehe Tabelle 2):

Tabelle 2: Drei verschiedene Formate nach Hughes (Lambert, 2015)

Nonverbal-konkret:	Konkrete Handlung mit Materialien (x Steinchen liegen da, werden verdeckt und y Steinchen kommen hinzu).
Verbal-hypothetisch (Textaufgaben):	Rechengeschichten (x Kinder sind in einem Geschäft und y Kinder kommen hinein...)
Verbal-mathematisch:	Verbalisierte Rechnungen (wie viel ist x und y).

Mehrere Studien konnten zeigen, dass den vierjährigen Kindern das Lösen nonverbaler Aufgaben wesentlich leichter fiel als verbale Probleme. Mit zunehmendem Alter hob sich dieser Unterschied jedoch auf. Additionsaufgaben konnten zudem leichter gelöst werden als Subtraktionsaufgaben. Ein weiterer Faktor beim Lösen verbaler Probleme ist die Sprache, welche entscheidend ist für deren erfolgreiche Bearbeitung. Es wurden bei verbalen Problemen deutliche Leistungsunterschiede sichtbar zwischen Kindern, welche aus Familien mit einem niedrigen vs. einem mittleren sozioökonomischen Status kamen (vgl. ebd., S. 31f.).

Ein weiteres Modell „zum Aufbau und zur Verinnerlichung mathematischer Operationen" stammt von Aebli (1976, beschrieben nach Krajewski, 2005; Lambert, 2015, S. 32). Er beschreibt vier Phasen dieser Entwicklung, welche in nachfolgender Tabelle 3 beschrieben und mit den Ebenen nach Bruner (siehe unten) ergänzt wurden:

Tabelle 3: Die vier Entwicklungsphasen nach Aebli mit Illustrationen nach Krajewski, 2005, S. 69

Phase 1 – konkrete Handlung:	Manipulation konkreter Gegenstände (Finger und andere anschauliche Hilfsmittel) führt zum Verständnis von Rechenoperationen.	(enaktive Ebene) 
Phase 2 – bildliche Darstellung:	Vorangehende Handlung wird bildlich dargestellt. Die Durchgeführte Handlung wird in der Vorstellung nachvollzogen.	(ikonische Ebene) 
Phase 3 – symbolische Darstellung in Ziffern:	Ziffern ersetzen die symbolische bildhafte Darstellung. Die Phasen 1 und 2 müssen jedoch vollständig verinnerlicht sein.	(symbolische Ebene) 3 + 2 = 5
Phase 4 – Automatisierung im Zeichenbereich:	Das Fakten- und prozedurale Wissen wird aufgebaut / Automatisierung im Zeichenbereich	

Laut Aebli (Krajewski, 2005) gelangt man zu einem Verständnis abstrakter Rechenoperationen durch das Verstehen von Handlungen auf konkreter, bildlicher und symbolischer Ebene. Sind die ersten beiden Phasen verinnerlicht, wird auf der dritten Phase anhand symbolischer Darstellung in Ziffern die „Verschmelzung des Zahlenwissens mit dem Wissen um Mengenbeziehungen vollzogen" (ebd., S. 57). Für Resnick (vgl. Kapitel 2.2.3) ist diese Fähigkeit der Verknüpfung von Mengenkonzepten mit den Zähl-Zahlen bedeutsam für den Erwerb mathematischer Kompetenzen.

Um Abstraktionsprozesse zu vollziehen, müssen alltagsmathematische Kenntnisse von Schulanfängern im Erstunterricht einbezogen werden. „Dem Prozess hin zu abstrakteren und formalen mathematischen Kenntnissen muss Beachtung geschenkt werden“ (Moser Opitz, 2008, S. 121). Gerade lernbehinderte oder lernschwache Schülerinnen und Schüler brauchen hierbei Unterstützung und Hilfestellungen (ebd.).

Das 4-Phasen-Modell von Aebli erinnert an das E-I-S-Prinzip nach Bruner, welches den Aufbau tragfähiger mathematischer Grundvorstellungen und Begriffsbildungen unterstützt. Nach der Theorie der Wissensrepräsentation von Bruner (zit. dargestellt nach Hess, 2012, S. 198ff.) kann Wissen **e**naktiv (Erfassung von Sachverhalten durch eigene Handlungen), **i**konisch (Erfassung von Sachverhalten durch Bilder) oder **s**ymbolisch (Erfassung von Sachverhalten durch Symbole) dargestellt werden. Das „S“ im E-I-S-Prinzip steht nach Bruner für die **S**prache welche er der symbolischen Ebene zuordnet. Hess (2012) empfiehlt, das Modell von Bruner dahingehend zu erweitern, dass die **s**prachliche Ebene von der mathematisch-**s**ymbolischen Ebene getrennt wird. Nun wird aus dem „E-I-S-Prinzip“ das „EISS“-Prinzip. Die Sprache bildet somit eine eigenständige Ebene und definiert in diesem Falle die linguistisch-sprachliche Darstellung (Textaufgaben oder Rechengeschichten). Handlungen sowie Darstellungen auf Bild- und Symbolebene werden durch sprachliche Reflexion[10] bereichert (vgl. Hess, 2012). Wissen wird aufgebaut, wenn anhand der Reflexion das Wissen der einen Darstellungsform in die andere übersetzt wird. Anders formuliert bedeutet dies, dass die gleiche Struktur auf mindestens zwei verschiedenen Ebenen dargestellt und erkannt werden muss. „Mathematisches Verstehen lässt sich auch als Fähigkeit auffassen, beweglich zwischen verschiedenen Repräsentationsformen übersetzen zu können. Je flexibler dies gelingt, desto bewusster ist die mathematische Struktur bzw. eine Beziehung, ein Muster oder eine Strategie“ (Hess, 2012, S. 201). Es ist demnach von grosser Wichtigkeit, dass die Kinder auf möglichst allen Ebenen Lernerfahrungen machen können, welche sprachlich begleitet werden.

[10] „Reflektieren heisst, über konkret Erfahrenes, Wahrgenommenes oder mental Vorgestelltes nachzudenken, um Einsichten, Übersichten, Bedeutung und Bewusstheit zu erlangen“ (Hess, 2012, S. 198).

2.3 Modelle der Zahlenverarbeitung

Wie werden mathematische Kompetenzen erworben und mathematische Inhalte verarbeitet? Modelle der Zahlenverarbeitung dienen dazu, eine Antwort auf diese Fragen zu finden. Sie ergänzen bestehende Entwicklungsmodelle, welche im Kapitel 2.4 näher beschrieben werden und es können Faktoren abgeleitet werden, welche die Ausbildung oder Aufrechterhaltung mathematikbezogener Defizite beeinflussen.

2.3.1 Das Triple-Code-Modell nach Dehaene

Dehaene beschreibt in seinem Modell die Prozesse der Zahlenverarbeitung und des Rechnens bei Erwachsenen (vgl. Abbildung 2). Viele neuropsychologische Untersuchungen untermauern sein Modell. Das Triple-Code-Modell geht von drei unterschiedlichen Modulen respektive neuronalen Netzwerken aus. Diese sind zuständig für verschiedene Repräsentationsformen von Zahlen und Mengen, sind miteinander verknüpft und stehen in einem stetigen Austausch miteinander. Seine Überlegungen zu diesem Modell entstanden durch klinische Beobachtungen von Patienten mit Hirnläsionen (vgl. Schneider et al., 2013, Lambert 2015). Das Triple-Code-Modell ist somit ein Vertreter der neuropsychologischen Modelle.

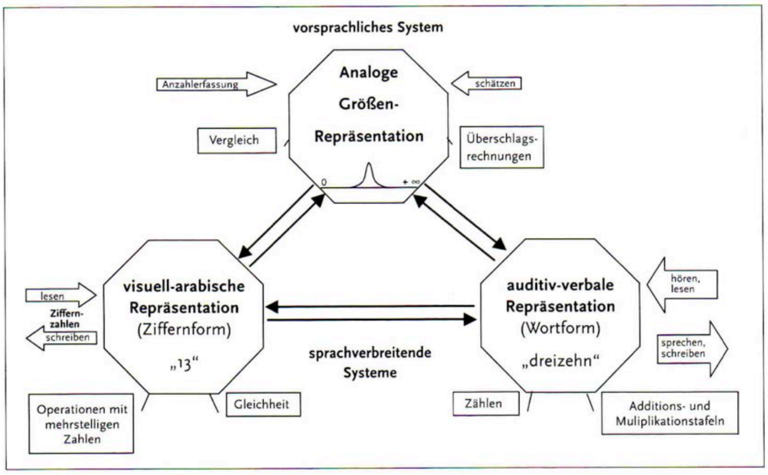


Abbildung 2: Tripple-Code-Modell nach Dehaene (1992) aus Schneider et al., 2013, S. 46

Die Zahlen sind demnach mental in diesen drei verschiedenen Codes respektive Repräsentationen oder Modulen gespeichert und werden verschieden verarbeitet. Jede Zahlenprozedur ist an ein spezifisches Ein- und Ausgabesystem gebunden (vgl. Krajewski, 2005; Niklas, 2011).

Das Modul *analoge Grössenrepräsentation* beschäftigt sich mit der Vorstellung von Grössen, welche anhand von Zahlen dargestellt werden. „Es repräsentiert die eigentliche Zahlensemantik und ermöglicht damit den Zahlengrössenvergleich auf der Basis der Mächtigkeit der zugehörigen Mengen, regelt das approximative Rechnen, das Subitizing (vlg. Kapitel 2.2.2) und Schätzvorgänge“ (Schneider et al., 2013, S. 44). Daneben geht Dehaene von einer *auditiven verbalen Repräsentation* aus. Die Basis für die Zählfertigkeit und den Faktenabruf bildet hier die Verarbeitung von geschriebenen und gesprochenen Zahlen. Da sich das Zahlwortlexikon in diesem Modul befindet, ist es naheliegend, dass hier ebenso das Zählen (verbale Zahlwortfolge) angesiedelt ist. Die präzise Repräsentation von Mengen beziehungswei-

se die Zahlverarbeitung in Ziffernform wird dem Modul der *visuell-arabischen Repräsentation* zugeschrieben. Die Durchführung von Rechenoperationen fällt in diesen Bereich sowie das Lesen und Schreiben der Ziffernzahlen (unter Beachtung des Stellenwertsystems).

Erst durch das Zusammenwirken dieser verschiedenen Repräsentationsformen werden mathematische Kompetenzen aufgebaut, indem Informationen von einer Repräsentationsart direkt in eine andere überführt werden. Dehaene geht in seinem Modell davon aus, dass für jeden Rechenvorgang ein spezifisches Eingangs-, Bearbeitungs- und Ausgangsformat nötig ist. Eine zentrale Annahme dieses Modells besteht somit darin, dass Zahlen im Gehirn sowohl verbal, in Form eines Zahlwortes, visuell, als arabische Ziffernform, und insbesondere auch als grobe Vorstellung der durch diese Zahlen repräsentierten Grössen verarbeitet werden. So erhalten Ziffern und Zahlwörter erst durch diese Repräsentationsformen ihre eigentliche semantische Bedeutung und damit ihren tiefen „Sinn“. Zahlwörter und Ziffern sind also bloss das Werkzeug, mit welchem die Grössen dargestellt und verarbeitet werden (vgl. Schneider, Küspert, Krajewski, 2013, Lambert 2015)

Ergänzend zu Dehaenes *Triple-Code-Modell* ist zu sagen, dass gerade die Kinder mit Spracherschwernissen in den meisten Fällen über ein rasch gefülltes phonologisches Arbeitsgedächtnis verfügen und aufgrund dessen oftmals Lernschwierigkeiten im Bereich Mathematik aufweisen. Krajewski (2013) empfiehlt für solche Kinder Zählmaterial, welches aufsteigende Zahlen durch konstant zunehmende Flächen, Längen und Volumina repräsentiert.

2.3.2 Ein Vier-Stufen-Entwicklungsmodell der Zahlenverarbeitung nach von Aster, Kucian, Schweiter & Martin

Das in Abbildung 3 dargestellte Vier-Stufen-Entwicklungsmodell der Zahlenverarbeitung bei Kindern nach von Aster und Kollegen orientiert sich am Triple-Code-Modell von Dehaene, welches auf die Zahlenverarbeitung erwachsener Menschen bezogen wird (vgl. 2.3.1; Lambert, 2015; Ostertag, 2015).

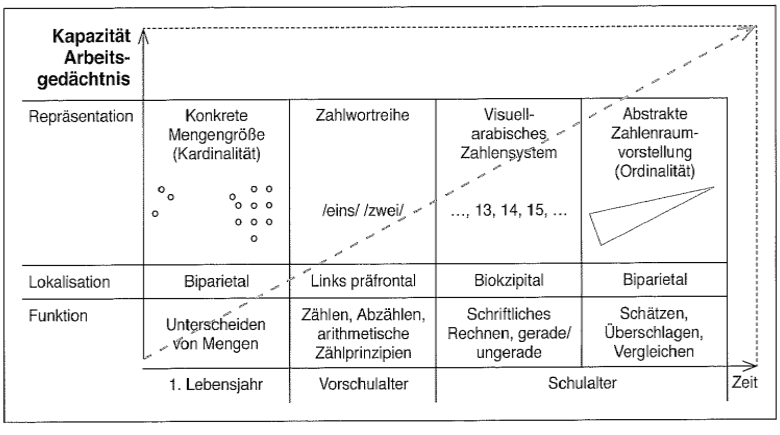


Abbildung 3: Das Entwicklungsmodell der Zahlenverarbeitung nach von Aster et al. (Lambert, 2015, S. 47)

Stufe 1:

Es wird davon ausgegangen, dass einige wenige Kernkompetenzen (basisnumerische Fertigkeiten) zur Unterscheidung von kardinalen Mengen angeboren sind. Hiermit ist einerseits gemeint, dass kleine Mengen (ein bis drei Objekte) erfasst werden können (Subitizing). Andererseits können grössere Men-

gen (sofern deren Unterschied gross genug ist) unterschieden werden. Darauf aufbauend folgt der Erwerb von symbolischen Repräsentationsformen. Gemeint sind damit die Zahlwörter und das schriftliche Notationssystem (vgl. Lambert, 2015; Ostertag, 2015). Eine vorhandene Schädigung der (vermuteten) genetisch vorhandenen Grundlagen würde demnach dazu führen, dass keine Bezüge zwischen Mengen und Zahlen hergestellt werden können und die Entwicklung eines grundlegenden mathematischen Verständnisses nicht ausreichend vollzogen werden kann (Lambert, 2015).

Stufe 2:

In einem zweiten Schritt wird das angeborene Kernsystem sprachlich symbolisiert (ordinale Zahlwortsequenz → Zahlwortreihe) und Zählprinzipien werden aufgebaut sowie gefestigt. Kinder erwerben Fertigkeiten des Zählens und arithmetischer Zusammenhänge auch ohne systematische Beschulung. Begriffe wie „mehr“ und „weniger“ werden gebraucht und es wird erkannt, dass sich Mengen durch Hinzufügen oder Wegnehmen von Elementen verändern, was einfache Rechenoperationen ermöglicht (Ostertag, 2015).

Stufe 3:

Es wird davon ausgegangen, dass die Kinder nach dem Meistern dieser zweiten Stufe das visuell-arabische Zahlensystem erlernen. Gemeint ist damit die Notation der arabischen Zahlen, deren visuell-arabische Zahlenform. Da gibt es erwähnenswerte Unterschiede zwischen sprachlichen Systemen. Deutschsprachige Kinder stehen vor der Herausforderung, eine Übersetzung von einem System (auditiv wahrgenommenes Zahlwort) ins andere (arabische Notation) zu erlernen, in dem die Zahl „einundzwanzig“ zwar als „21“ geschrieben, jedoch nicht „zwanzigeins“ genannt wird. Die stellenwertbezogene Grammatik der visuellen Zahlendarstellung deckt sich nicht mit der gesprochenen Zahlengrammatik. Diese Fähigkeit wird als Grundlage für die Arbeit mit grossen Zahlen, dem Erwerb der vier Grundrechenarten, komplexer Rechenstrategien und für den Erwerb differenzierter Zahlenraum- bzw. Zahlenstrahlvorstellungen betrachtet (Lambert, 2015, Ostertag, 2015).

Stufe 4:

Auf der vierten Stufe entwickeln die Kinder eine abstrakt-symbolische Zahlenraumvorstellung. Komplexer werdende innere (mentale) Vorstellungen sind nun möglich. Gemeint sind Vorstellungen im Sinne einer Zahlenraum- oder Zahlenstrahlvorstellung. Mit dieser Fähigkeit können Zahlen verglichen, Rechnungen überschlagen und Lösungen geschätzt werden. Es kann von der Annahme ausgegangen werden, dass der sogenannte mentale Zahlenstrahl (nach entsprechenden Untersuchungen mit dem SNARC-Effekt) sich erst in den Grundschuljahren ausbildet (ebd.).

Das Modell geht davon aus, dass unterschiedliche Zahlenrepräsentationen in unterschiedlichen Gehirnregionen modularisiert werden. Zu erwähnen ist, dass die Erarbeitung der Stufen analog zum Triple-Code-Modell (vgl. 2.3.1) nicht linear erfolgen muss, sondern überlappend geschehen kann. Es ist ein stufenweiser Prozess, der verbunden ist mit „der Entwicklung domänenübergreifender Denkwerkzeuge wie beispielsweise der Aufmerksamkeit, dem Arbeitsgedächtnis, der räumlichen Vorstellung, der Sprache und der Sensomotorik“ (Ostertag, 2015, S. 24).

2.4 Theorien und Modelle der Entwicklung mathematischer Kompetenzen

2.4.1 Die Entwicklung des Zahlbegriffs nach Piaget

Piaget entwickelte die konstruktivistische Theorie zur Entwicklung des Denkens bei Kindern. Diese besagt, dass sich Kinder durch aktive Auseinandersetzung mit ihrer Umwelt ein Verständnis der Welt konstruieren können und durch eigene Erkenntnisse und selbsttätige Entdeckungen ihr Wissen aneignen. Dies geschieht durch die vorangehenden Prozesse Assimilation (ein neues Erleben an bestehende Schemata anpassen) und Akkommodation (innere Auffassungen entsprechend der neuen Erkenntnisse umstrukturieren) (Lambert, 2015; Krajewski, 2008).

„Piaget ging analog zur kognitiven Denkentwicklung davon aus, dass sich logische und arithmetische Fähigkeiten bei Kindern durch eine Verinnerlichung von Gesetzmässigkeiten der Aussenwelt entwickeln" (Lambert, 2015, S. 42).

Piaget ist der Meinung, dass Kinder ohne Intuition dafür auf die Welt kommen, was eine (An-)Zahl ist und dieses Konzept erst nach jahrelangem Umgang mit ihrer Umwelt verstehen. Der Zahlbegriff baut demnach auf der sensumotorischen[11] Intelligenz eines Kindes auf und ist eng an die Entwicklung des Denkens gebunden. Das Kind durchläuft verschiedene Stadien, deren Übergänge sich dadurch kennzeichnen, dass die Beweglichkeit des Denkens zunimmt. Piaget glaubt, dass sich das Zahlkonzept[12] im Verständnis der Zahlinvarianz[13] widerspiegelt. Das heisst, er sieht in der Fähigkeit des Varianzverständnisses das Erkennen und bewusste Verstehen der inneren Gesetze von Zahlen begründet (Lambert, 2015; Krajewski, 2008a). Nach Piaget sind zwei Leistungen bedeutsam für das Erreichen der genannten Zahlinvarianz und damit für den Erwerb des Zahlbegriffs: Die Kompetenz der Kinder zur Klasseninklusion[14] und Seriation[15]. Die Fähigkeit zur Klasseninklusion führt laut Piaget unmittelbar zum Verständnis des Kardinalaspekts einer Zahl sowie die Fähigkeit zur Seriation den Grundstein legt für die Einsicht in den Ordinalitätsaspekt.

Das Konzept der Zahleninvarianz entwickelt sich laut Piaget und Szeminska (1975, dargestellt nach Lambert, 2015, S. 44) in drei Stufen. Erst auf der letzten Stufe (6-7 Jahre) haben die Kinder ein dauerhaftes Verständnis der Zahleninvarianz entwickelt und führen die sogenannte Stück-für-Stück-Korrespondenz (Eins-zu-eins-Korrespondenz) konsistent und sicher durch. Mithilfe dieser Stück-für-Stück-Korrespondenz bildet sich dann ein Verständnis für Ordinalität und Kardinalität. Die Verbindung dieser zwei Elemente konstruiert das Verständnis der Zahl als Zahl (Lambert, 2015). Nach Piaget ist das Zählen für das Konzept der Invarianz und folglich für den Erwerb der Zahl irrelevant und entwickelt sich erst aufbauend auf dem so erworbenen Zahlkonzept (vgl. Krajewski, 2008).

---

11 Sensorisch: durch die Sinne wahrnehmend (Wahrnehmung = Senso-); motorisch: aktiv willentliche Bewegung ausführend (Bewegung = Motorik) (vgl. Krajewski, 2008, S. 34; Moser Opitz, 2008, S. 24).
12: Die Bewusstheit für (An-)Zahlen und für deren Veränderung beim Hinzu- und Wegnehmen von Elementen (Krajewski, 2008)
13: Einsicht, dass sich die Anzahl der Elemente einer Menge bei ausschliesslich räumlicher Ausdehnung nicht ändert.
14: Das Zuordnen einer Teilmenge zu einer Gesamtmenge und damit das Ordnen im Sinne ineinander verschachtelter Teil-Ganzes-Mengen. Beziehungen zwischen Oberklasse und Unterklasse erkennen (es hat rote und blaue Perlen – hat es mehr blaue Perlen oder mehr Perlen?) (Krajewski, 2008; Moser Opitz, 2008).
15: Fähigkeit, Objekte nach zunehmender oder abnehmender Grösse zu ordnen (beispielsweise werden verschieden lange Stäbe der Grösse nach geordnet) (Krajewski, 2008; Moser Opitz, 2008).

2.4.2 Das Modell mathematischer Kompetenzen nach Fritz, Ricken und Gerlach

Das Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung nach Fritz, Ricken und Gerlach (siehe Abbildung 4) basiert auf theoretischen Konzepten von Fuson und Resnick (vgl. Kapitel 2.2.3.1; Werner, 2009). Es wird versucht, ein umfassendes Modell über den Erwerb des Wissens über Zahlen, Mengen und Rechenoperationen zu beschreiben, das in seinem Ansatz Ähnlichkeiten aufweist mit dem Modell von Krajewski (Kapitel 2.4.3).

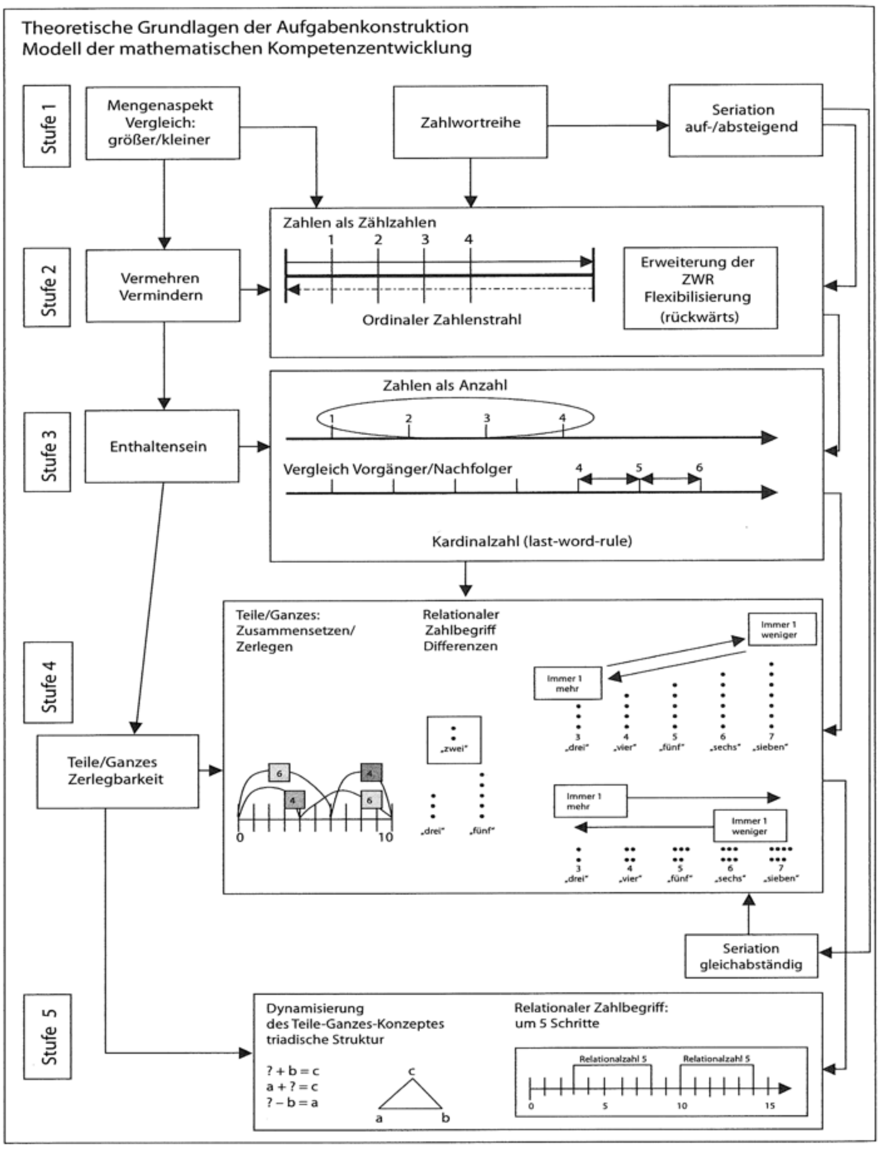


Abbildung 4: Kompetenzentwicklungsmodell nach Fritz, Ricken und Gerlach (2007, nach Werner, 2009, S. 116)

Laut den Autoren setzt sich der Aufbau mathematischer Kompetenzen als ein Prozess aus vier Teilfertigkeiten zusammen (Werner, 2009):

- der simultanen Erfassung kleiner und strukturierter Anzahlen/Mengen (vgl. Kapitel 2.2.2)
- dem Erwerb der Zählkompetenzen (vgl. Kapitel 2.2.3)
- dem Mengenverständnis
- dem Verständnis für Teil-Ganzes-Beziehungen

Stufe 1 – Zählzahl / Reihenbildung und Mengenvergleich - (bis 3. Lebensjahr):

Diese Stufe bezieht sich auf kognitive Vorgänge, welche das Rechnenlernen vorbereiten. Objekte können nach ihrer Grösse sortiert und Reihen können gebildet werden. Mit dem Erlernen der Sprache und somit auch der Zahlwörter nutzen die Kinder die Zahlwortreihe vermehrt in einer bestimmten Reihenfolge (jedoch noch ohne Mengenverständnis) (Schneider et. al, 2013; Werner, 2009). Zahlwörter werden noch nicht auf einzelne Objekte im Sinne von Abzählhandlungen angewendet und die Zahlwortreihe wird unflexibel aufgesagt (vgl. Kapitel 2.2.3.1). Auch wenn Kinder eine kleine Menge auszählen können (mit dem zuletzt genannten Zahlwort den Prozess des Zählens beenden), kann nicht davon ausgegangen werden, dass eine kardinale Mengenvorstellung bereits entwickelt ist (Schneider et. al, 2013; Ostertag, 2015).

Stufe 2 – ordinaler Zahlenstrahl und zählendes Rechnen – (4-5 Jahre):

Zahlwörter werden als Zählwörter verstanden und das Verständnis von Mengen wird mit dem Wissen über Zahlen verknüpft (Werner, 2009). So wird es den Kindern möglich, beim Zählen die jeweiligen Objekte einem Zahlwort zuzuordnen (eins-zu-eins-Zuordnung) und Zahlen richtig einzusetzen, um Zählhandlungen exakt zu vollziehen. Dabei stehen die Zählzahlen in einer bestimmten Position in der Reihe (vgl. das Prinzip der stabilen Ordnung nach Gelmann & Galistel, Kapitel 2.2.3.1) und werden „grösser“ (Ostertag, 2015; Koch & Knopp, 2010; Schneider et. al, 2013). Abgezählt werden Objekte von 1 aus. Es wird davon ausgegangen, dass Kinder die Zahlwortreihe als mentalen Zahlenstrahl repräsentieren, der zu diesem Zeitpunkt rein ordinal ist (Differenzen zwischen zwei Zahlen spielen noch keine Rolle) (Ostertag, 2015). Rückwärtszählen ist nun möglich und eine Grundvorstellung von Vermehren und Vermindern ist vorhanden. Es wird erkannt, dass jeder Zahl ein Nachfolger folgt, welcher grösser ist als die vorangehende Zahl. Durch vorangehende Erkenntnisse wird ein Vergleich von Zahlen anhand derer Position in der Zahlwortreihe (auf dem mentalen Zahlenstrahl) möglich. Dies geschieht nicht im Sinne eines kardinalen Verständnisses sondern lediglich anhand der Stellung des Zahlworts in der Zahlwortreihe (Koch & Knopp, 2010; Ostertag, 2015; Werner, 2009). Wie in den Ausführungen von Resnick (vgl. Kapitel 2.2.3) gehen die Autoren davon aus, dass Kinder bereits früh über ein protoquantitatives Schema von Mengen verfügen. Sie wissen also beispielsweise, dass sich Mengen bei Wegnahme verkleinern (Rückwärtsgehen auf dem Zahlenstrahl) und bei Hinzufügung vergrössern (Vorwärtsgehen auf dem Zahlenstrahl). Rechenoperationen können mittels (Ab-) Zählstrategien vollzogen werden (Koch & Knopp, 2010).

In Bezug auf den mentalen Zahlenstrahl zeigt sich ein Widerspruch zu der Ansicht von von Aster (vgl. Kapitel 2.3.2), der davon ausgeht, dass sich der sogenannte mentale Zahlenstrahl nach Untersuchungen mit dem SNARC-Effekt erst im Grundschulalter entwickelt. Laut Schneider et al. (2013) wird ausserdem die Repräsentation von Zahlen auf dem mentalen Zahlenstrahl kontrovers diskutiert.

Stufe 3 – kardinale Mengenvorstellung und Zerlegbarkeit:

Zahlen werden ihrer Position und der dazugehörenden Menge zugeordnet - was bedeutet, dass Zahlen Anzahlen sind (Werner, 2009). Zahlen können auf dem mentalen Zahlenstrahl eingeordnet werden und gleichzeitig ist eine Vorstellung der Mengen vorhanden, welche von den Zahlen repräsentiert werden (Zahl = Anzahl von Elementen einer Menge). Die Zahlwortreihe wird als eine Folge immer grösser wer-

dender kardinaler Einheiten verstanden. Zahlen können demnach aufgrund ihrer Anzahl miteinander verglichen werden. Die Menge fünf ist grösser als die Menge vier, weil in der Menge fünf mehr Elemente vorhanden sind – deshalb ist sie grösser (Koch & Knopp, 2010; Ostertag, 2015; Schneider et. al, 2013). Weiterzählen von einer beliebigen Zahl aus ist möglich und es muss beim Zählen nicht bei 1 begonnen werden. Vorgänger sowie Nachfolger können ohne Abzählen bestimmt werden. Somit können handelnd auch Additionsaufgaben durch Weiterzählen von der ersten Menge aus und Subtraktionsaufgaben durch das Wegzählen einer Teilmenge gelöst werden (Ostertag, 2015; Schneider et. al, 2013). Ostertag (2015) beschreibt, dass in dieser Stufe die Erkenntnis der Kinder wächst, dass Mengen zusammengesetzt und wieder zerlegt werden können. Diese Fähigkeit gilt als wesentliche Voraussetzung für den Erwerb effektiver Rechenstrategien sowie die Einsicht in Beziehungen zwischen Anzahlen.

Stufe 4 – Enthaltensein und Klasseninklusion / Teil-Ganzes-Zerlegbarkeit:
Auf dieser Stufe erfolgt eine „Differenzierung des Wissens über Verhältnisse zwischen Mengen“ (Schneider et al., 2013, S. 37). Die Inklusionsbeziehung zwischen Zahlen wird verstanden (Ostertag, 2015). Das Verständnis, dass Teilmengen Teile einer Gesamtmenge sind, entwickelt sich erst auf dieser Stufe. Einerseits können aus Zahlen/Mengen andere Zahlen/Mengen zusammengesetzt werden (Werner, 2009). Andererseits können Zahlen/Mengen in Teilmengen zerlegt/gegliedert und wieder zur ursprünglichen Zahl/Menge zusammengesetzt werden, da jede Zahl die Menge der vorangehenden Zahlen enthält (Schneider et. al, 2013; Ostertag, 2015). Gemäss Ostertag, (2015) betrachten einige Autoren dieses vorangehende Wissen als bedeutsamsten Schritt in der Entwicklung mathematischer Kompetenzen, da „das Verständnis der vier Grundrechenarten (vgl. Kapitel 2.3.2) und auch weiterführende Rechenoperationen auf diesem Konzept aufbauen“ (Ostertag, 2015, S. 21). Das Erkennen der Zusammenhänge zwischen Mengen (Teilmengen/Gesamtmenge) geschieht schrittweise und handelnd über Aufgaben wie: „Gib mir fünf Klötze, drei davon sollen rot sein“. Fünf Klötze stellen die Gesamtmenge und die drei roten Klötze die Teilmenge dar. Daraus werden weitere Zusammenhänge erkannt. Eine Gesamtmenge kann in zwei Teilmengen zerlegt werden und von der Angabe einer Teilmenge kann auf die Gesamtmenge geschlossen werden. Es können jetzt Additions- und Subtraktionsaufgaben gelöst werden, welche nach der Endmenge, einer Austauschmenge oder der Ausgangsmenge fragen (vgl. Schneider et. al, 2013). Laut Ostertag (2015) wird ein solches Teil-Ganzes-Verständnis im Laufe des ersten Schuljahres erworben.

Stufe 5 – Relationaler Zahlbegriff und Teilmengenverständnis:
Die Kinder wissen, dass Zahlen aus anderen Zahlen zusammengesetzt sind und in Teilmengen zerlegt werden können. „Es wächst die Erkenntnis, dass Zahlworte für zusammengesetzte Mächtigkeiten stehen und die Zahlwortreihe aus aufeinanderfolgenden Mächtigkeiten besteht“ (Schneider et al., 2013, S. 38). Jede Zahl in der Zahlwortreihe ist von der nächsten Zahl *eins* entfernt. Laut Ostertag (2015) erreichen Kinder diese Stufe mit ca. 8 Jahren. Die Differenz zwischen zwei Zahlen kann mit dem erworbenen Wissen nun exakt bestimmt werden. Das Wissen über eine Zahl, welche aus Teilmengen besteht sowie das Wissen über deren Zerlegbarkeit in Mengen/Zahlen ermöglicht einen flexibleren Umgang mit mathematischen Problemen (Ostertag, 2015; Schneider et al., 2013).

2.4.3 Das Entwicklungsmodell der Zahl-Grössen-Verknüpfung (ZGV) nach Krajewski

In diesem Kapitel wird das Entwicklungsmodell der Zahl-Grössen-Verknüpfung (ZGV-Modell) nach Krajewski ausführlich beschrieben und anschliessend in Bezug zu den vorangehenden Modellen gestellt. Nachfolgend wird nur noch die Abkürzung *ZGV-Modell* verwendet.

Bestandteile der vorgängig beschriebenen Ansätze und Theorien werden im Entwicklungsmodell ZGV nach Krajewski integriert. In einigen Punkten geht das ZGV-Modell über die vorgängigen Modelle hinaus und/oder unterscheidet sich in wesentlichen Zügen von diesen. Dies wird im Kapitel 2.4.4 näher erläutert. Krajewski und Ennenmoser (2013) präzisieren zur Ausführung des Modells die Begrifflichkeiten, vollziehen sozusagen eine „begriffliche Erweiterung" (Ostertag, 2015, S. 11). Der Begriff der *Zahl-Grössen-Kompetenzen* wurde letztendlich von Krajewski festgelegt, um nicht nur Grössen wie Fläche und Volumen einzuschliessen (welche üblicherweise mit dem Begriff „Mengen" assoziiert werden), sondern auch Grössen wie Zeit oder Gewicht. Der Begriff der „Menge" wird von Krajewski nicht nur als eine Ansammlung diskreter[16] Elemente verstanden, sondern bezieht auch kontinuierliche Mengen (z.B. Wasser) mit ein (vgl. Krajewski & Ennenmoser, 2013, S. 42).

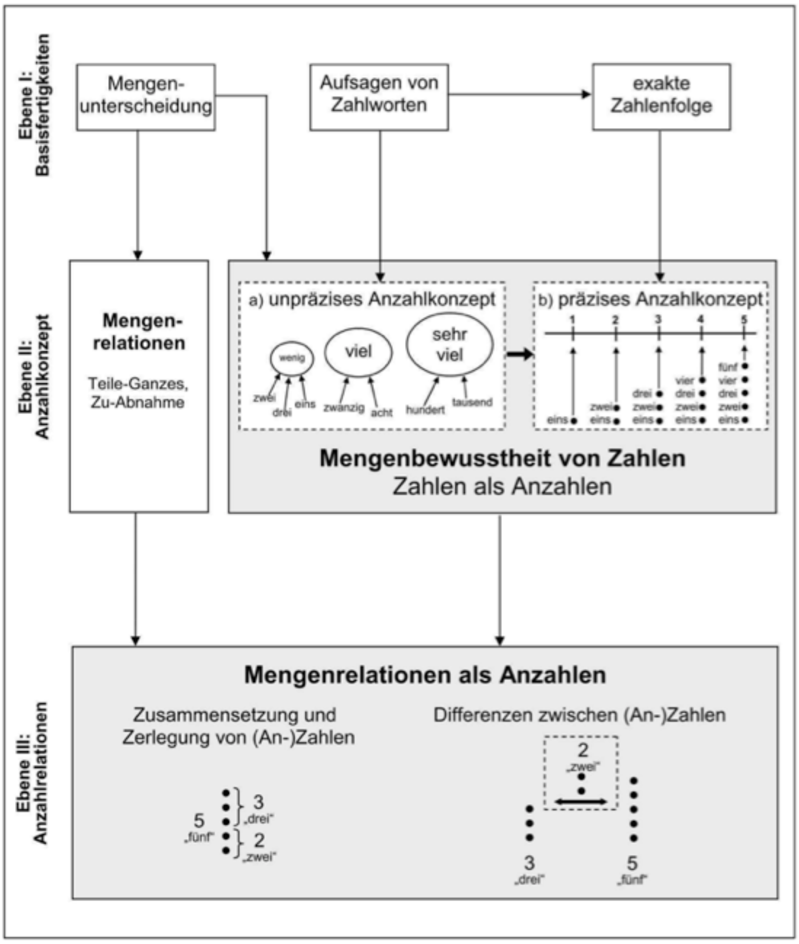


Abbildung 5: Entwicklungsmodell der Zahl-Grössen-Verknüpfung nach Krajewski (Schneider et al., 2013, S. 25)

[16] Der Begriff *diskret* bezogen auf eine Menge meint an dieser Stelle, dass die Menge zählbar ist uns aus voneinander unterscheidbaren Elementen besteht.

Das ZGV-Modell (vgl. Abbildung 5) geht davon aus, dass die Verknüpfung von Zahlen mit Grössen und Grössenrelationen (d.h. Zahlwörter und Ziffern haben einen Sinn) als zentraler Meilenstein in der Entwicklung des numerischen Verständnisses von Zahlen angesehen werden kann (Krajewski, 2005; Krajewski & Ennenmoser, 2013; Schneider et al., 2013). Das Modell ist in drei Kompetenzebenen gegliedert, welche den gesamten Entwicklungsbereich von der Geburt bis ins Grundschulalter erfassen (Ostertag, 2015). Laut Garrote, Moser Opitz und Ratz (2015) versteht das Modell die „Einsicht in das kardinale Zahlverständnis als einen fortschreitenden Prozess“, welcher aufbauend zuerst in einem kleinen Zahlenraum stattfindet und von den Kindern auf höhere Zahlenräume übertragen werden kann (ebd., S. 25). Laut Krajewski (2013) ist es bei Schuleintritt vielen Kindern relativ problemlos möglich, mathematische Operationen zu erlernen. Die ursprüngliche Betrachtung des Modells im Hinblick auf die numerische Kompetenzentwicklung bis zum Schuleintritt lässt sich insofern erweitern, dass der Erwerb höherer Zahlenräume sowie das Verständnis rationaler Zahlen, prinzipiell demselben Verlauf folgt. Im kleinen Zahlenraum gesicherte Ebene-3-Kompetenzen können somit den Erwerb von Ebene-2-Kompetenzen höherer Zahlen erleichtern (vgl. ebd.). Dies bezieht sich auch auf die Repräsentationsformen der Aufgaben. Ist eine Kompetenz handelnd bereits erworben bedeutet dies nicht zwangsläufig, dass dies auch in einer abstrakten Form der Fall ist (Garrote et al., 2015; vgl. Kapitel 2.2.4 das Modell von Aebli und das EISS-Prinzip).

Auf dem ZGV-Modell basierend wurden zwei Testverfahren ausgearbeitet, um die Basiskompetenzen im Kindergarten (MBK-O) und im Grundschulalter (MBK 1+) zu erfassen. Daneben wurde das Trainingsprogramm „Mengen, zählen, Zahlen“ (MzZ, vgl. Kapitel 0) für die Förderung mathematischer Kompetenzen im Vor- und Grundschulalter auf Grundlage des ZGV-Modells entwickelt (Ostertag, 2015).

Kompetenzebene 1:
Zahlwörter und Ziffern ohne Mengenbezug/Grössenbezug

Auf dieser ersten Kompetenzebene finden sich basale Fähigkeiten. Diese werden von den Kindern benötigt, um im späteren Entwicklungsverlauf den Sinn der Zahlen verstehen zu können (vgl. Krajewski & Ennenmoser, 2013). Es werden zwei Basisfertigkeiten beschrieben. Zum einen die Mengenunterscheidung und zum anderen das Aufsagen von Zahlwörtern. Ihre Entwicklung geschieht unabhängig voneinander und zu diesem Zeitpunkt wird noch keine Beziehung zwischen den beiden Fertigkeiten hergestellt (Krajewski & Ennenmoser, 2013; Schneider et al., 2013). Wenn Kinder die Zahlwortreihe in der richtigen Reihenfolge (vorwärts und rückwärts) aufsagen können, lässt sich daraus nicht schliessen, dass der numerische Sinn der Zahlen bereits verstanden bzw. erworben ist im Sinne einer präzisen Zahl-Grössen-Zuordnung (Krajewski & Ennenmoser, 2013).

Die Mengen- bzw. Grössenunterscheidung ist noch unpräzise. Grobe Unterschiede zwischen Mengen können erkannt werden, ohne einen Bezug zu den dazu gehörenden Zahlen zu machen. Wie bereits in Kapitel 2.2.1 beschrieben, können bereits Säuglinge Unterschiede zwischen kontinuierlichen Mengen wahrnehmen und diese nach Ausdehnung, Fläche und Volumen differenzieren (vgl. Krajewski, 2013).
Die Zahlwortreihe kann lediglich aufgesagt werden, weil deren Ablauf auswendig gelernt wurde (vgl. Modell von Fuson, Kapitel 2.2.3.1). Vergleichbar ist diese Fähigkeit mit dem Aufsagen des Alphabets, das ebenso als phonetisch geordnete Folge verinnerlicht ist. Zahlwörter und Ziffern werden als Zeichen

erworben, ohne eine Verknüpfung zu Mengen/Grössen herzustellen (ebd.). Teilweise können einzelne Zahlwörter, wie auch deren Vorgänger und Nachfolger bestimmt werden (Schneider et. al, 2013). Auch wird das Lesen und Schreiben von Zahlen, das schnelle Zählen sowie das Anordnen von Zahlen auf einem Zahlenstrahl (mit Skalierung) der ersten Kompetenzebene zugeordnet. Defizite hinsichtlich der letzten genannten Kompetenzen wurden bei deutschen Kindern mit einer Dyskalkulie in der dritten und vierten Klasse gefunden. Laut einer finnischen Studie lassen sich Defizite schwacher Rechner in Bezug auf eine schwache Zählfertigkeit bereits vor Schuleintritt erfassen (ebd.). Auch Moser Opitz (2010) beschreibt, dass lernschwache Schülerinnen und Schüler über geringere Zählkompetenzen verfügen als Kinder ohne Schwierigkeiten.

Lauren Resnick (vgl. Kapitel 2.2.3 und 2.4.4) beschreibt als Notwendigkeit für den Erwerb mathematischer Kompetenzen, dass die Fähigkeit zum Zählen mit dem Mengenverständnis verschmilzt werden muss (ebd.). Dies wird in der zweiten Kompetenzebene des Modells nach Krajewski *Verknüpfung von Zahlwörtern und Ziffern mit Mengen/Grössen (Grössenrepräsentation von Zahlen)* beschrieben.

Kompetenzebene 2:
Verknüpfung von Zahlwörtern und Ziffern mit Mengen/Grössen

Laut Krajewski läuft diese Entwicklung in zwei Phasen ab. Zuerst bildet sich (Ebene 2a) ein unpräzises Anzahlkonzept / eine unpräzise Grössenrepräsentation, welche sich weiter entwickelt in ein präzises Anzahlkonzept / eine präzise Grössenrepräsentation (Ebene 2b).

Unter dem *unpräzisen Anzahlkonzept bzw. der unpräzisen Grössenrepräsentation* wird verstanden, dass „eins“ oder „drei“ als *wenig* und „hundert“ oder „tausend“ als *viel* gewertet werden. Die Kinder nehmen hierbei lediglich eine grobe Zuordnung der Mengen- und Grössenbegriffe vor. Sie assoziieren kleinere Mengen mit dem Begriff *wenig* und grössere Mengen mit dem Begriff *viel*. Es wird erkannt, dass man bis zu verschiedenen Zahlen unterschiedlich weit bzw. lange zählen muss. Auch zeichnet sich eine Unterscheidung ab zwischen groben Kategorien, denen mehrere Zahlwörter angehören und zu denen Mengen- und Grössenbegriffe (*wenig*, *viel*) zugeordnet werden (Krajewski, 2013; Schneider et al., 2013). Den Kindern wird bewusst, dass „Zahlwörter nicht nur als reine Wortabfolge existieren, sondern mit Grössen verknüpft sind, deren Mächtigkeit sie – wenn auch noch grob kategorisiert – repräsentieren“ (Schneider et al., 2013, S. 28). Durch tägliches Spiel und Auseinandersetzung mit Mengen schärfen die Kinder ihr Bewusstsein für Mengen und Grössen. Eine laut Schneider et. al (2013) punktuelle Zahl-Menge- bzw. Zahl-Grössen-Zuordnung ist nun möglich.

Das *präzise Anzahlkonzept bzw. die präzise Grössenrepräsentation* ist dann erfolgt, wenn jede einzelne auszählbare Menge nur mit einer einzelnen Zahl der Zahlfolge korrespondiert. Die Kinder haben sich somit ein Kardinalzahlkonzept angeeignet (das Zahlwort „zwanzig“ wird exakt 20 Dingen zugeordnet), was von einem entscheidenden Schritt im mathematischen Kompetenzaufbau zeugt. Nun können Mengen isoliert ausgezählt und mit nur einem Zahlwort verbunden werden und nahe beieinanderliegende Zahlwörter werden hinsichtlich ihrer Grösse zueinander in Beziehung gebracht (ebd.). Um die Anzahl der Objekte einer Menge zu bestimmen, ist eine sichere Zählkompetenz, sowie der Erwerb des Anzahlbegriffs (kardinales Zahlverständnis) wichtig (Moser Opitz, 2012). Somit ist für den exakten Grössen-

vergleich von Mengen auch entscheidend, dass Kinder die Zahlfolge sicher und fehlerfrei benennen können – die Ebene 1 also gesichert ist (ebd.).

> Da die spätere Grundschulmathematik sich im Wesentlichen aus dem Erkennen und Nutzen der Grössenrepräsentationen von Zahlen speist, wird deutlich, dass gerade der Erwerb des präzisen Anzahlkonzeptes hier schon die Weichen stellt zu einem wirklich belastbaren und arithmetisch nutzbaren Zahlbegriff.
> (Schneider et. al, 2013, S. 29)

Daneben entwickelt sich auch unabhängig das Verständnis der Mengeninvarianz, was bedeutet, dass eine Menge unverändert bleibt, wenn nichts hinzugefügt oder weggenommen wird. Es wird erkannt, dass eine Menge zunimmt, wenn Objekte hinzugefügt und diese kleiner wird, wenn Objekte weggenommen werden (Zu-/Abnahme). Eine grosse Bedeutung kommt eben dem Teile-Ganzes-Schema zu, welches die Kinder in dieser Phase noch ohne Zahlbezug anwenden können. Dies bedeutet, dass die Kinder Mengenveränderungen wahrnehmen und auch verbalisieren können, diese jedoch nicht in Bezug zu Zahlen setzen (Krajewski, 2013; Schneider et. al, 2013).

Kompetenzebene 3:
Verknüpfung von Zahlwörtern und Ziffern mit Mengenrelationen / Grössenrelationen
Mengen- und Grössenrelationen können auf dieser Ebene nun auch mit Zahlen beschrieben werden und Zahlbeziehungen können durch Zahlen eindeutig dargestellt werden. Das Kind erkennt, dass sich nicht nur eine Menge zerlegen und wieder zusammensetzen lässt, sondern dass dies auch mit einer Zahl geschehen kann (ebd.). Zudem kann die Differenz zwischen zwei Zahlen exakt durch eine dritte Zahl bestimmt werden was die Kinder dazu befähigt, „Zahlen in ihrer vollständigen Semantik zum Rechnen zu benutzen“ (Schneider et al., 2013, S. 31).

Geht man im Erwerb mathematischer Kompetenzen von einer natürlichen Entwicklungsabfolge aus, bedeutet dies hinsichtlich des ZGV-Modells, dass die drei Ebenen aufeinander aufbauen. Das wiederum heisst, dass die genannten Kompetenzen der 1. Ebene als Grundlagen verstanden werden können, auf denen die Kompetenzen der 2. Ebene aufbauen. Ebenso sollten Ebene-3-Kompetenzen erst dann in Angriff genommen werden, wenn vorangehende Fertigkeiten (Ebene 2) erworben wurden (Krajewski & Ennenmoser, 2013).

2.4.4 Abgrenzung des ZGV-Modells zu anderen Theorien und Modellen

Das ZGV-Modell unterscheidet sich im Wesentlichen von anderen Theorien darin, dass „konsequent vermieden wird, die zu einem bestimmten Entwicklungszeitpunkt vorhandenen Basiskompetenzen zu überschätzen“ (Krajewski & Ennenmoser, 2013, S. 46). Andere Modelle basieren auf Beobachtung kindlicher Leistungen, welche auf das Vorhandensein bestimmter mathematischer Kompetenzen schliessen lassen. Das ZGV-Modell führt Leistungen ausschliesslich auf Kompetenzen zurück, welche (für das Erbringen der Leistung) mindestens erforderlich beziehungsweise zwingend notwendig (hinreichend) sind (vgl. ebd.). Es wird davon ausgegangen, dass eine solche Herangehensweise mutmassliche Entwicklungsschritte differenzierter betrachten und demnach hinterfragen lässt. Dies schafft eine

Grundlage dafür, dass sich Fördermassnahmen durch eine exakte Lokalisation potentieller Entwicklungshürden planen lassen.

Der angeborene Zahlensinn

Die Thematik der oben beschriebenen Diskussion eines „angeborenen Zahlensinns“ (vgl. Kapitel 2.2.1) nimmt das ZGV-Modell in der Ebene 1 auf, das von der minimalistischen Variante ausgeht, dass lediglich nach Volumen und Fläche von Mengen unterschieden werden kann (Krajewski & Ennenmoser, 2013). Das ZGV-Modell schreibt kleinen Kindern und Säuglingen nur minimalistische Kompetenzen zu, die nicht überschätzt werden sollten. Es geht davon aus, „dass bestimmte Fähigkeiten, die von Autoren als angeboren postuliert werden, bei kleinen Kindern und Säuglingen nicht zwangsläufig vorliegen müssen“ (Schneider et al., 2013, S. 35). Das ZGV-Modell steht dafür, dass ein Kind, auch ohne angeborene Fähigkeiten, in seinem natürlichen Entwicklungsverlauf ein gutes Zahlenverständnis erwerben kann. Die Förderung rechenschwacher Kinder kann somit aus einer anderen Sichtweise betrachtet werden. Genannte, im ZGV-Modell beschriebene Entwicklungsschritte müssen von allen Kindern (auch von Kindern ohne Rechenschwierigkeiten) gemeistert werden. Demnach muss man nicht „einen defekten Zahlensinn therapieren, sondern lediglich Entwicklungslücken aufdecken und diese schliessen“ (Schneider et. al, 2013, S. 36).

Theorie von Lauren Resnick

Resnick (vgl. Kapitel 2.2.4) unterstreicht in ihrer Theorie die Kopplung der Zahlwortreihe an die sogenannten „protoquantitativen Schemata“. Das Bedeutet, dass für den Vergleich, die Zu- und Abnahme sowie Teile und Ganzes von Mengen („mehr“, „weniger als zuvor“ etc.), diese mit der Zahlwortreihe gekoppelt werden müssen, um zu einem numerischen Verständnis von Zahlen zu gelangen (vgl. Krajewski, 2013). Das ZGV-Modell greift diesen Kerngedanken auf, beschreibt aber darüber hinaus, wie sich diese Kopplung genau vollzieht. Es werden hierfür drei unterschiedliche Entwicklungsebenen und entsprechend graphische Darstellungen eingesetzt. Die Fertigkeiten im Aufsagen der Zahlwortreihe werden im ZGV-Modell basaler definiert (Ebene 1) und auf minimalistischere Kompetenzen zurückgeführt als von Resnick angenommen (Krajewski, 2013; Schneider et. al, 2013).

Theorie über die Entwicklung des Zahlgebrauchs nach Karen Fuson

Fuson unterscheidet in ihrer Theorie zwei Phasen (vgl. Kapitel 2.2.3.1). In der Phase des *Erwerbs der Zahlwortfolge* müssen die Kinder die Zahlwortfolge zunächst korrekt erlernen. Erst dies ermöglicht ein tieferes Verständnis der Zahlen, welches dazu führt, dass Operationen mit der Zahlenfolge in der Phase der *Elaboration* möglich werden (vgl. Krajewski, 2013). Sie definiert verschiedene Entwicklungsstufen, macht diese jedoch an der zunehmenden Beherrschung der Zahlwortfolge fest (Krajewski & Ennenmoser, 2013). Das Zahlverständnis wird demnach dadurch sichtbar, wie gut die Zahlwortfolge beherrscht wird und manipuliert werden kann (Schneider et al., 2013). Im ZGV-Modell werden keine unterschiedlichen Grade der Automatisierung und Beherrschung der Zahlwortfolge beschrieben. Es geht von einem zunehmenden Zahlverständnis als zunehmende Verknüpfung der Zahlwortfolge mit Mengen und Mengenrelationen bzw. Grössen- und Grössenrelationen aus. Unterschiede zeigen sich folgendermassen: Das Bestimmen von Vorgänger- und Nachfolger (ZGV-Modell Ebene 1), der Grössenvergleich von Zah-

len (ZGV-Modell Ebene 2) und die Fähigkeit, Grössenunterschiede zwischen Zahlen mit einer weiteren Zahl anzugeben (ZGV-Modell Ebene 3) sind bei Fuson einem einzigen Level – dem Level 3: breakable chain level – zugeordnet. Im ZGV-Modell befinden sich die drei genannten Kompetenzen auf unterschiedlichen Ebenen. Umgekehrt zeigt sich ein Unterschied dahingehend, dass das Aufsagen der Zahlwortreihe jeweils bei 1 beginnend (Fusons Level 1 und 2) sowie rückwärts oder flexibel von einer beliebigen Zahl beginnend (Fusons Level 3) im ZGV-Modell der ersten Ebene zugeordnet werden. Die im Level 5 (nach Fuson) beschriebene Fähigkeit, dass Kinder die Zahlwortfolge sehr schnell rückwärts aufsagen können, spiegelt im ZGV-Modell nicht zwangsläufig ein hohes numerisches Verständnis wider. Sie gehört ebenfalls zu den Ebene-1-Kompetenzen im ZGV-Modell und ist ohne Bezug zu Grössen lösbar (Krajewski, 2013; Krajewski & Ennenmoser, 2013; Schneider et al., 2013).

Allgemein betrachtet geht das ZGV-Modell von einer minimalistischen Kompetenzzuschreibung für Zählfertigkeiten aus. Es wird die Auffassung vertreten, dass Zählfertigkeiten (die Kenntnis von Ziffern und der Zahlwortfolge) nicht automatisch mit einem Verständnis für die Zahl-Grössen-Verknüpfung gleichgesetzt werden können und theoretisch klar abzugrenzen sind. Andere Theorien nehmen diese Abgrenzung nicht vor (Krajewski & Ennenmoser, 2013). Im ZGV-Modell wird in der Zahl-Grössen-Verknüpfung (Ebene 2) ein entscheidender Meilenstein gesehen, was dazu führt, dass eine differenzierte Betrachtung vollzogen wird.

> So wird etwa angenommen, dass Zahlwörter – wenn sie auf Ebene 2 erstmals mit Mengen bzw. Grössen verknüpft werden – keinesfalls 1:1 und damit genau zugeordnet werden müssen. Vielmehr wird mit der *unpräzisen Grössenrepräsentation* (Ebene 2a) ein Stadium der Zahl-Grössen-Verknüpfung eingeführt, das dem eigentlichen Kardinalverständnis von Zahlen (Ebene 2b) vorausgeht und unter anderem erklären kann, warum Kinder in bestimmten Entwicklungsphasen grössenmässig nicht zwischen Nachbarzahlen unterscheiden können, während ihnen der Vergleich für weit auseinanderliegende Zahlen gelingt.
> (Krajewski & Ennenmoser, 2013, S. 47)

Das kardinale Zahlverständnis wird im ZGV-Modell nicht als „Einsicht“ verstanden, welche als pauschal erworben gelten kann, sobald bestimmte Entwicklungsschritte vollzogen sind. Es wird vielmehr als fortschreitender Prozess angesehen, in dem dieses Verständnis im kleineren Zahlenraum erworben wird und nach und nach auf höhere Zahlenräume übertragen werden kann (Ennenmoser & Krajewski, 2013).

Neurowissenschaftliche Modelle

Dehaene (vgl. Kapitel 2.3.1) beschreibt drei Repräsentationsebenen in seinem Modell. Zahlen existieren im Gehirn nach Annahme des Autors verbal als Zahlwort, visuell in arabischer Ziffernform und als annähernde Vorstellung der Grössen, welche hinter den Zahlen stehen (vgl. Krajewski, 2013, S. 164). Bedeutsam ist für den Umgang mit Operationen die Verbindung zwischen den genannten Ebenen. Das ZGV-Modell macht sichtbar, wie sich Verknüpfung von Zahlwörtern beziehungsweise Ziffernzahlen mit den entsprechenden Grössenrepräsentationen herausbildet (ebd.). Von Aster und Kollegen gehen davon aus, dass eine Schädigung genetisch vorhandener Grundlagen verhindern kann, dass Bezüge zwischen Mengen und Zahlen hergestellt werden können. Das ZGV-Modell von Krajewski geht – abgese-

hen von einem gestörten Entwicklungsverlauf – von einem allgemeinen Stadium aus, in dem von Kindern aufgesagte Zahlwörter noch keine Grössenrepräsentation aufweisen (ZGV-Modell Ebene 1). Das Modell von von Aster und Kollegen schreibt der Verwendung von Zahlwörtern und Ziffern zur Beschreibung konkreter Mengen höher entwickelten Fähigkeiten zu (Stufe 3 und 4). Diese Ansicht teilt Krajewski im ZGV-Modell (Krajewski, 2013; Schneider et al., 2013).

Das Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung nach Fritz und Ricken

Das Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung nach Fritz und Ricken (vgl. Kapitel 2.4.2), welches wie bereits erwähnt zwar Ähnlichkeiten mit dem Ansatz von Krajewski aufweist, unterscheidet sich dahingehend vom ZGV-Modell, dass es sich auf die Annahmen von Fuson stützt, welche Krajewski im ZGV-Modell teils in Frage stellt (Schneider et al., 2013).

Die Entwicklung des Zahlbegriffs nach Piaget

Laut Piaget gelangen Kinder zum Verständnis der Zahlinvarianz und letztendlich zum Verständnis der Zahl durch die Fähigkeit zur Klasseninklusion und Seriation (vgl. Kapitel 2.4.1). Die Annahme Piagets, dass Kinder ohne exaktes Anzahlverständnis geboren werden, deckt sich mit der von Krajewski. Im Vergleich zu Piaget gehen Krajewski und Ennenmoser (2013) jedoch davon aus, dass das Verständnis der exakten Zahlwortfolge der Fähigkeit zur Seriation von Grössen voraus geht und zur Folge hat, dass der Zahlenvergleich gelingt. Das Verständnis für Zahlrelationen fordert zwingend die Verknüpfung von Mengen bzw. Grössen mit den Zahlwörtern. Für die Fähigkeit zur Klasseninklusion muss laut den Autoren das Verständnis für die Teil-Ganzes-Beziehung vorhanden sein. Die Invarianz ist erfasst, wenn verstanden ist, dass sich Mengen nur durch Zu- und Abnahme (Hinzufügen und Wegnehmen) verändern, nicht aber durch unterschiedliche räumliche Ausdehnung (ebd.).

2.5 Wahl und Begründung des Modells

Das Modell der Zahl-Grössen-Verknüpfung (ZGV) nach Krajewski beschreibt, dass die Entwicklung der Mengenwahrnehmung und des Zählens sich zuerst getrennt voneinander entwickeln und erst zu einem späteren Zeitpunkt verknüpft werden (Schneider et al., 2013). Immer wieder wird im Zusammenhang mit den Vorläuferfertigkeiten der Verknüpfung von Zahlen und Mengen eine grosse Bedeutung zugeschrieben (Niklas, 2011; Krajewski, 2005; Schneider et. al, 2013; Schassmann, 2004; Gaidoschik 2013). Der Zahlerwerb ist ausgebildet, wenn die Mengenverarbeitung und die Zählkompetenz nicht mehr unabhängig voneinander agieren (vgl. Kapitel 2.2.3.1). Jede Zahl korrespondiert mit einer einzelnen auszählbaren Menge (1-zu-1-Zuordnung), benachbarte Zahlen unterscheiden sich in ihrer Grösse (exakter Grössen-/Mengenvergleich) und Relationen zwischen Mengen und Grössen werden mit Zahlen beschreibbar. Beziehungen zwischen Mengen lassen sich eindeutig darstellen, eine Zahl kann zerlegt und wieder zusammengefügt werden (Teil-Ganzes-Schema) und die Differenz zwischen zwei Zahlen lässt sich durch eine dritte Zahl beschreiben (Schneider et al., 2013, S. 25ff). Für den Lernfortschritt in der Mathematik haben laut einer Studie von Moser & Bayer die Vorläuferkompetenzen die grösste Bedeutung (Schneider et. al, 2013).

Das Modell der Zahl-Grössen-Verknüpfung nach Krajewski stützt sich auf eine breite Basis an Befunden zur mathematischen Kompetenzentwicklung. Es bezieht sich auf diese Befunde, grenzt sich aber auch in vielerlei Hinsicht davon ab (vgl. Kapitel 2.4.4). Das ZGV-Modell wurde in einer Reihe von Untersuchungen bestätigt und wird mittlerweile in der Forschung zur Rechenschwäche immer häufiger als theoretische Grundlage verwendet (Lambert, 2015). „Seine Relevanz verdankt dieses Modell nicht zuletzt der Tatsache, dass es mit längsschnittlichen Befunden zur mathematischen Kompetenzentwicklung von Vorschulkindern gut kompatibel ist“ (Schneider et al., 2013, S. 24). Neben einer Erkennung von möglichen Problemen (Diagnostik) kann das Modell zur gezielten Förderung von Fähigkeiten und somit präventiv genutzt werden.

2.6 Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter

Kinder erwerben bereits im frühen Alter mathematische Kompetenzen, welche sie mit zunehmender Entwicklung weiter ausbauen. Bedeutsamer als Durchschnittswerte bei Schulanfängern sind jedoch die enormen Unterschiede zwischen den Kindern und den damit verbundenen Gefahren der Über- und Unterforderung (vgl. Kammermeyer, 2001, S. 135).

Schneider et al. (2013) erläutern den Einfluss spezifischer und unspezifischer Vorläufermerkmale auf die Entwicklung der schulischen Mathematikleistungen. Sie vergleichen verschiedene Studien, die sich mit vorschulischen Kompetenzen und deren Auswirkungen auf den Mathematikunterricht in der Unterstufe auseinandersetzen. Es konnte verschiedentlich nachgewiesen werden, dass der vorschulischen Förderung ein grosser Stellenwert zugeschrieben werden muss. Kinder, welche über gute Vorläuferfertigkeiten in den Bereichen Deutsch (Lesen, Schreiben) und Mathematik verfügen und deren Wortschatz altersentsprechend ist, können die Primarschule eher erfolgreich durchlaufen und diesen Erfolg nachhaltig sichern (Krajewski & Schneider, 2006; Schneider et al., 2013). Bis zum Zeitpunkt des Schuleintritts haben Kinder diese relevanten Fertigkeiten in unterschiedlichem Masse entwickelt (Werner, 2009).

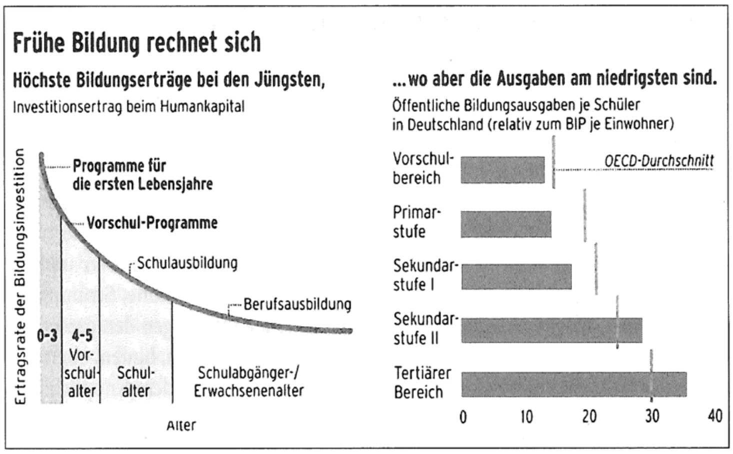


Abbildung 6: Erträge der Bildungsinvestitionen in Abhängigkeit vom Lebensalter (Werner, 2009, S. 107)

In der Abbildung 6 ist ersichtlich, dass Bildungsinvestitionen grössere Effekte zeigen, wenn sie so früh wie möglich in der Lebensphase getätigt werden (Werner, 2009). Die Abbildung zeigt auch, dass die Ausgaben in der Bundesrepublik Deutschland im Vorschul-, Primar und Sekundarbereich weit unter

dem OECD[17]-Durchschnitt liegen und mehr Investitionen in den höheren Stufen erfolgen. Dieses Ergebnis wird dahingehend kritisch betrachtet, „dass gerade die in diesen sehr frühen Lebensphasen erworbenen spezifischen Kompetenzen sich als grundlegend für die späteren Schulleistungen erweisen“ (Werner, 2009, S. 107). Auch lassen sich spätere Lernschwierigkeiten laut Werner (2009) häufig auf das Fehlen grundlegender basaler Wissenskonzepte zurückführen. Eine zielgerichtete vorschulische Bildung kann demnach als Prävention für mögliche später auftretende Schwierigkeiten angesehen werden. Ein umfassendes Training mathematischer (pränumerischer) Fertigkeiten bereits vor Schulbeginn kann eine wichtige Basis schaffen für die Entwicklung des Zahlbegriffs sowie weitere schulrelevante mathematische Kompetenzen (Niklas, 2011; Werner, 2009). Garrote et al. (2015) betonen diesbezüglich, dass pränumerische Kompetenzen eher überschätzt werden. Wichtiger sei die Förderung spezifischer numerischer Vorkenntnisse, im Besonderen der Zählkompetenzen.

Im nächsten Abschnitt wird auf spezifische wie auch unspezifische Vorhersagemerkmale eingegangen. Unspezifische Vorhersagemerkmale sind dadurch charakterisiert, dass sie zwar für die mathematische Entwicklung von Bedeutung sind, jedoch auch die Entwicklung anderer Kompetenzen signifikant beeinflussen. Sie lassen keine lernbereichsspezifische Vorhersage zu. Nachfolgend werden die unspezifischen Prädiktoren (Vorhersagemerkmale) bezüglich ihres Einflusses auf die mathematische Entwicklung betrachtet. Spezifische Prädiktoren beziehen sich direkt auf die Vorhersage der Kompetenzen in einem bestimmten (Teil-)Bereich und haben somit Vorhersagekraft für genau einen Lernbereich (Schneider et al., 2013; Schuler, 2013a).

2.6.1 Unspezifische Prädiktoren für die mathematische Entwicklung

Die Intelligenz

Eine spannende Erkenntnis gab es im Hinblick auf die Intelligenz eines Kindes und deren Einfluss auf spätere Mathematikleistungen. Während die Intelligenz (sprachliche wie auch nichtsprachliche) im Vorschulalter eine laut Krajewski, Schneider und Nieding (2008a) noch moderate Beziehung zu den Mathematikleistungen gegen Ende der ersten Klassenstufe ergab, konnte dieser Zusammenhang für die Vorhersage späterer Mathematikleistungen nicht mehr erbracht werden. Defizite in der Intelligenz können laut Schneider et al. (2013) durch Vorwissen im Bereich Mathematik kompensiert werden. Intelligenz jedoch kann mathematisches Vorwissen nicht kompensieren. Wichtig erscheint hier zu erwähnen, dass die Intelligenz stark mit dem *Arbeitsgedächtnis* korreliert, welches sich, ähnlich wie auch für die *phonologische Bewusstheit* gültig, auf die Entwicklung der basalen Zahlenkompetenzen (siehe folgende Abschnitte) auswirkt (Schneider et al., 2013; Werner, 2009).

Anregungen aus der Umwelt

Von Belegen, dass bei Säuglingen Fähigkeiten zur Mengenunterscheidung vorhanden sind (vgl. Kapitel 2.2.1) sollte nicht darauf geschlossen werden, dass dieses „Vorhandensein“ ohne pädagogische Einflüsse bleiben soll. Der Anregungsgehalt aus der Umwelt (vgl. SFON Kapitel 2.2.4), welcher wiederum mit dem sozioökonomischen Status der Familie eines Kindes zusammenhängt, beeinflusst die mathematischen Kompetenzen (Schneider et al., 2013). Kinder entwickeln in der Auseinandersetzung mit

[17] OECD = Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung

ihrer Umwelt erstaunlich kreative und vielfältige Varianten, um mit Zahlen, Mengen, Längen, Grössen und Relationen umzugehen (Werner, 2009). Erfahrungen im Bereich Zählen sind von grosser Bedeutung. Mangelnde Zählkompetenz hängt laut Moser Opitz (2012) mit fehlenden Erfahrungen zusammen. „Im Hinblick auf die Entwicklung früher basisnumerischer Kompetenzen kann jedoch davon ausgegangen werden, dass der familiäre Anregungsgehalt sowie die Stimulierung des Interesses an Zahlen und Mengen durch die Erzieherinnen im Kindergarten bedeutsam ist“ (Schneider et al., 2013, S. 57). Durch eine Studie konnte nachgewiesen werden, dass vorschulische Kompetenzvorsprünge nicht nachhaltig waren, wurden sie durch elterliche Initiative (Belehrung/Trainings) herbeigeführt. Hess (2012) betont die Wichtigkeit der Eigeninitiative der Kinder im Zusammenhang mit vorschulischer Förderung – sei dies bezogen auf das Elternhaus oder eine vorschulische Einrichtung.

Das Geschlecht

Geschlechterunterschiede in den Leistungen wurden unter anderem durch Vergleichsstudien wie IGLU oder PISA bekannt. Grundschülerinnen und weibliche Jugendliche schnitten in Mathematiktests in der Regel etwas schlechter ab als männliche Grundschüler und Jugendliche. Die Unterschiede können jedoch laut Schneider et al. (2013) als relativ klein beschrieben werden und können, durch in diese Untersuchungen mit einbezogene Länder, auch nicht bestätigt werden. Spannend ist jedoch, dass wenn die Intelligenz (der IQ) und Geschlechterunterschiede im mathematischen Kompetenzbereich berücksichtigt werden, sich grössere Unterschiede zeigen als bei konventioneller Betrachtung (ohne Berücksichtigung des IQ).
Eine Reanalyse hinsichtlich der Geschlechterunterschiede von Krajewski (2003, erwähnt in Schneider et al., 2013, S. 58) zeigte, dass männliche Kindergartenkinder in der Mitte des letzten Kindergartenjahres auf den ersten beiden Ebenen des ZGV-Modells (vgl. Kapitel 2.4.3) sowie in der visuell-räumlichen Vorstellung einen signifikanten Vorsprung aufwiesen. Diese Ergebnisse schienen Aufgrund eines mittleren Effekts wichtig zu sein. Relativiert wurden diese Erkenntnisse durch einen deutlich geringeren Unterschied in genannten Bereichen Ende der Kindergartenzeit oder in den Anfangsklassen. Die Befunde hinsichtlich der Bedeutung des Geschlechts für die Entwicklung mathematischer Kompetenzen sind demnach nicht immer konsistent oder einheitlich (ebd.).

Das Arbeitsgedächtnis

Schwache Arbeitsgedächtnisleistungen können das Erlernen der schulischen Mathematik direkt wie auch indirekt erschweren. Während sie einerseits zu schwächeren Leistungen führen (direkter Einfluss), wirken sie sich auch auf spezifisches Vorwissen aus, und Kinder gelangen zu schwachen Mathematikleistungen über bereits früher beeinträchtigte Rechenkompetenzen (indirekter Einfluss) (vgl. Krajewski, 2008b, S. 284). Zur Veranschaulichung wird das Modell von Baddeley (siehe Abbildung 7) näher beschrieben (Schneider et al., 2013).

Die Zentrale Exekutive ist modalitätsübergreifend und sozusagen die „Leitzentrale“ der beiden Subsysteme. Die Phonologische Schleife ist zuständig für akustisches verbales Material und der visuell-räumliche Notizblock ist verantwortlich für die kurzfristige Speicherung und Verarbeitung visuell-räumlicher Inhalte. Das Arbeitsgedächtnis ist demnach von grösster Bedeutung „für das kurzfristige

Bereithalten und Verarbeiten gesehener oder gehörter Inhalte und damit eine bedeutsame Instanz für eine gelingende Informationsverarbeitung bereits ab frühster Kindheit“ (Schneider et al., 2013, S. 60).

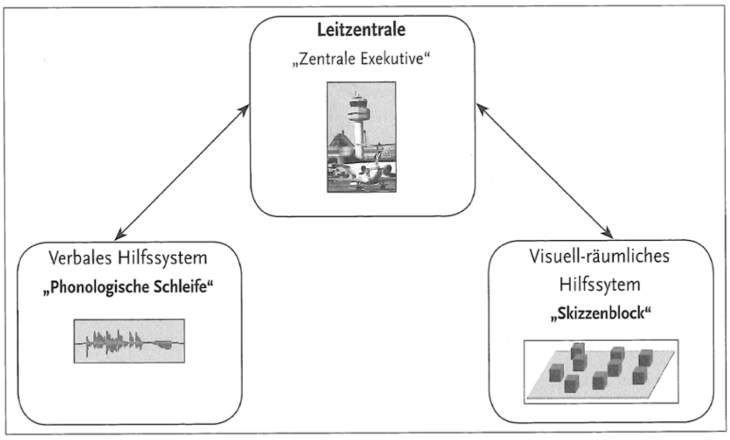


Abbildung 7: Modell des Arbeitsgedächtnisses nach Baddeley (1986) (Schneider et al., 2013, S. 59)

Das visuelle Arbeitsgedächtnis

Für die kurzfristige Speicherung und Verarbeitung visuell-räumlicher Informationen ist das visuelle Arbeitsgedächtnis verantwortlich (Schneider et al. 2013). In mathematischer Hinsicht kommt dies z.B. beim Umgang mit konkreten Mengen zum Tragen. Ein Kleinkind kann bereits zwei Mengen miteinander vergleichen und erkennen, dass eine der beiden Mengen „grösser“ ist / „mehr“ Elemente hat. Dadurch wird die erste Menge visuell fokussiert. Nun muss die Information so lange im visuellen Arbeitsspeicher behalten werden, bis das Kind die zweite Menge betrachtet hat. Erst dann wird ein Vergleich möglich. Fällt die erste gewonnene Information (über die erste Menge) frühzeitig aus dem Arbeitsgedächtnis, verhindert dies die Möglichkeit eines Mengenvergleichs (sogar ohne Zahlbezug – ZGV-Modell Ebene 1). Bedeutsam ist die Verarbeitung räumlich-visueller Informationen auch mit Zahlen gekoppelt. Kann ein Kind auf einen Blick mehr Informationen wahrnehmen und verarbeiten als ein anderes Kind, fällt es ihm auch leichter, Mengen hinsichtlich ihrer Anzahl zu beurteilen und mit den dazugehörenden Zahlen zu verknüpfen (ZGV-Modell Ebene 2) (Krajewski, 2008b; Schneider et al., 2013). Diese Erkenntnisse lassen den Schluss zu, dass für Kinder, welche Schwierigkeiten haben mit dem visuellen Arbeitsgedächtnis, die Arbeit mit wenig komplexen Arbeitsmaterialien hilfreich sein kann. Ausserdem ist eine begleitende Versprachlichung der mathematischen Inhalte von besonderer Bedeutung (Schneider et al., 2013).

Das phonologische Arbeitsgedächtnis

Dem phonologischen Arbeitsgedächtnis wird ebenso eine grosse Bedeutung zugeschrieben beim Erwerb von Mengen-Zahlen-Kompetenzen. Zahlwörter werden als sprachliche Einheiten gelernt, nachdem sie auditiv wahrgenommen wurden. Kinder, welche für auditiv gewonnene Informationen eine gute kurzfristige Speicherungs- und Verarbeitungskapazität haben, scheinen ab Sprachbeginn Vorteile zu haben bezüglich dem Erlernen der Zahlwörter. Hilfreich beim Erlernen der Zahlwortreihe und damit auch dem Speichern der exakten Zahlenfolge (ZGV-Modell Ebene 1) ist eine gute *auditiv-verbale Gedächtnisspanne* (vgl. Schneider et al., 2013). Eine schwächere auditive Kurzzeitspeicherung zeichnet sich dadurch aus, dass Kinder die Unterschiede zwischen der eigenen Zählfolge und einer durch Erwachse-

ne vorgegebenen schwerer erkennen können. Damit sind sie benachteiligt beim Aufbau numerischer Basisfertigkeiten.

Die zentrale Exekutive

Der zentralen Exekutive wird die Funktion zugesprochen, visuelle und auditive Informationen zu koordinieren. Sie trifft und kontrolliert demnach Entscheidungen und fokussiert die Aufmerksamkeit. Dies kann erfolgen beim Aufsagen der Zahlwortreihe. Vorgänger und Nachfolger müssen beim Aufsagen der Zahlwortreihe korrekt bestimmt werden oder beim Erlernen der Ziffern, denn die verbalen Zahlwörter müssen mit den visuellen Ziffern gekoppelt werden. Dies sind nur zwei von vielen Beispielen, anhand derer die grosse Bedeutung der zentralen Exekutive als Koordinator zwischen visuellen und auditiven Informationen im Bereich der Mathematik aufgezeigt werden kann, um erfolgreich mit Zahlen und Ziffern auf allen Ebenen (ZGV-Modell) operieren zu können.

Die phonologische Bewusstheit

Auch linguistische Kompetenzen sind durchaus von Bedeutung beim Erwerb mathematischer Kompetenzen. Mit dem Begriff „phonologische Bewusstheit“ ist die Fähigkeit umschrieben, „die Lautstruktur der gesprochenen Sprache zu verstehen und beispielsweise Silben in Wörter oder Laute in Silben zu erkennen“ (Schneider et al., 2013, S. 63). Studien von Schwenck und Schneider (2003), Bradley und Bryant (1985) u.a. (zit. n. Schneider et al., 2013, S. 64) lassen darauf schliessen, dass die phonologische Bewusstheit durchaus nicht nur den Schriftspracherwerb, sondern auch den Erwerb mathematischer Kompetenzen beeinflusst. Schneider et al. (2013) versuchen den Zusammenhang zwischen der phonologischen Bewusstheit und Mathematikleistungen zu erklären. Sie gehen davon aus, dass die phonologische Bewusstheit über die Zählfertigkeiten (ZGV-Modell Ebene 1) Einfluss auf Mathematikleistungen hat. Um die Zahlenfolge nicht mehr als Wortganzes („einszweidreivierfünf“ vgl. Fuson im Kapitel 2.2.3.1) wahrzunehmen, müssen Kinder in der Lage sein, Einheiten der gesprochenen Sprache zu differenzieren. Dieser Prozess wird durch eine gute phonologische Bewusstheit erleichtert. Es wird ausserdem davon ausgegangen, dass die phonologische Bewusstheit zwar den Erwerb basaler Zahlenkompetenzen beeinflusst (ZGV-Modell Ebene 1), jedoch keinen direkten Einfluss auf höhere mathematische Kompetenzen (ZGV-Modell Ebenen 2 und 3) hat (ebd.).

Die Konzentrationsfähigkeit

Werner (2009) beschreibt die Konzentrationsfähigkeit als weiteren unspezifischen Einflussfaktor. Kinder mit einer Lese-Rechtschreib-Schwäche sowie Rechenschwäche „zeigten signifikant mehr Auffälligkeiten bezüglich der Konzentration“ als die jeweilige Kontrollgruppe (ebd., S. 247). Deutlich wird dies in Phasen der Automatisierung und bei komplexen Aufgaben, welche hohen Gedächtnisaufwand erfordern. Unterrichtsinhalte, gewählte Themen und Unterrichtsformen beeinflussen die Konzentrationsfähigkeit.

2.6.2 Spezifische Prädiktoren für die mathematische Entwicklung

Merkmale des Langzeitgedächtnisses

Laut Schneider et al. (2013) wird rechenschwachen Kindern häufig zugeschrieben, dass eine generelle „Speicherschwäche“ (hinsichtlich Speicherung und Abruf aus dem Langzeitgedächtnis) vorliege. Werner (2009) teilt die Schnelligkeit beim Abruf aus dem Langzeitgedächtnis den unspezifischen Prädiktoren zu. In empirischen Untersuchungen von van der Sluis, de Jong und van der Leij (2004) sowie Willburger, Fussenegger, Moll, Wood und Landerl (2008) (beschrieben nach Schneider et al., 2013, S. 65f.) konnte jedoch festgestellt werden, dass rechenschwache Kinder (Dyskalkuliker) zwar beim Umgang mit Mengen und Zahlen beim lexikalischen Zugriff Schwierigkeiten zeigten, jedoch bei anderen Inhalten (beispielsweise sprachlich-semantischen) nicht durch eine reduzierte Benennungsgeschwindigkeit (Zugriffsgeschwindigkeit[18]) auffielen. Dies lässt den Schluss zu, dass sich Abrufdefizite nicht auf das gesamte semantische Netzwerk ausweiten, sondern auf den Abruf numerischer Informationen beschränken (Krajewski, 2008b; Schneider et al., 2013) Kann dieser Abruf nicht in erwarteter Geschwindigkeit erfolgen, werden zwei Arten von Abrufdefiziten unterschieden. Zum einen wird ein direktes Defizit beim Abruf von Fakten (beispielsweise verlangsamter Zugriff auf Zahlen im Langzeitgedächtnis) genannt, zum anderen wird vermutet, dass der Abruf irrelevanter Assoziationen den Zugriff hemmt (vgl. Krajewski, 2008b, S. 284f.).

Die Mengen-Zahlen-Kompetenz

Den Effekt vorschulischer Mengen-Zahlen-Kompetenz auf die schulische Mathematikentwicklung überprüften Aunola et al. (2004, beschrieben nach Schneider et al., 2013, S. 68) in einer Längsschnittstudie. Es konnte dargelegt werden, dass Zählfertigkeiten, welche bereits im Vorschulalter vorhanden sind als zuverlässiges Vorhersagemerkmal für die Mathematikleistungen in der ersten Klasse gesehen werden können. Gersten, Jordan und Flojo (2005, dargestellt nach Schneider et al., 2013, S. 69) kamen nach dem Studieren internationaler Literatur zur Einsicht, dass „die Fähigkeit zum Zahlvergleich und die Vollkommenheit von Zählstrategien beim Rechnen als zuverlässige Prädiktoren der Mathematikleistungen zu betrachten sind“ (ebd., S. 69). Dornheim (2008, geschildert nach Schneider et al., 2013, S. 71) konnte durch eine Studie zeigen, dass sich das im Vorschulalter erworbene Zahlen-Vorwissen (gegenüber dem Mengen-Vorwissen) als „besonders bedeutsamer Prädiktor“ für die Entwicklung mathematischer Leistungen erweist. Laut Weisshaupt et al., (2006) sind folgende Vorwissenskompetenzen für das Rechnen lernen von Bedeutung: Mengenvergleich, Mengeninvarianz und Simultanerfassung (mengenbezogenes Vorwissen), Kenntnis und flexibler Umgang mit der Zahlwortreihe, Kardinalzahlverständnis, Ordinalzahlverständnis, Zählstrategien, Repräsentation von Zahlen, Teil-Ganzes-Schema und Anwendung von Zahlwissen in konkreten Kontexten (zahlbezogenes Vorwissen). Untersuchungen von Krajewski (2005) konnten Zählfertigkeiten, Zahlenkenntnis sowie erstes Rechnen zu den bedeutendsten Vorläuferfertigkeiten für schulische Mathematikleistungen darlegen. Laut Hauser et al. (2016) gelten für

[18] Schneider et al. (2013) bezeichnen die Zugriffsgeschwindigkeit auch als Zahlenabrufgeschwindigkeit. Damit ist das schnelle Abrufen von Zahlenfakten aus dem Langzeitgedächtnis gemeint. Es gibt dabei zwei Formen von Abrufdefiziten. Zum einen ein direktes Defizit beim Abruf von Fakten aus dem semantischen Netzwerk (verlangsamter Zugriff auf Zahlen im Langzeitgedächtnis), zum Anderen eine Hemmung dieses Zugriffs durch den Abruf irrelevanter Assoziationen (z.B. Aktivierung der Nachfolgerzahlen 5 und 9 beim Lösen der Aufgabe 4 + 8 (vgl. Krajewski, 2008b).

Kinder im Bereich Zahlen und Operationen folgende Erlebnisse als relevant: Das Vergleichen von Mengen, das Aufsagen der Zahlwortreihe, das Abzählen von Dingen, das simultane oder quasi-simultane Erfassen von Anzahlen in Würfelbildern oder anderen Zahlenbildern, das Zerlegen und Zusammensetzen von Mengen und Dingen, das Aufbauen, Herstellen und Untersuchen der Zahlenreihenfolge, das Zuordnen von Anzahl- und Zahldarstellungen, das Erkennen von Zahleigenschaften und erstes Rechnen.

Aus den genannten Kompetenzen können hiermit die ersten beiden Kompetenzebenen (numerische Basisfertigkeiten sowie Verständnis für Mengenrelationen und Anzahlkonzept) des Modells der Zahl-Grössen-Verknüpfung nach Krajewski (vgl. Kapitel 2.4.3) als sogenannte mathematische Vorläuferfertigkeiten betrachtet werden (Krajewski & Schneider, 2006; Schneider et al., 2013).

Der „Zahlensinn“

Über den Zahlensinn als angeborene Fähigkeit wurde in Kapitel 2.2.1 ausführlich geschrieben. An dieser Stelle wird noch hinzugefügt, dass Mengenrepräsentation und basale visuelle Mechanismen (Subitizing – vgl. Kapitel 2.2.2) von Schneider et al. (2013) als spezifische Vorhersagemerkmale für die mathematische Kompetenzentwicklung angesehen werden. Diese sind besonders bei Kindern mit Dyskalkulie sehr schwach ausgeprägt (vgl. ebd.).

2.6.3 Einfluss spezifischer und unspezifischer Vorläuferfertigkeiten auf die Entwicklung der schulischen Mathematikleistungen

In einer Untersuchung erfassten Krajewski und Schneider (2006) Kinder zweimal im letzten Kindergartenjahr (sechs bzw. zwei Monate vor Schuleintritt). Erfasst wurden spezifische mathematische Vorläuferfertigkeiten (Zählfertigkeiten, Invarianz- und Anzahlkonzepte, Mengen-Zahlen-Kompetenzen) sowie unspezifische mathematische Vorläuferfertigkeiten (Intelligenz, soziale Schicht, Gedächtniskapazität, Zugriffsgeschwindigkeit auf das Langzeitgedächtnis, visuell-räumliches Vorstellungsvermögen, Sprachverständnis und Konzentrationsfähigkeit). Im Laufe der Grundschulzeit (jeweils am Ende der ersten und vierten Klassenstufe) wurden mathematische sowie schriftsprachliche Kompetenzen der Kinder erhoben. In einem Strukturgleichungsmodell (siehe Abbildung 8) wurden Annahmen aus der Theorie über das Zusammenwirken der Prädiktoren und deren Einfluss auf die Mathematikleistungen festgehalten. Diese wurden mit Hilfe von bereits vorliegenden Daten für die erste und vierte Klasse überprüft (vgl. Krajewski & Schneider, 2006; Schuler, 2013a; Schneider et al., 2013).

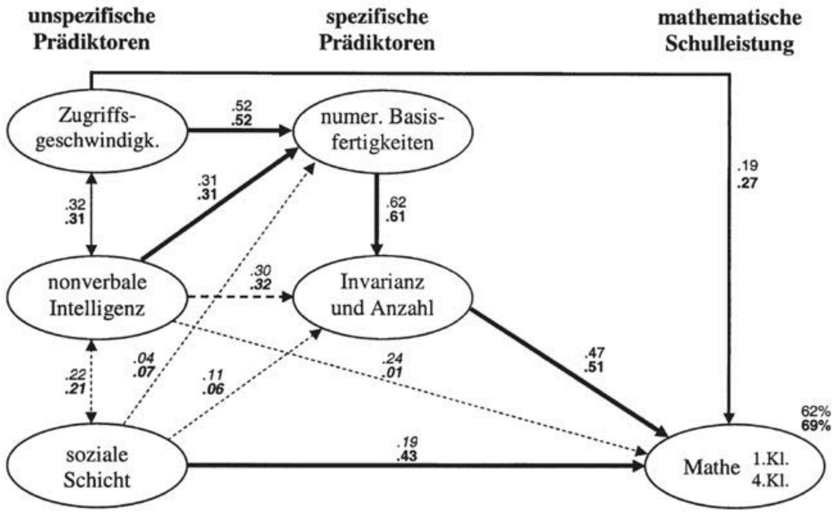


Abbildung 8: Strukturgleichungsmodell nach Krajewski und Schneider (2006, S. 256)

Vorhersage der Mathematikleistungen aus den zwei Monate vor Schuleintritt erhobenen Prädiktoren. In der 1. Klasse (obere Werte) und in der 4. Klasse (fett gedruckte Werte). Pfeile geben die gerichteten Pfade mit zugehörigen Koeffizienten wieder. Nicht signifikante Pfade gestrichelt bzw. kursiv gedruckt (vgl. Krajewski & Schneider, 2006, S. 256)

Die Abbildung 8 zeigt, dass unspezifische Prädiktoren wie die Zugriffsgeschwindigkeit (Zahlenabrufgeschwindigkeit) sowie die nonverbale Intelligenz einen bedeutsamen Einfluss haben auf sogenannte spezifische Prädiktoren, jedoch keinen direkten Einfluss zeigen auf später erhobene Mathematikleistungen. Die Mathematikleistungen werden durch spezifische Vorhersagemerkmale bestimmt. Direkt wirken die Zahlenabrufgeschwindigkeit und die Intelligenz (welche miteinander korrelieren) auf die numerischen Basisfertigkeiten (ZGV-Modell Ebene 1). Diese wiederum sagen die Kompetenzen auf Ebene Anzahl und Invarianz (ZGV-Modell Ebene 2) voraus. Nur indirekt und über die Verknüpfung mit der zweiten Ebene (Anzahl und Invarianz) wirkt sich die erste Ebene (numerische Basisfertigkeiten) auf die späteren Mathematikleistungen aus, denn ein Viertel der Unterschiede in den Mathematikleistungen am Ende der vierten Klasse konnten durch die in der ersten Klasse erhobenen Anzahl- und Invarianzkonzepte erklärt werden. Während der Einfluss der sozialen Schichtzugehörigkeit in der ersten Klasse noch kaum eine Rolle spielte, konnten gegen Ende der Grundschulzeit 18% der Unterschiede in den Mathematikleistungen durch die Schichtzugehörigkeit erklärt werden. Zahlen- und mengenbezogenes Vorwissen erlaubt eine gute Vorhersage zur Aufklärung von Varianzen bei der mathematischen Kompetenz von Kindern am Ende der ersten bzw. vierten Grundschulklasse. (Krajewski, 2008b; Krajewski & Schneider, 2006; Schneider et al., 2013). Bei den in Abbildung 8 nicht genannten unspezifischen Fertigkeiten „wie die Gedächtniskapazität, das visuell-räumliche Vorstellungsvermögen, das Sprachverständnis und die Konzentration konnten keine signifikanten Zusammenhänge mit den mathematischen und schriftsprachlichen Kompetenzen in der Grundschule nachgewiesen werden“ (Hellmich, 2008, S. 90). Befunde aus der analogen Studie von Weisshaupt, et al. (2006) verdeutlichen die Ergebnisse von Krajewski und Schneider dahingehend, dass mathematisches Vorwissen vor Schuleintritt eine sehr gute Vorhersage ermöglicht über schulische Rechenleistungen von Kindern.

2.6.4 Altersspezifische Fördereffekte bei einer vorschulischen Förderung

Die ersten beiden Kompetenzebenen des ZGV-Modells können (vgl. oben) als mathematische Vorläuferfertigkeiten betrachtet werden. Eine Studie von Krajewski et al. (2008b) prüfte, inwieweit sich frühe Mengen-Zahlen-Kompetenzen anhand des Förderprogramms *Mengen, zählen, Zahlen* (MzZ) von Krajewski, Nieding und Schneider (2010) auf den drei Kompetenzebenen des ZGV-Modells (vgl. Kapitel 2.4.3) fördern lassen. Neben einer generellen Überlegenheit der mit dem MzZ-Programm geförderten Gruppe im Vergleich zur Kontrollgruppe zeigten sich altersspezifische Fördereffekte bei Vorschulkindern welche eine Förderung mit dem MzZ-Programm (vgl. Kapitel 0) erhielten. Unterschieden wurde zwischen „jüngeren“ Kindern (58 – 63 Monate alt), „mittleren“ Kindern (64 – 68 Monate alt) und „älteren“ Kindern (69 – 78 Monate alt). Alle Kinder der Studie wurden per Einzeluntersuchung vor und nach der Förderung getestet. Werden die Ergebnisse der Studie im Hinblick auf den Zuwachs in den Alterskategorien und unterschiedlichen Kompetenzen betrachtet, zeigen sich folgende Ergebnisse der geförderten Kinder im Vergleich zur Kontrollgruppe: die „jüngeren“ Vorschulkinder profitierten stärker auf der Kompetenzebene 1 des ZGV-Modells, die Kinder, welche in die „mittlere“ Altersgruppe eingeteilt wurden, zeigten einen stärkeren Zuwachs auf den Ebenen 1 und 2. Die „ältere“ Gruppe hingegen legte stärker auf der Kompetenzebene 3 zu.

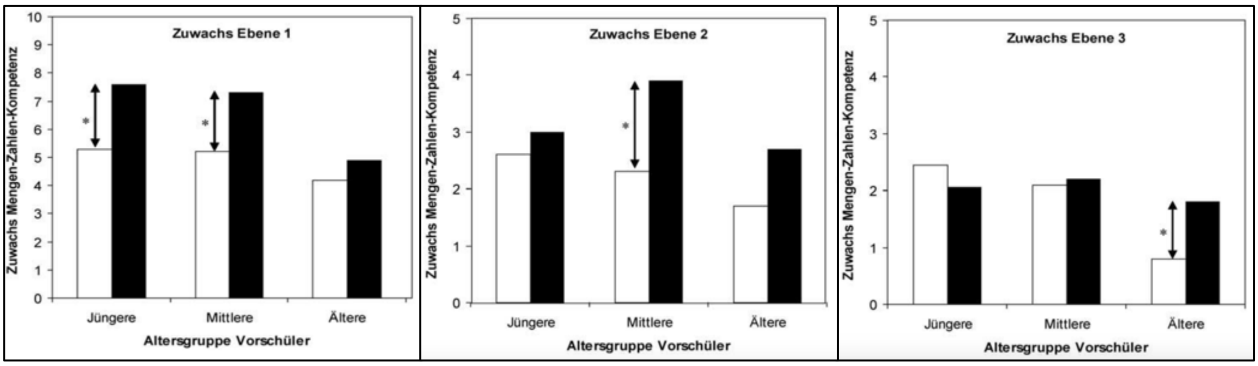


Abbildung 9: Zuwachs in den Mengen-Zahlen-Kompetenzen (Krajewski et al., 2008b, S. 99f.)

Die Abbildung 9 zeigt Balkendiagramme, welche den Zuwachs der Mengen-Zahlen-Kompetenzen ersichtlich machen. Die weissen Balken zeigen die Leistungen der Kontrollgruppe, während die schwarzen Balken die Leistungen der jeweiligen Altersgruppe darstellen. Die mit Sternchen (*) bezeichneten Unterschiede gelten als signifikant (Krajewski et al., 2008b).

2.7 Mathematische Förderung im Vorschulbereich

Wie bereits aufgeführt haben mathematische Vorläuferfertigkeiten einen wichtigen Einfluss auf den Erwerb späterer mathematischer Kompetenzen. Das lässt darauf schliessen, dass fehlendes oder lückenhaftes (mathematisches) Vorwissen zu Defiziten in der mathematischen Kompetenzentwicklung führen kann. Verschiedene Längsschnittstudien (Hasselhorn, Roick & Gölitz, 2005; Krajewski, 2005; von Aster, Schweiter, & Weinhold Zulauf, 2007; u.a.) konnten zeigen, dass bestehende Kompetenzunterschiede im Verlauf der ersten Schuljahre stabil bleiben oder sich gar verstärken und es während dieser Zeit leider kaum gelingt, Kompetenzunterschiede auszugleichen. Verschiedene empirische Untersuchungen konnten aber aufzeigen, dass durch frühe (vorschulische) Unterstützung und Förderung

die Entwicklungen angeregt und so Unterschiede abgeschwächt oder ausgeglichen werden können (Krajewski, 2005; Krajewski, Nieding & Schneider, 2008c; u.a.; vgl. Kapitel 2.6). Es zeigen sich demnach bereits im Kindergartenalter Unterschiede in frühen Mengen-Zahlen-Kompetenzen. Demnach sollte versucht werden, „Lücken in den mathematischen Vorläuferkompetenzen frühzeitig zu erkennen und durch geeignete Förderung zu schliessen“ (Krajewski et al., 2008c), S. 136). Transfereffekte auf schulische Leistungen zeigten sich ausserdem bei einer Förderung im Vorschulalter deutlicher als bei einem Training welches erst nach Eintritt in die 1. Klasse startete (ebd.). Laut Krajewski (2013) soll eine Förderung zur Prävention und Intervention von Rechenschwierigkeiten entwicklungsorientiert (Orientierung an der natürlichen Entwicklung der spezifischen Kompetenzen) erfolgen. Durch einen systematischen Aufbau basaler numerischer Kenntnisse sollen Entwicklungsdefizite verhindert beziehungsweise geschlossen werden. Darauf aufbauend kann numerisches Faktenwissen gefestigt und automatisiert werden unter Berücksichtigung von allenfalls begrenzten Ressourcen des Arbeitsgedächtnisses und der Aufmerksamkeit (ebd.). Laut Schneider et al. (2013) kann eine fördernde Begleitung ermöglichen, dass auch Kinder aus einem wenig förderlichen häuslichen Umfeld ein „solides Fundament an spezifischem Vorwissen“ aufbauen können (ebd., S. 79). Da der Schulerfolg von frühen bereichsspezifischen Kompetenzen abhängig zu sein scheint, liegt laut Hildenbrand (2016) eine Unterstützung der Kompetenzentwicklung anhand einer geeigneten frühen Förderung nahe, um eine gute Grundlage für spätere Mathematikleistungen zu schaffen. „Weitgehend offen ist jedoch die Frage, wie eine adäquate frühe Förderung gestaltet und angelegt sein sollte, um das Ziel der Verbesserung der Kompetenzen und der Kompensation ungünstiger Voraussetzungen zu erreichen“ (Hildenbrand, 2016, S. 53). Um der Frage nach einer optimalen Förderung nachzugehen, werden nachfolgend Kriterien beleuchtet, welche in Bezug auf eine mathematsche Förderung genannt werden.

2.7.1 Begriffsdefinition und -klärung:

Förderung

Der Begriff der Förderung / des Förderns wird in der Literatur nicht einheitlich verwendet. In diesem Kapitel wird kurz geklärt, was in der vorliegenden Arbeit unter dem Begriff der Förderung verstanden wird.

Hildenbrand (2016) unterscheidet zwischen einem weiten und einem engen Verständnis des Förderbegriffs. Unter einem weiten Verständnis des Begriffs „Förderung“ kann verstanden werden, dass diese das Ziel hat, jeweilige Potentiale optimal zur Entfaltung zu bringen. Tenorth und Tippelt (2007) definieren den Begriff „Förderung“ als „Sammelbegriff für alle erzieherischen, beratenden oder therapeutischen Massnahmen zur Ausbildung und Verbesserung ausgewählter Fähigkeiten“ (ebd., S. 252). In diesem Sinne soll eine Förderung die Entwicklung von Menschen unterstützen und erweitern. Das weite Begriffsverständnis der Förderung überschneidet sich hierbei mit dem Begriff der Erziehung (Hildenbrand, 2016).

Unter einem engeren Begriffsverständnis, welches sich von allgemeiner Erziehung und Bildung abgrenzt, kann Folgendes verstanden werden: Die Förderung richtet sich an bestimmte Kinder mit einem nach Kriterien festgelegten, speziellen Förderbedarf. Diesem Förderbedarf kann innerhalb der normalen

pädagogischen Arbeit nur unzureichend nachgegangen werden. „Als Ziel der Förderung werden der Ausgleich von Defiziten und Benachteiligungen sogenannter Risikokinder und damit die Verringerung von Unterschieden zwischen den Kindern angestrebt“ (Hildenbrand, 2016, S. 47). In der vorliegenden Arbeit wird von einem weiten Verständnis der Förderung dahingehend ausgegangen, dass eine Förderung von Fähigkeiten bzw. Fertigkeiten (Vorläuferfertigkeiten) allgemein unterstützend und auch präventiv wirken kann (Hellmich, 2008; Hildenbrand, 2016; Krajewski & Schneider, 2006; Krajewski et al., 2008c; Kretschmann, 2006; Schneider et al., 2013; u.a.). Alle Kinder können von vorschulischer Förderung profitieren, welche zur Entfaltung ihrer Potentiale beiträgt.

2.7.2 Kriterien einer mathematischen Förderung

In der Literatur werden verschiedene Anforderungen an eine frühkindliche mathematische Förderung gestellt. Nachfolgend werden verschiedentlich genannte Kriterien (kursiv gedruckt) aufgeführt und beschrieben.

Als zentrales Kriterium wird eine *inhaltsspezifische mathematische Förderung* genannt. Gemeint ist damit ein Training, welches sich spezifisch mit mathematischen Inhalten beschäftigt und somit Einsichten vermittelt (Gasteiger, 2010; Hellmich, 2007; Krajewski, 2008c; Ostertag, 2015). Da laut Hildenbrand (2016) lernschwache Kinder nur wenig von rein entdeckenden Lernangeboten profitieren, kann einer Bereitstellung von *strukturierten Lernangeboten* noch mehr Gewicht beigemessen werden. *Geeignete didaktische Hilfsmittel* gelten als weiteres Kriterium. Dies besonders im Hinblick auf allenfalls begrenzte Gedächtnisressourcen von Kindern mit einer schwachen Mengen-Zahlen-Kompetenz. Darstellungsmittel sollen sparsam verwendet werden und dienen als Mittel zur Zahldarstellung/Veranschaulichung und Argumentations- und Beweismittel, um die mathematische Förderung zu unterstützen (Scherer & Moser Opitz, 2012) . In einer Studie von Chao und Kollegen (2000, zit. n. Landerl & Kaufmann, 2008, S. 184) konnte nachgewiesen werden, „dass der Einsatz von Anschauungshilfen sehr spezifische Lerneffekte haben kann“. Bereits Maria Montessori war der Ansicht, dass begreifbares Lernmaterial (Anschauungshilfen) das Lernen erleichtert (ebd.). Wichtig ist laut Krajewski (2008c), dass die Anschauungsmittel die abstrakten Strukturen herausstellen, welche hinter den Zahlen stehen, um damit effektive Lösungsstrategien zu ermöglich. Dies kann helfen, dass Kinder „eine innere Vorstellung über den Aufbau der Zahlen“ (mentale Repräsentation des Zahlenraums) entwickeln können (Krajewski, 2008c, S. 362).

Wie bereits erwähnt ist einerseits die Qualität des Darstellungsmittels entscheidend, andererseits aber auch die Art, in der die sprachliche Vermittlung erfolgt (ebd.). Zum einen hängt der Transfer (vom konkreten Material auf die mentale Repräsentation) von der Gedächtniskapazität eines Kindes ab, zum anderen aber auch von der Übungshäufigkeit mit den entsprechenden Darstellungsmitteln, welche mathematische Prozesse nachvollziehbar machen (Lambert, 2015; Krajewski, 2008c; Ostertag, 2015). Eine frühe mathematische Förderung sollte *entwicklungsorientiert und entwicklungsbegleitend* sein. Gemeint ist damit, dass die Fördereinheit auf theoretisch begründeten und überprüften Konzepten beruht (Hildenbrand, 2016). *Die Entwicklung einer abstrakten Zahlenvorstellung* sollte ein zentrales Ziel eines mathematischen Trainings sein, welches wiederum *systematisch* geschehen sollte. Systematisch in dem Sinne, dass die bei den Kindern verschiedenen Ebenen der mathematischen Entwicklung berücksichtigt werden, welche beispielsweise im Entwicklungsmodell von Krajewski (ZGV-Modell) be-

schrieben sind (Ostertag, 2015). Laut Lambert (2015) müssen grundlegende mathematische Kenntnisse und Konzepte von Beginn an für jede einzelne Kompetenzstufe erworben werden. Hierbei kommt die *diagnostische Begleitung* zum tragen, welche Stärken und Schwächen identifiziert sowie Lernfortschritte darstellt. Dadurch können Unter- und Überforderungen der Kinder vermieden werden (Hildenbrand, 2016). Hellmich (2007) schreibt der *Verbalisierung* von Lösungsprozessen, der *Versprachlichung* von Eigenproduktionen der Kinder sowie der darin enthaltenen *Reflexion* eine grosse Bedeutung zu (vgl. auch Hildenbrand, 2016; Krajewski, 2008c; Schneider et al., 2013). „Die Kommunikation zwischen Kindern, aber auch mit Erwachsenen trägt wesentlich zu mathematischem Lernen bei“ (Gasteiger, 2010, S. 96). Gasteiger (2010) geht davon aus, dass Mathematik nur in Verbindung mit Kommunikationsprozessen gelernt werden kann. Weiter wird als Kriterium einer mathematischen Förderung der *Einbezug der Eltern* genannt, um eine Verbesserung der Kompetenzen zu erreichen. Entscheidend ist zudem, über welche *Qualifikation die pädagogischen Fachkräfte* verfügen. Programme werden von pädagogischem Personal durchgeführt, welches den Erfolg der vorschulischen Förderung in hohem Masse beeinflussen kann (Hildenbrand, 2016). Zuletzt wird eine *Orientierung an der kindlichen Lebenswelt* gefordert, welche die Schaffung von (Lern-)Umgebungen beeinflusst, den Kindern Spass macht und ihre Interessen aufgreift. Hier wird auf die Tatsache verwiesen, welche Hess (2012) bezüglich Eigeninitiative beim Erwerb von Kompetenzen beschreibt (vgl. Kapitel 2.6.1) und das Modell des aktiv-entdeckenden Lernens kurz erläutert, da es sich als hilfreiches Modell erweist, welches in der Literatur einen zentralen Stellenwert einnimmt. Aktiv-entdeckendes Lernen beruht auf der Annahme, das Wissen konstruiert wird durch eigene kognitive Aktivitäten (Gasser, 2003). Dies bedeutet, dass durch Erfahrungen und aktives Tun Lernen wirkungsvoller verläuft als durch Belehrung und gelenktes Erarbeiten (Burkhard & Mock-Tributsch, 2008). Eigenaktivität, Eigenverantwortung und Selbstorganisation stehen beim aktiv-entdeckenden Lernen im Vordergrund (Scherer & Moser Opitz, 2012). Lernen soll nicht als Übernahme fertigen Wissens, sondern vielmehr als aktiver und konstruktiver Prozess angesehen werden. Selbständiges Lernen innerhalb eines Lernprozesses soll in der Unterrichtsgestaltung berücksichtigt werden (Wittmann, 1994; Wittmann, 2004). Instruktionen einer Lehrperson bleiben ohne Wirkung, werden diese nicht durch aktive Konstruktionen des Kindes ergänzt (ebd.). Die unterschiedlichen Repräsentationsebenen (vgl. Kapitel 2.2.4) finden auch hier ihre Wichtigkeit.

2.8 Mathematische Förderprogramme

Es existieren im deutschsprachigen Raum bereits eine Reihe von Ansätzen, Materialien und Trainingsprogrammen zur Förderung mathematischer Vorkenntnisse. Generell haben diese das Ziel, einen frühen Zahlbegriff auf spielerische Weise zu vermitteln (Hildenbrand, 2016; Landerl & Kaufmann, 2008). Diese Programme beinhalten verschiedene Lerneinheiten, Übungen und/oder Spiele mit (teilweise wörtlich vorgegebenen) Instruktionen. Demgegenüber stehen Konzeptionen mathematischer Förderung, welche durch Nutzung und Schaffung mathematischer Lerngelegenheiten oder im Spiel die mathematischen Kompetenzen der Kinder fördern wollen. Trainingsprogramme werden meist in Kleingruppen umgesetzt und orientieren sich an Inhalten und Abläufen, welche im Vorfeld ausgearbeitet wurden. Die alltagsintegrierte Förderung wird in den Tagesablauf eingebettet und versucht, verschiedene Alltagssituationen zur Entfaltung mathematischer Kompetenzen zu nutzen (Hildenbrand, 2016; Schneider et al., 2013; Ostertag, 2015). Die Bildung einer homogeneren Gruppe hinsichtlich mathematischer Vorläuferfertigkeiten und schulischer Kompetenzen möchte durch Frühförderprogramme erreicht werden (Landerl & Kaufmann, 2008). Nachfolgend werden einige bekannte Förderprogramme vorgestellt, mit Ergebnissen aus Studien zu ihren jeweiligen Effekten ergänzt und schlussendlich in Bezug zu den vorangehenden Kriterien gesetzt (vgl. Kapitel 2.7.2).

Auf die Beschreibung computerbasierter Förderung wird in dieser Arbeit verzichtet, da es sich dabei vorwiegend um Massnahmen der Einzelförderung handelt, welche oft erst ab Schulbeginn eingesetzt werden.

2.8.1 „Das kleine Zahlenbuch“ nach Müller und Wittmann

Das kleine Zahlenbuch offeriert Materialien für die mathematische Frühförderung von ca. vier bis sechs jährigen Kindern.

Inhalt: Das Programm soll Fähigkeiten und Fertigkeiten in den Bereichen „Zahlenreihen“, „Rechnen“, „Rechengesetze“, „Rechenvorteile“, „Arithmetische Muster“ sowie „Zahlen in der Umwelt“ fördern. Es beinhaltet ein Bilderbuch, ein Mitmachbuch und ein Spielebuch (Hellmich, 2007, 2008).

Form: Die Kompetenzen sollen durch Prinzipien des aktiv-entdeckenden Lernens (durch das Schaffen von Lernumgebungen) erlernt werden können (Wittmann, 2004). Kinder sollen „möglichst durch eigene Erkundungen sowie durch die Konfrontation und die Auseinandersetzung mit Mathematik Inhalte, Fähigkeiten und Fertigkeiten erarbeiten“ (Hellmich, 2008, S. 92).

Evidenz: Leider liegen bisher zu der Förderung mit *dem kleinen Zahlenbuch* noch keine Ergebnisse vor (ebd.).

Kriterien: „Das kleine Zahlenbuch“ sieht eine *inhaltsspezifische mathematische Förderung* vor. Durch den Aspekt des aktiv-entdeckenden Lernens lässt es zudem eine gute *Entwicklungsorientierung und Entwicklungsbegleitung* sowie eine *Orientierung an der Lebenswelt der Kinder* zu.

2.8.2 „Mengen, zählen, Zahlen“ nach Krajewski, Nieding und Schneider

Das Förderprogramm *Mengen, zählen, Zahlen*, basiert auf dem von Krajewski und Schneider formulierten Entwicklungsmodell der Zahlen-Grössen-Verknüpfung (ZGV-Modell) (vgl. Kapitel 2.4.3) und wurde für Kinder ab vier Jahren konzipiert. Mittlerweile wird davon ausgegangen, dass eine Förderung mit dem MzZ-Programm möglichst kurz vor Schulbeginn den grössten Effekt auf die mathematischen Leistungen in der 1. Klasse nach sich zieht (Hauser et al., 2016).

Inhalt: Das Programm soll numerische Basisfertigkeiten vermitteln und die Entwicklung des Anzahlkonzepts sowie das bewusste Erkennen von Anzahlrelationen fördern (Hellmich, 2008). Die Übungen, die jeweils einer Kompetenzebene zugeordnet sind, werden in einer bestimmten Reihenfolge durchgenommen. Dies soll den Kindern dabei helfen, die nächste Kompetenzstufe zu erreichen (Landerl & Kaufmann, 2008).

Form: Das MzZ-Programm ist aus 24 Übungseinheiten zusammengestellt, welche dreimal wöchentlich für je 30 Minuten über einen Zeitraum von acht Wochen durchgeführt werden sollen. Die empfohlene Gruppengrösse setzt sich aus vier bis sechs Kindern zusammen. Den Autoren des Programms sind die Einhaltung der Reihenfolge wie auch im Programm vorgesehe Übungs-Wiederholungen sehr wichtig. Dadurch soll gewährleistet werden, dass die Kinder die notwendigen Fertigkeiten erarbeiten, um den Aufstieg in die nächsthöhere Kompetenzebene zu meistern (ebd.). Durch sogenannte *Leitfragen* sollen die Kinder immer wieder ermutigt werden, die Lerninhalte auch verbal wiederzugeben.

Kritik: Einige Autoren kritisierten laut Ostertag (2015) am MzZ-Programm, dass die Zahl Null nicht einbezogen und thematisiert wird. Diese habe Relevanz für den Alltag sowie den späteren Mathematikunterricht. Krajewski und Kollegen haben die Zahl Null im MzZ-Programm bewusst nicht thematisieren wollen, „weil die Null keine *wahrnehmbare* Anzahl darstelle und deshalb für besonders schwache Rechner eventuell eine Verständnishürde sein könne“ (Landerl & Kaufmann, 2008, S. 197). Umgekehrt kann aber dahingehend argumentiert werden, dass der Null eine wichtige Funktion zukommt beim frühen Erwerb des Zählens und Rechnens.

> Das Anzahlkonzept Null (nichts, leere Menge) ist alltagsrelevant und sollte daher auch bei einfachen Additionen und Subtraktionen geübt werden. Die elementare lexikalische Funktion der Null (nichts) ist zudem eine Grundvoraussetzung für das Verständnis der syntaktischen (Platzhalter-) Funktion der Null (z.B. 201). Anhand von geeigneten Anschauungshilfen sollte es gelingen, sowohl das Konzept der Null als auch numerische Differenzen von Null „begreifbar“ darzustellen.
> (Landerl & Kaufmann, 2008, S. 197)

Evidenz: Die Befunde einer Pilotstudie (welche durch unkontrollierbare Faktoren kritisch zu betrachten sind), zeigen eine Überlegenheit des MzZ-Programms gegenüber dem Lehrwerk „Komm mit ins Zahlenland“ (Krajewski et al., 2008c). Diese Ergebnisse müssen jedoch noch systematischer untersucht werden (Hellmich, 2008). Direkt nach Beendigung des Trainings waren die Lerneffekte am eindrucksvollsten. Langzeiteffekte konnten noch nicht nachgewiesen werden. Dies könnte daran liegen, dass die Durchführung des Trainings im Dezember des letzten Kindergartenjahres stattfand und somit der Abstand zur 1 Klasse zur gross war

(Krajewski et al, 2008c). Laut Krajewski und Kollegen sollte das MzZ-Programm daher möglichst knapp vor der Einschulung durchgeführt werden (Landerl & Kaufmann, 2008; Ostertag, 2015; Schneider et al., 2013). Die Studie von Krajewski et al. (2013; vgl. Kapitel 2.6.3) konnte einen signifikanten Zuwachs an mathematischen Kompetenzen der mit dem Programm MzZ geförderten Gruppe im Vergleich zu einer Kontrollgruppe zeigen.

Kriterien: Das Programm MzZ zeichnet sich aus durch einen „entwicklungsorientierten Aufbau numerischer Kompetenzen unter Einbezug entwicklungsorientierter Veranschaulichungsmaterialien", und erfüllt somit wichtige in Kapitel 2.7.2 genannte Kriterien (Krajewski & Ennenmoser, 2013, S. 62). Das Förderprogramm zielt *inhaltlich* auf die *mathematische Förderung* ab und verwendet *geeignete didaktische Hilfsmittel*, welche in der Verwendung immer von gleicher Art sind und sich nicht in Merkmalen wie Material, Funktion und Farbe unterschieden. Dies soll besonders schwächere Kinder beim Erkennen des Anzahlaspekts unterstützen (Krajewski et al., 2008b). Der Aufbau ist systematisch und unterstützt die *Entwicklung einer abstrakten Zahlvorstellung*. Es wird besonders Wert gelegt auf die *Verbalisierung* der Inhalte seitens der Kinder, welche auch *Reflexionen* erlaubt über Gesehenes, Entdecktes und gewonnene Erkenntnisse.

2.8.3 „Komm mit ins Zahlenland" nach Friedrich & Galgoczy

Beim Lehrwerk *Komm mit ins Zahlenland* geht es um die Anbahnung arithmetischer und geometrischer Fähigkeiten und Fertigkeiten (vgl. Hellmich, 2007; Hellmich, 2008). Dieses Trainingsprogramm ist mittlerweile weit verbreitet (Schneider et al., 2013). Das Lehrwerk versteht sich „als ganzheitliches, offenes Förderkonzept für die frühe mathematische Bildung im Zahlenraum von 1 bis 10" (Hildenbrand, 2016, S. 57). Es wird besonders Wert darauf gelegt, dass die Übungen mit Mengen und Zahlen phantasievoll ausgestattet sind (Schneider et al., 2013).

Inhalt: Die Vermittlung erster mathematischer Kompetenzen wie der Zahlenraum von eins bis zehn, der Kardinal- und der Ordinalaspekt, die Ziffernbilder und geometrische Grundformen stehen im Vordergrund der Förderung.

Form: Die Aufgaben werden im Rahmen einer Geschichte dargeboten, welche den Zahlenraum als Zahlenland darstellt (Lebensraum der Zahlen). Die Darstellung des Zahlenraumbegriffs meint hier keine numerisch abstrakte Darstellung, sondern die Schaffung eines Raums, in dem die Zahlen zuhause sind (Hildenbrand, 2016). Jeder Zahl wird eine Zahlenpuppe mit entsprechendem Charakter und Eigenschaften (einer Zipfelmütze, Stotterer der alles zweimal sagt, vier Zöpfen etc.) zugeordnet. Diese wohnen in einem festen, geometrisch gestalteten Wohnort (Haus mit Garten). Jede Zahl wird durch eine eigene Geschichte dargestellt (ebd.). Spielideen, Abzählreime, Tänze und Lieder unterstützen inhaltlich den eingebundenen Kontext (Hellmich, 2008; Schneider et al., 2013). Das Programm nimmt 10 Wochen in Anspruch, da jede Woche eine Zahl im Mittelpunkt steht.

Kritik: Kritisch betrachtet wird die Personalisierung („Beseelung") der Zahlen, welche konkurrierende Sinnbezüge zu Zahlen schafft. Kinder mit einer Dyskalkulie können dadurch im Aufbau eines mathematischen Verständnisses behindert werden (Hellmich, 2008; Hildenbrand, 2016; Schneider et al., 2013). Auch die geometrischen Veranschaulichungen der jeweiligen

Gärten werden hinsichtlich der geometrischen Begriffsbildung kritisch betrachtet (Kreis für die Zahl 1, Ellipse für die Zahl 2, Dreieck für die Zahl 3 etc.) und als mathematisch falsch beschrieben (Hildenbrand, 2016). Auch ruft die kreisförmige Anordnung der geometrischen Elemente Zweifel hervor im Hinblick auf die Erschwerung in der Anzahlunterscheidung und dem Erkennen der Zahlenfolge (Gasteiger, 2010; Hildenbrand, 2016; Schuler, 2013a).

Evidenz: Durch eine Studie (informelle Tests) von Friedrich und Munz (2006, beschrieben nach Hildenbrand, 2016, S. 58) konnten hinsichtlich des Kompetenzaufbaus positive Effekte nachgewiesen werden. Die Tests bestanden allerdings nur zur Hälfte aus mathematikbezogenen Items. Auf einen Langzeiteffekt (nach einem Jahr) wurde von Pauen und Pahnke (2008, zusammengefasst nach ebd.) verwiesen, ohne jedoch eine Datenbasis zu präsentieren (ebd.). Während in einer Studie von Pauen (2008, dargestellt nach ebd.) signifikante Verbesserungen in Bezug auf das Aufsagen der Zahlwortreihe, der Ziffernkenntnis oder der Zählfertigkeit aufgezeigt werden konnten, wurden diese positiven Fördereffekte in einer Studie von Krajewski und Kollegen nicht bestätigt.

Kriterien: Laut Schneider et al. (2013) geraten die in dieser Förderung eingesetzten Anschauungshilfen in Konflikt mit den *abstrakten Zahlvorstellungen*. Deshalb werden die Anschauungsmaterialien kritisch betrachtet. Der *Orientierung an der kindlichen Lebenswelt* wird anhand der Geschichten und Figuren Rechnung getragen, welche jedoch wiederum kritisch beurteilt werden (siehe oben). Demnach kann auch nicht vollumfänglich von einer *inhaltsspezifischen mathematischen Förderung* gesprochen werden.

2.8.4 „Spielend Mathe“ nach Quaiser-Pohl

Das auf dem Magdeburger Programm zur Förderung mathematischer und allgemein intellektueller Fähigkeiten basierende Programm *Spielend Mathe* zielt auf die Förderung mathematischer Vorläuferfähigkeiten von fünf bis sechsjährigen Kindern ab (vgl. Hildenbrand, 2016).

Inhalt: Fünf Bereiche werden in die Förderung miteinbezogen: Visuelle Differenzierung und Umgang mit Symbolen, Mengenauffassungen, Zahlbegriff, Einfache Rechenoperationen sowie Raumvorstellungen. Das Programm richtet sich auf die Förderung spezifisch mathematischer wie auch allgemein kognitiver Fähigkeiten.

Form: „Zu jedem Bereich wurden zwei aus verschiedenen Übungen bestehende Fördereinheiten entwickelt, bei denen das mathematische Denken spielerisch und in Verbindung mit der Lebenswelt der Kinder angeregt werden soll“ (Hildenbrand, 2016, S. 59). Die Durchführungsreihenfolge kann flexibel erfolgen, da die Fördereinheiten nicht aufeinander aufbauend oder funktional miteinander verbunden sind.

Evidenz: Eine begleitende Evaluation von Quaiser-Pohl konnte Unterschiede aufzeigen zwischen einer mit dem Programm geförderten Gruppe sowie einer Kontrollgruppe. In den Bereichen *Zahlbegriff* und *Visuelle Differenzierung* zeigten sich direkt nach dem Training statistisch bedeutsame Fördereffekte. Eher leistungsstarke Kinder konnten in den Teilbereichen *Klassifizieren*, *Resultatives Zählen* und *Anwendung von Zahlwissen* vom Training profitieren, während eher leistungsschwache Kinder ihre Leistungen in den Bereichen *Vergleichen* und *Anwendung von Zahlenwissen* signifikant steigern konnten (vgl. Hildenbrand, 2016). Durch

noch ausstehende Untersuchungen kann eine Nachhaltigkeit der Fördermassnahme noch nicht abschliessend beurteilt werden (vgl. Schneider et al., 2013).

Kriterien: Hierbei geht es um eine *inhaltsspezifische mathematische Förderung*, welche *spielerisch* und *altersangemessen* vermittelt wird und *die Entwicklung abstrakter Zahlvorstellungen* beabsichtigt.

2.8.5 Förderprogramm zur Entwicklung des Zahlkonzepts nach Peucker und Weisshaupt

Das Programm *FEZ* (Förderprogramm zur Entwicklung des Zahlkonzepts) ist für Kinder der Kindergarten- und Grundschulförderklassen konzipiert. Es soll auf die Prävention von Rechenschwierigkeiten abzielen und strebt die Aneignung mentaler Repräsentationen von Zahlen an (vgl. Hildenbrand, 2016; Koch & Knopp, 2010). Unter anderem soll dadurch späteres Verharren beim zählenden Rechnen vermieden werden (Ostertag 2015).

Inhalt: Das Programm beinhaltet Übungen zur Zahlvorstellung und zum Teil-Ganzes-Konzept. Der Umgang mit konkretem Material soll im Zentrum stehen. Es spielt in einem Zoo, in dem verschiedene Tiere leben. Durch das Handeln mit konkreten Materialien und dem Umgang mit symbolischen (strukturierten) Abbildungen (z.B. Punktebildern) wird der Transfer zwischen beiden Ebenen geübt (Koch & Knopp, 2010; Ostertag, 2015). Dazu wird vom Handeln mit konkretem Material ausgegangen und erst danach mit Bildern und Symbolen gearbeitet. Ein flexibler Wechsel zwischen den genannten Repräsentationsformen wird angestrebt, um ein Verstehen mathematischer Operationen zu fördern (Ostertag. 2015).

Form: Jedes Kind ist für eine Tierart zuständig, welche im Zoo wohnt und löst bestimmte Aufgaben diesbezüglich. In Kleingruppen wird in einem Zeitraum von 10 Wochen trainiert. Zweimal pro Woche für ca. 45 Minuten werden Übungen zu den genannten Bereichen durchgeführt, wobei der Zahlenraum dabei systematisch erweitert wird (Hildenbrand, 2016; Koch & Knopp, 2010).

Evidenz: Eine Evaluation anhand einer Erprobungsstudie von Peucker und Weisshaupt (2005, beschrieben nach Hildenbrand, 2016) konnte bei den mit dem Programm geförderten Kindern (n = 64) einen erhöhten Lernzuwachs feststellen gegenüber der nicht geförderten Kontrollgruppe (n = 66). Angaben über die Qualifikation der durchführenden Personen liegen nicht vor. Die Überprüfung der Wirksamkeit des Programms im Vergleich zu anderen Förderprogrammen hat nicht stattgefunden.

Kriterien: Das Programm ist zu verstehen als *inhaltsspezifische mathematische Förderung*, die *geeignete didaktische Hilfsmittel* einsetzt. Die *abstrakte Zahlenvorstellung* wird durch verschiedene Ebenen und *Darstellungsmittel* unterstützt und der Aufbau ist durch die vorgegebenen Übungen *systematisch*. Durch die Tiere, welche in einem Zoo zuhause sind, ist eine *Orientierung an der kindlichen Lebenswelt* sichtbar.

2.8.6 „Mit Baldur ordnen, zählen, messen“ nach Clausen-Suhr

Grundlegende mathematische Kompetenzen im Bereich des Mengen- und Zahlenwissens sollen anhand des Programms gefördert werden. Es richtet sich an Kinder, welche das letzte Kindergartenjahr besuchen (Hildenbrand, 2016). Das Programm zielt auf eine entwicklungsangemessene und spielerische Förderung mathematischer Vorläuferfertigkeiten ab (Ostertag, 2015).

Inhalt: Durch Diagnoseaufgaben, welche zur Verfügung stehen kann der Entwicklungsstand eines Kindes eingeschätzt werden. Dadurch können die Lernangebote den Lern- und Entwicklungsbedürfnissen der Kinder entsprechend ausgewählt werden. In den fünf Lernbereichen Reihen und Gruppenbildung (Pränumerik), Mengen und Zahlen, Mengen vergleichen und verändern, Geometrie und Grössen sollen verschiedene beschriebene Kompetenzen erworben werden (Hildenbrand, 2016; Ostertag 2015).

Form: Ein Lernbereich beinhaltet jeweils diverse Aktionskarten (Bausteine), welche verschiedenen Rubriken zugeordnet sind. Die *Trickkiste* beinhaltet Übungen zu übergeordneten Lern- und Lösungsstrategien. Die Rubrik *Lieder* stellt musische Angebote zu verschiedenen Themen (Zahlen, Mengen, geometrische Formen etc.) zur Verfügung. Die *Drachengeschichten* helfen dabei, mathematische Strategien zu erarbeiten oder zu wiederholen. Auf sogenannten Aktionskarten sind Aktivitäten (Spiele etc.) beschrieben, welche zur Rubrik *Spiel-/Lernangebote* gehören. Dazu gibt es den Zahlendrachen Baldur, der die Kinder durch das Programm begleitet, motiviert und Strategien verbalisiert. Dadurch sollen die Kinder angeregt werden, über Mathematik zu sprechen und nachzudenken (ebd.).

Evidenz: Clausen-Suhr und Kollegen (2008) machten eine vergleichende Evaluation der beschriebenen Förderung mit drei Gruppen. In der Gruppe 1 (n = 25) wurde das Programm nach der Originalkonzeption durchgeführt, welche direkte Instruktion und entdeckendes Lernen kombiniert. Der Gruppe 2 (n = 14) wurden lediglich die Materialien des Programms zur freien Verfügung gestellt (ohne gezielte Anleitung und Aufgabenstellung seitens der Begleitpersonen). Eine Kontrollgruppe (Gruppe 3 / n = 17) wurde den beiden Trainingsgruppen gegenübergestellt. „Die Ergebnisse zeigen einen deutlichen Fördereffekt des Programms in der Trainingsgruppe 1 gegenüber der Kontrollgruppe“ (Hildenbrand, 2016, S. 61). Vorher erfasste Risikokinder befanden sich nach der Förderung nicht mehr im Risikobereich (Ostertag, 2015). Auch zeigte sich eine Überlegenheit der kombinierten Förderung (Gruppe 1) gegenüber einer konstruktivistisch ausgerichteten Lernform (Gruppe 2). Durch die eher kleine Stichprobe müssen die Ergebnisse kritisch betrachtet werden. Auch können die stabil gebliebenen Werte zwei Monate nach Beendigung des Programms nicht als Langzeiteffekt gewertet werden (Hildenbrand, 2016; Ostertag, 2015). Langfristige Auswirkungen der Förderung konnten auch durch eine zweite Studie nicht festgestellt werden. Diese konnte jedoch einen Einfluss der Intelligenz auf den Fördererfolg aufzeigen. „Kinder mit einer höheren Intelligenz taten sich in der Förderung leichter, Mengen- und Zahlenkompetenzen auszubilden“ (Ostertag, 2015, S. 110).

Kriterien: Durch vorhandene Diagnoseaufgaben kann eine *diagnostische Begleitung* erfolgen und die Förderung kann *entwicklungsorientiert* und *entwicklungsbegleitend* erfolgen. Geometrische Figuren sind vorhanden, anderes Material wird von der Lehrperson anhand der Aufgaben

zur Verfügung gestellt. Ob diese *didaktisch geeignet* sind, hängt unter anderem von deren *Qualifikation*, Ansicht und Einstellung ab. Auch der *systematische Aufbau* hängt hier stark von der Lehrperson ab, welche aus den verschiedenen Angeboten Aufgaben aussuchen kann.

2.8.7 „Mina und der Maulwurf“ nach Gerlach und Fritz

Durch die Frühförderbox *Mina und der Maulwurf* sollen mathematische Voraussetzungen spielerisch aufgebaut werden. Dies in der Hoffnung, später auftretenden Lernrückständen vorzubeugen (Ostertag, 2015). Grundlegende mathematische Inhalte sowie tragfähige Strategien sollen vermittelt werden. Die Frühförderbox orientiert sich am Modell früher mathematischer Kompetenzen nach Fritz, Ricken und Gerlach (vgl. Kapitel 2.4.2).

Inhalt: Die Box setzt sich aus sechs Bausteinen zusammen (0 Basisfähigkeiten, 1 Zahlwortreihe und Zählen, 2 Mengenverständnis, 3 Mengenoperationen, 4 Rechnen, 5 Differenzen und Relationen). Je nach Alter, Vorwissen und Entwicklungsstand der Kinder kann der entsprechende Baustein gewählt und darauf aufgebaut werden. Die 48 Einheiten der Bausteine enthalten neben einführenden Geschichten Grundübungen, welche gemeinsam mit den Kindern bearbeitet werden (Hildenbrand, 2016; Ostertag, 2015).

Form: Den Autoren ist wichtig, dass die Kinder ihr Wissen aktiv-entdeckend erwerben können, dass sie ihre Handlungen versprachlichen sowie Strategien reflektieren. Die oben beschriebenen Inhaltsbereiche folgen stets demselben Aufbau. Nach dem Eintauchen in eine Geschichte, welche in das Thema einführt, setzen sich die Kinder anhand von vertiefenden Übungen (inkl. Reflexion) mit mathematischen Problemen auseinander (Ostertag, 2015). Das Training spielt in einer Wald- und Wiesenwelt, in der eine Biene namens Mina lebt und zusammen mit ihren Freunden vor mathematische Probleme gestellt wird, welche sie mit den Kindern löst (vgl. Hildenbrand, 2016).

Evidenz: Eine Evaluationsstudie untersuchte kurz- und langfristige Effekte eines sechswöchigen Trainings mit der Frühförderbox. Eine Kontrollgruppe wurde einer Gruppe gegenübergestellt, welche eine Förderung der ersten drei Bausteine erhielt. Die geförderte Gruppe zeigte unmittelbar nach dem Training einen signifikant höheren Leistungszuwachs als die Kontrollgruppe. Auch acht Monate nach dem Training konnten diese höheren Leistungszuwächse, wenn auch in geringerem Masse als direkt nach dem Training, noch nachgewiesen werden (Ostertag, 2015).

Kriterien: Die Förderung ist modellbasiert und *inhaltsspezifisch auf mathematische Förderung* ausgerichtet. Der aktiv-entdeckende Ansatz lässt *entwicklungsorientierte* und *entwicklungsbegleitende* Förderung zu und orientiert sich durch die Spielformen eher an der *Lebenswelt der Kinder*. Die *Verbalisierung* von Inhalten wird gewichtet und der Aufbau wirkt durch seine Bausteine *systematisch*. Eine *Diagnostik* wird durch die Wahl des richtigen Bausteins gefördert.

2.9 Spielintegrierte mathematische Förderung

Die spielintegrierte Förderung wird den „mathematischen Lerngelegenheiten im Alltag“ und somit nicht den „Förderprogrammen“ zugeordnet (Hildenbrand, 2016; vgl. Kapitel 2.7.1). Neben der Förderung anhand von Spielen zählen weitere Ansätze wie der kompetenzorientiere Ansatz *TransKiGs*, das Projekt *KOMPASS*, und KiDZ (Kindergarten der Zukunft in Bayern) zu den alltagsintegrierten Förderansätzen, auf die jedoch an dieser Stelle nicht weiter eingegangen wird (für weitere Ausführungen vgl. Hildenbrand, 2016, S. 65 – 71). Wittmann (2004, S. 51) beschreibt Wissen als „Produkt einer aktiven Aufbauleistung der Lernenden“. Diese wird im sozialen Kontext (mit Lernenden und einer Lehrperson) und anhand geeigneter Materialien erbracht. Die Grundprinzipien der vorschulischen Förderung und Erziehung verlangen nach einem spielerischen Zugang zur Mathematik, da systematisches Lernen der Grundschule vorbehalten bleibt (ebd.).

> Mathematische Aktivitäten fordern und fördern nicht nur den Kopf, sondern auch das Wechselspiel zwischen Kopf, Auge, Sprache, Ohr, der Feinmotorik der Hände und der Grobmotorik des gesamten Körpers. Die mathematische Frühförderung muss auf dieses volle Spektrum von kognitiven und sozialen Fähigkeiten zielen. Wenn sie das tut, leistet sie einen wichtigen Beitrag zur Erziehung überhaupt.
> (Wittmann, 2004, S. 53)

Dieses Zitat und vorangehende Beschreibungen zeigen, dass vorschulische Förderung ganzheitlich und spielerisch geschehen soll.

2.9.1 Begriffsdefinition und -klärung

Spielen

„Ob jemand spielt, kann nur aus Sicht des Spielenden entschieden werden“ (Hauser, 2013, S. 15). Somit ist eine Definition des Begriffs gar nicht so einfach. Während ein Spiel von einem Spielenden als solches verstanden wird, kann das gleiche Spiel für einen Mitspieler durch die Angst vor einem anderen Mitspieler oder weil er nicht gut verlieren kann als „ernst“ (nicht mehr als Spiel) verstanden werden. Laut Schuler (2013a) entzieht sich der Begriff *Spiel* sogar einer Definition wie kein anderer, da er viele verschiedene Phänomene umfasst wie kindliches Spiel, Gesellschaftsspiele, Sportspiele oder auch Glücksspiele. Zu finden sind in der Literatur Versuche, den Begriff *Spiel* mit Merkmalen zu besetzten um ihn so greifbarer zu machen. Beispielsweise soll Spiel zweckfrei sein, nach Ausdehnung in der Zeit und nach Wiederholung streben, frei von Zwängen der Realität sein, ambivalent im Hinblick auf Spannung und Entspannung sein und an den Augenblick gebunden (zeitlos) sein (Schuler, 2013a). Hauser (2016) unterscheidet verschiedene Spielformen. Das Eltern-Kind-Spiel, Funktions- und Bewegungsspiel, das Fantasiespiel, das Objekt- und Konstruktionsspiel und das Regelspiel (vgl. Hauser, 2016, S. 33).

„Aktivitäten können dann mehr oder weniger Spiel sein bzw. mehr oder weniger Spielmerkmale aufweisen. Kann ein Merkmal nicht beobachtet werden, dann muss nicht auf die Bezeichnung Spiel verzichtet werden“ (Schuler, 2013a, S. 58). Schuler (2013a) nennt vier Spielmerkmale, Hauser (2016) dagegen fünf Merkmale, welche ein Spiel als Spiel definieren. Nachfolgend werden die von beiden Autoren genannten Merkmale, welche sich überschneiden und ergänzen, zusammengefasst:

- *Positive Aktivierung* durch *intrinsische Motivation* ist unabdingbar für das menschliche Spiel. Gemeint ist damit, dass „etwas aus Freude an der Tätigkeit gemacht wird“ (Hauser, 2016, S. 32). Abhängig ist dies von den Erwartungen Erwachsener sowie den damit verbundenen Spielgewohnheiten. Aktivierung und Spielfreude konnten anhand unterschiedlicher Reaktionen in Herzfrequenz-Messungen gemessen werden (ebd.) Schuler (2013a) versteht unter *intrinsisch motiviert* hierbei auch, dass das Spiel durch freie Wahl zustande kommt.
- *unvollständige Funktionalität* nach Hauser (2016) meint, dass mit dem Ausführen des Spiels nicht nur ein bestimmtes Ziel verfolgt, sondern dem Prozess Rechnung getragen wird. Der Spieler richtet sich stärker auf den Spielprozess (Mittel) und weniger auf ein Spielergebnis (Zweck) aus (Schuler, 2013a).
- *So-tun-als-ob*: „Gespielte Verhaltensweisen sind Möglichkeiten, die in der Realität noch nicht bestehen müssen“ (Hauser 2016, S. 31). Das Spiel hebt sich also von realen Lebensvollzügen ab (Schuler, 2013a). Im Regelspiel kommt das „so-tun-als-ob“ nicht mehr so deutlich zum Ausdruck wie bei anderen Spielformen, weil es sich laut Hauser et al. (2016) um eine fortgeschrittene Spielform handelt.
- Ein *entspanntes Feld* meint, dass das Individuum bei guter Gesundheit, angemessen ernährt und gekleidet ist und nicht unter Stress steht. Dieser Punkt kann ergänzt werden mit dem Merkmal von Schuler (2013a), dass *Spiel* von *positiven Emotionen* begleitet werden soll.
- Hauser (2016) nennt als weiteres Merkmal die *Wiederholung und Variation.* Diese ist charakteristisch für ein *Spiel.* Wiederholungen von Handlungen können das Erlernen erleichtern und Kompetenzen verbessern. Um vorzubeugen, dass Spiele durch erworbene Kompetenzen an Attraktivität verlieren, können durch Variationen neue Erkenntnisse, Neuausrichtungen des Denkens und Kreativität eingefordert werden (ebd.).

Das Regelspiel unterscheidet sich von anderen Spielformen durch Regeln, welche das Spiel massgebend bestimmen. Das Ausmass an verschiedenen Regelspielen ist immens und neben dem Erwerb mathematischer Fertigkeiten gehört auch das Erlangen sozialer Kompetenzen ebenso zum Regelspiel wie die Entwicklung einer Perspektivenübernahme und einem Verständnis für Normen und Pflichten (vgl. Hauser, 2016). Schuler (2013a) schreibt dem Regelspiel ausserdem den Erwerb motorischer Handlungen (Spieltechniken), den Erwerb intellektueller Handlungen (Spielstrategien) und auch wieder den Erwerb kommunikativ-kooperativer Handlungen (sozialer Kompetenz) zu. Soziale Spielformen wie alleine Spielen, Zuschauer sein, paralleles Spielen, assoziatives Spielen und kooperatives Spielen wurden schon von Parten im Jahre 1932 genannt (ebd.).

2.9.2 Der Erwerb früher arithmetischer Kompetenzen anhand von Regelspielen

Spielen und Lernen sind laut Schuler (2013a) durchaus vereinbar und schliessen sich nicht aus. „Vielmehr stehen sie besonders im frühen Kindesalter in fruchtbarer Beziehung zueinander“ (Schuler, 2013a, S. 60; vgl. Kapitel 2.9).

2.9.2.1 Spielen und Lernen

Das in Abbildung 10 dargestellte Person-Situation-Modell nach Einsiedler (1982, dargestellt nach Schuler, 2013a, S. 61) begreift Lernen als ein interaktives Geschehen, welches einerseits von der Situation, andererseits von den Voraussetzungen des Kindes, seiner Persönlichkeit, bestimmt wird.

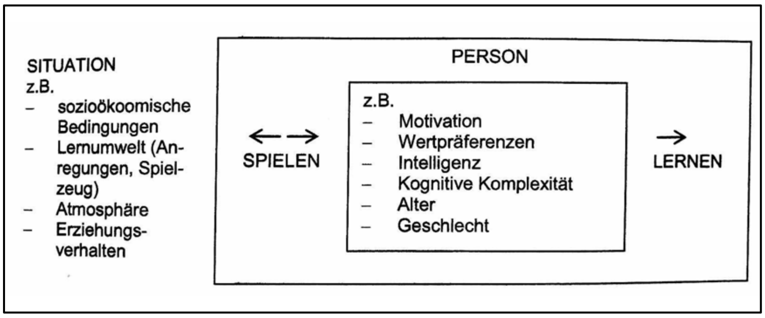


Abbildung 10: Person-Situation-Modell nach Einsiedler (Schuler, 2013a, S. 61)

Dies verdeutlicht, dass „im Spiel zwar gelernt werden kann, das Lernen aber abhängig ist von den personalen Voraussetzungen der Spielenden und den situativen Bedingungen“ (Schuler, 2013a, S. 61). Unter die persönlichen Aspekte zählen beispielsweise Motivation[19], Intelligenz, Alter und Geschlecht. Die sozioökonomische Situation eines Kindes, das Erziehungsverhalten der Eltern und die möglichen Lernumwelten des Kindes werden als situative Bedingungen betrachtet. Gerade im Hinblick auf den Kindergarten und das freie Spiel muss Lernen ein Stück weit zufällig bleiben (ebd.). Die Motivation eines Kindes kann durch die Gestaltung einer Situation beeinflusst werden, so kann die Motivation im Unterschied zum Alter und Geschlecht nicht als unveränderliche Voraussetzung angesehen werden.

Spielen und Lernen kann durch *positive Emotionen* und *Intrinsische Motivation* durchaus positiv beeinflusst werden. Positive Emotionen wirken sich günstig auf die Motivation aus und gemeinsam beeinflussen sie die Art und den Erfolg des Lernens. Negative Emotionen hingegen können gerade auch bei jungen Kindern das Arbeitsgedächtnis belasten. Zu *aktivierend negativen Emotionen* gehören Ärger und Wut. Obwohl auch diese das Arbeitsgedächtnis beeinträchtigen, können sie die Nutzung von Lernstrategien anregen. *Desaktivierende negative Emotionen* (z.B. Langeweile) zeichnen sich dadurch aus, dass die Motivation und Zuwendung der Aufmerksamkeit sinken. Emotionen im Spiel können demnach als ambivalente Komponenten betrachtet werden, welche das Spiel massgebend positiv oder negativ beeinflussen können.

[19] Hasselhorn und Gold (2006) beschreiben die Motivation als „die Bereitschaft einer Person, sich intensiv und anhaltend mit einem Gegenstand auseinander zu setzen“ (ebd, S. 103).

2.9.2.2 Brettspiele und Kartenspiele

Hauser (2016) unterscheidet beim Erwerb früher arithmetischer Kompetenzen durch Regelspiele Brettspiele von Kartenspielen.

Lineare Brettspiele können numerische Kompetenzen von Kindern verbessern – vor allem, wenn diese durch Familien mit geringem Einkommen benachteiligt sind. Untersuchungen konnten zeigen, dass beispielsweise „nur viermaliges Spielen eines einfachen Zahlen-Brettspiels innerhalb von nur zwei Wochen zu substanziellen Lernfortschritten führt, die auch mehrere Wochen später noch anhalten“ (Hauser, 2016, S. 36). Der Zugewinn der Spielgruppe konnte aufgrund der ausgebliebenen Lernfortschritte der Kontrollgruppe nicht auf eine allgemeine Reifung zurückgeführt werden. Das Bewegen der Spielfigur durch die Kinder (kinästhetischer Hinweis) und das Weiterzählen von der aktuellen Zahl aus (also nicht immer bei 1 beginnend) gelten als lernfördernde Stärken des eingesetzten Spiels „das grosse Rennen“. Auch konnte gezeigt werden, dass sich durch numerische Brettspiele eine bei Kindern übliche logarithmische Zahlvorstellung (Über-, Unterschätzung der Zahlabstände) in eine lineare Zahlrepräsentation überführen lässt (Hauser, 2016; Hauser et al., 2014; Hess, 2012).

Kartenspiele können es den Kindern erleichtern, neue logisch-mathematische Beziehungen zu konstruieren. Beispielsweise werden laut Hauser (2016) beim Spiel „Fünferraus“ (Vereinfachung des Spiels Elferraus) folgende Fähigkeiten geübt: Welche Zahlenkarte kann ich ablegen (Nachbarzahlen), wie viele Zahlen fehlen noch, bis ich meine Zahlenkarte ablegen kann und kann ich (Erwerb einfacher Strategien) verhindern, dass ein anderes Kind seine Karten legen kann? In einer Untersuchung anhand des genannten Spiels (Kindergartenkinder spielten in Dreiergruppen einen Monat lang das Spiel Fünferraus) konnte festgestellt werden, dass auch sechs Monate nach der Intervention das relationale Zahlverständnis unerwartet hoch war (ebd.; Hess, 2012). Diese Ausführungen lassen darauf schliessen, dass numerische Spiele den Aufbau früher numerischer Kompetenzen wirksam fördern können.

Auch Kamii (2000) beschreibt Gruppenspiele, die einen idealen Kontext bilden für das Denken generell und für das Vergleichen von Quantitäten. Während dem Spielen werden Diskussionen ausgelöst, die wirksamer seien als das Ausfüllen von Arbeitsblättern. Die Kinder sind während Spielen geistig sehr aktiv und kritisch (vgl. ebd.). Auch in der Studie von Hauser, Vogt, Stebler und Rechsteiner (2014) zeigte sich, dass die Kinder während den Spielen deutlich länger mathematisch aktiv waren und länger mathematische Inhalte verbalisierten als die Kontrollgruppe (vgl. auch Hauser, 2014). Spiele lassen sich ausserdem relativ leicht an unterschiedliche Lernniveaus anpassen, erlauben das Anwenden von Basisstrategien und werden auch den mathematischen Kenntnissen fortgeschrittener Kinder gerecht (Hauser, 2016).

2.9.3 Kriterien mathematisch gehaltvoller Regelspiele

Hertling, Rechsteiner, Stemmer und Wullschleger (2016) nennen verschiedene Kriterien bei der Auswahl und Entwicklung von Regelspielen, welche zur Förderung mathematischer Kompetenzen im Bereich Zahlen und Operationen dienen sollen.

Tabelle 4: Kriterien bei der Auswahl und Entwicklung von Regelspielen (vgl. Hertling et al., 2016)

Vergleich von Mengen	Subitizing, Schätzen, Eins-zu-Eins-Zuordnung, Vergleichen von Anzahlen
Aufsagen der Zahlwortreihe	flexibler Umgang
Bestimmen von Anzahlen	durch Abzählen von Dingen/Elementen, durch Subitizing
Zerlegen und Zusammensetzen von Mengen/Dingen/Elementen	Ergänzen/Wegnehmen, Zerlegen von Anzahlen in Teilmengen, Zusammensetzen von Teilmengen zu einer Anzahl → Teil-Ganzes-Konzept
Aufbauen, Herstellen und Untersuchen der Zahlenreihenfolge	Zahlen der Grösse nach ordnen, zur nächsten (An)Zahl kommt immer eins dazu, Einordnen einer Zahl in die Zahlreihenfolge etc.
Zuordnen von Anzahl- und Zahldarstellungen	verschiedene Repräsentationsformen, Erfassen von symbolischen Zahlzeichen, Zuordnung Menge/Zahlzeichen
Erkennen von Zahleigenschaften	kleiner-grösser-Relation durch Wert (kardinal) und Position (ordinal), Erkennen von geraden/ungeraden Zahlen
Erstes Rechnen	Zerlegen und Zusammensetzen von Zahlen auf symbolischer Ebene

Auf eine ausführliche Beschreibung der in Tabelle 4 genannten Kriterien, welche zur Förderung mathematischer Kompetenzen im Bereich Zahlen und Operationen dienen wird verzichtet, da die aufgeführten Themen im Kapitel 2 ausführlich beschrieben werden.

Bezugnehmend auf die genannten Kriterien in Kapitel 2.7.2 lässt sich feststellen, dass die spielintegrierte Förderung *entwicklungsorientiert* und *entwicklungsbegleitend* ist in dem Sinne, dass sich ein Kind seinen Fähigkeiten entsprechend ins Spiel einbringen kann. Die Förderung ist *inhaltsspezifisch auf mathematische Inhalte* ausgerichtet und *systematisch* in dem Sinne, dass jedes einzelne Spiel als sinn- und zweckgebundene Einheit verstanden werden kann. Das vorhandene Material sowie die Regeln bestimmen den Aufbau, Inhalt und Ablauf des jeweiligen Spiels. Eine *diagnostische Begleitung* ist durchaus möglich, hängt jedoch stark von der *Qualifikation der Begleitperson* ab sowie auch die *Reflexion* eher situativ geschieht. *Verbalisiert* wird während dem Spiel nicht in dem Sinne, dass auf die Beantwortung einer Frage oder eines Sachverhalts abgezielt wird (ausser dies wird geplant). Jedoch sprechen die Kinder untereinander immer wieder über mathematische Inhalte, mögliche Fehler oder Strategien.

2.9.4 Die Förderung mathematischer Kompetenzen anhand von Regelspielen oder einem Trainingsprogramm - erste Untersuchungsergebnisse

Wie sollen die mathematischen Kompetenzen folglich gefördert werden? Ist eine schulnahe, angeleitete Förderung anhand eines Trainingsprogramms (vgl. Kapitel 2.8) sinnvoll oder ist eine geführte spielintegrierte Förderung (vgl. Kapitel 2.9) dieser vorzuziehen?
Rechsteiner et al. (2014) entwickelten das Projekt „spimaf“[20] zur mathematischen Frühförderung anhand von Regelspielen, welche sich am Entwicklungsmodell der Zahlen-Grössen-Verknüpfung (ZGV-Modell) nach Krajewski orientiert (vgl. Kapitel 2.4.3). Die spielintegrierte Förderung setzt sich aus einer Spielsammlung (teils im Handel erhältliche / teils spezifisch dafür entwickelte Spiele) zusammen. Anhand der oben genannten Kriterien mathematisch gehaltvoller Regelspiele konnten die bestehenden und für das „spimaf“-Projekt in Frage kommenden Regelspiele auf ihr mathematisches Potential hin analysiert und überarbeitet werden. Auch wurden neue Spiele anhand dieser Kriterien entwickelt (Böhringer, Hertling & Rathgeb-Schnierer, 2017). Laut Hildenbrand (2016) sollen die Spiele möglichst wenig Instruktion der Erzieher/Innen enthalten, sondern eine hohe Eigenaktivität und Selbsttätigkeit der Kinder fördern.

In einer Interventionsstudie wurde der Frage nachgegangen, „welchen Einfluss der Einsatz von Regelspielen auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen hat, und ob eine auf Regelspielen basierende Förderung ähnliche Effekte erzielt wie eine instruktionale Methode“ (Hildenbrand, 2016, S. 68). Hauser et al. (2014) verglichen mittels einer Studie eine Kontrollgruppe mit einer Gruppe, welche eine trainingsbasierte Förderung erhielt und einer Gruppe, welche spielintegriert gefördert wurde. Die Gruppe der trainingsbasierten Förderung wurde durch das Programm MzZ (vgl. Kapitel 0) gefördert. Die Förderung erstreckte sich über einen Zeitraum von acht Wochen. Einen stärkeren Leistungszuwachs zeigte die Gruppe der spielintegrierten Förderung gegenüber den Kindern der Kontrollgruppe, was darauf schliessen lässt dass die spielintegrierte Förderung einen Effekt auf die mathematischen Kompetenzen der Kinder hat. Von der spielorientierten Förderung profitierten alle Kinder, unabhängig davon, welchen Lernstand sie vor der achtwöchigen Übungsphase hatten. Zwischen der Kontrollgruppe und der Gruppe mit der trainingsbasierten Förderung zeigen sich kaum Unterschiede bezüglich des mathematischen Zuwachses. Hierfür kommen verschiedene Ursachen in Frage. Zum einen ist im Kanton, in welchem die Studie erhoben wurde, die mathematische Frühförderung schon länger Bestandteil des Kindergartenlehrplans. Zudem wird als weitere Ursache die mögliche „einfache Blindheit“ genannt, da die Kontrollgruppe über das Interventionsziel informiert war. Eine Verheimlichung wäre aufgrund der kleinräumigen Region unrealisierbar gewesen.

Mathematische Kompetenzen lassen sich demnach durch eine spielintegrierte Förderung durchaus fördern (Hauser et al., 2014). Die vorliegenden Ergebnisse unterstreichen ausserdem die Befunde zur Wirksamkeit der spielintegrierten Förderung „guided play“. Es konnte aufgezeigt werden, dass „Kinder bei Spielen, in welchen die Lehrperson fachliche Lernziele anstrebt, die den Kindern aber nicht bewusst gemacht werden müssen, erhebliche Lernfortschritte erzielen können“ (Hauser et al., 2014, S. 144f). Schuler (2013a) beschreibt Interventionsstudien, welche darauf schliessen lassen, dass die Vorteile

[20] „spimaf“ bedeutet „Spielintegrierte mathematische Frühförderung“

beim Einsatz von Lernspielen vor allem im motivationalen Bereich liegen. Auch konnten keine Beeinträchtigungen des mathematischen Lernerfolgs nachgewiesen werden beim Ersetzen des herkömmlichen Unterrichts durch den Einsatz von Lernspielen. Eine Untersuchung im Kindergarten bezüglich der Frage, ob Spiele die mathematischen Kompetenzen von Kindergartenkindern fördern, zeigte einen Zuwachs an mathematischen Kenntnissen im Vergleich zur Kontrollgruppe. Die Versuchsgruppe wurde anhand des Leiterspiels gefördert im Zusammenhang mit einer verbalen Begleitung der Spielhandlungen. Es konnte demnach gezeigt werden, dass Interventionen mit Lernspielen im Vorschulalter durchaus Lernerfolge nach sich ziehen und mit unterrichtsähnlichen Arrangements gleichgesetzt werden können.

Schuler (2013a) betont, wie bereits verschiedene Autoren (u.a. Gasteiger, 2010; Hellmich, 2007; Hildenbrand, 2016; Krajewski, 2008c; Schneider et al., 2013) die Wichtigkeit der Verbalisierung von Inhalten. Bei Regelspielen bezieht sich dies auf die Versprachlichung von Spielzügen. Die Begleitung einer spielintegrierten Förderung scheint wichtig zu sein. Beobachtungsstudien zeigen, „dass Kindergartenkinder der Begleitung Erwachsener oder anderer, erfahrenerer Kinder bedürfen, um ihre mathematischen Fähigkeiten in Spielsituationen zu erweitern“ (Schuler, 2013a, S. 65).

2.9.4.1 Individuelle Lernunterstützung bei Regelspielen

Gezielte Impulse von Pädagoginnen und Pädagogen während einem Spiel können den Kompetenzaufbau sichern (Wullschleger & Stebler, 2016). Verschiedene Aufgaben gehören zu einer solchen Begleitung: Das Einrichten des Spielbereichs und somit Organisieren des Materials, das Erklären der Spielregeln und Überwachen des Spielverlaufs, die Förderung der sozialen Interaktion sowie die Unterstützung im Aufbau fachlicher Kompetenzen. Die Interaktion mit anderen Personen (insbesondere mit fortgeschrittenen Partnern) unterstützt wie bereits erwähnt den Erwerb mathematischer Kompetenzen. Das Kind wird von der versierteren Person in der sogenannten Zone der nächsten Entwicklung[21] gefördert. „Das heisst, sie unterstützt das Kind beim Aufbau derjenigen Kompetenzen, die unmittelbar an seinen Lern- bzw. Entwicklungsstand anschliessen“ (ebd., S. 39). Folgendes Schema in Abbildung 11 beschreibt die individuelle Lernunterstützung in Regelspielsituationen (nach Wullschleger & Stebler, 2016, S. 39).

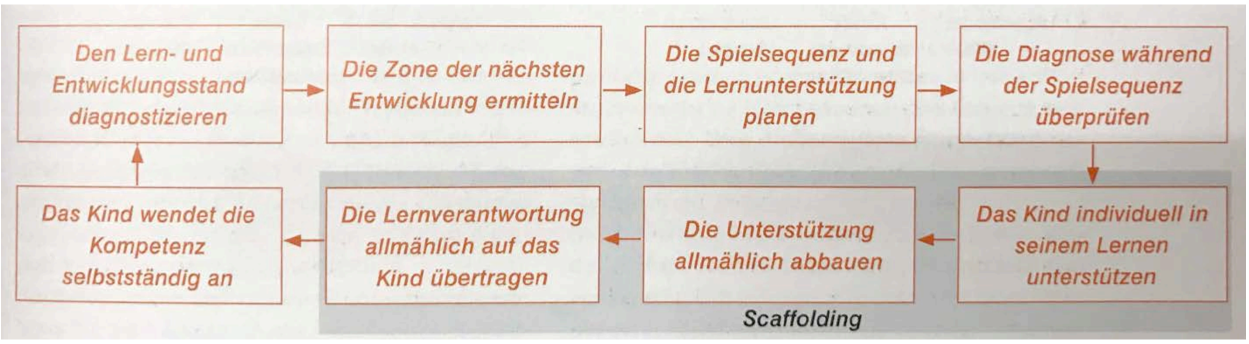


Abbildung 11: Schematische Darstellung der individuellen Lernunterstützung in Regelspielsituationen

[21] „Die Zone der proximalen Entwicklung beschreibt die Differenz zwischen einem aktuellen Entwicklungsstand eines Kindes, bestimmt durch die Fähigkeiten selbstständig Probleme zu lösen, und dem potentiellen Entwicklungsstand, der dadurch bestimmt ist, Probleme unter der Anleitung (mit Hilfe) Anderer zu lösen“ (Online Lexikon für Psychologie und Pädagogik).

Nach der Diagnostik dokumentiert die Lehrperson ihre Beobachtungen, um die Zone der nächsten Entwicklung feststellen zu können (beispielsweise die nächste mathematische Kompetenzstufe, welche von dem Kind noch nicht alleine bewältigt werden kann). Spielphasen und Lernunterstützungen werden auf dieser Basis geplant. Ebenso können Überlegungen zu sozialen Aspekten (mit wem spielt das Kind zusammen) gemacht werden. Es wird überlegt, welches Spiel das mathematische Potential besitzt, um für die Förderung hinzugezogen zu werden und welche Fragen für die Förderung hilfreich sind. Durch Beobachtungen (von aussen oder durch mitspielen) werden Diagnose und Planung immer wieder überprüft und gegebenenfalls angepasst (ebd.).

Diese Art von Förderung entspricht einem engeren Verständnis des Begriffs (vgl. Kapitel 2.7.1). Dem kann in der vorliegenden Arbeit nicht in diesem Sinne Rechnung getragen werden, auch wenn die Unterstützung und Begleitung einzelner Kinder durchaus erfolgte. In der geplanten Intervention im Rahmen von acht Wochen wäre ein solch diagnostisches Vorgehen nicht durchführbar gewesen, denkt man an die Mehrbelastung, welche die Lehrpersonen durch die Projektdurchführung bestreiten mussten.

2.10 Begründung der geplanten Fördereinheit

Basierend auf vorangehenden Erkenntnissen wird die Förderung mathematischer Kompetenzen anhand von Regelspielen in der Planung der Fördereinheit stark gewichtet. Dies aus Gründen der hohen Eigenaktivität der Kinder und der intrinsischen Motivation, welche aus der Freude an der Tätigkeit kommt und durch freie Spielwahl begünstigt wird (vgl. Kapitel 2.9.2; Hauser et al., 2014).
Da jedoch die Zusammenführung einer spielerischen Förderung mit einer Förderung anhand eines mathematischen Trainingsprogramms (vgl. Kapitel 2.8), welche bisher nur im Vergleich gegeneinander gewertet wurden, interessant schien, werden beide Formen mathematischer Förderung zusammengeführt. Beim Spielen von Regelspielen können sich Kinder intensiv mit mathematischen Inhalten auseinandersetzen indem sie sich miteinander austauschen und über mögliche Lösungen und „Fehler“ diskutieren. Die Lehrperson kann beobachten, wenn nötig eingreifen und individuell unterstützen. Die trainingsbasierte Förderung kann mit Hilfe von strukturiertem Anschauungsmaterial Grundlagen vermitteln und Inhalte verbalisieren. Gewählt wird das Förderprogramm *MzZ* (Mengen-zählen-Zahlen) für die trainingsbasierte Förderung und die Regelspiele aus dem Projekt *spimaf* für den Teil der spielbasierten Förderung, da sich beide Fördereinheiten auf das ZGV-Modell von Krajewski beziehen und somit von einer modellbasierten Förderung gesprochen werden kann.

3 Fragestellungen

Es bestehen bereits viele evaluierte Förderprogramme, zu denen teilweise detaillierte empirische Befunde vorhanden sind (vgl. Kapitel 2.8 und 2.9.4). Die Beschreibungen zu den Kritiken und Befunden dieser Fördereinheiten zeigen deren Auswirkungen auf den (mathematischen) Kompetenzerwerb. Die Handhabung der Durchführung, der damit verbundene Aufwand und die Haltung der Lehrpersonen und Kinder den Förderungen gegenüber werden kaum formuliert und lassen somit Fragen offen. Neben der Beantwortung dieser Fragen soll ein Erhebungsverfahren zeigen, inwiefern eine zeitlich limitierte und inhaltlich vorgegebene Intervention anhand von geführten Lektionen und Regelspielen die mathematischen Basiskompetenzen fördert und wie die Umsetzung dieser Fördereinheiten von den Lehrpersonen wie auch den Kindern erlebt wird.

Fragestellung 1

Inwieweit zeigt sich eine Entwicklung der mathematischen Kompetenzen von Kindern im 2. Kindergartenjahr anhand von geführten Lektionen und Regelspielen?

Teilfrage 1.1

- Wenn Entwicklungen sichtbar werden - in welchen Bereichen zeigen sich Fortschritte und inwiefern lassen sich die (Teil)Bereiche untereinander vergleichen?

Teilfrage 1.2

- Zeigt sich gesamthaft und in (Teil)Bereichen ein Unterschied in der Effektstärke zwischen im Pretest schwächeren und durchschnittlich bis höher eingestuften Kindern?

Fragestellung 2

Wie werden die jeweiligen Durchführungsformen (spielerisch und geführt) von den Kindern und Lehrpersonen erlebt und bewertet?

Teilfrage 2.1

- Wird aus der Perspektive der durchführenden Lehrperson ein Unterschied erlebt zwischen den beiden Durchführungsformen (Spiele / geführte Sequenz)? Wenn ja, welcher?

Teilfrage 2.2

- Erkennt die Lehrperson einen Unterschied bezüglich der Motivation[22] und Freude der Kinder bei der Durchführung der jeweiligen Durchführungsformen (Spiel / geführte Sequenz)? Wenn ja, welchen?

[22] Unter Motivation wird hierbei verstanden, dass das Kind bereit ist, sich intensiv und anhaltend mit dem vorliegenden Gegenstand zu beschäftigen und dabei selbstbestimmt wirken kann (Deci & Ryan, 1993).

4 Entwicklung der Fördereinheit

Die Fördereinheit setzt sich einerseits aus dem Förderprogramm „Mengen, zählen, Zahlen“ (MzZ), andererseits aus Regelspielen des Projekts „spimaf“ (spielintegrierte mathematische Frühförderung) zusammen. Nachfolgend wird die geplante Durchführung/Intervention beschrieben und die Planung, Entwicklung und Anpassung der jeweiligen Fördereinheiten dargelegt.

4.1 Das Projekt

Wie bereits eingangs beschrieben, beginnen Kinder ihre Schullaufbahn mit sehr unterschiedlichen Vorkenntnissen. Mathematische Frühförderung soll hier ansetzen mit dem angestrebten Ziel, eine Homogenisierung im Bereich der (mathematischen) Kompetenzen zu erreichen, bevor die Kinder eingeschult werden (vgl. Kapitel 2.7.1). Dies kann für alle Beteiligten Schülerinnen und Schüler sowie Lehrpersonen entlastend wirken.
Wie kann eine solche vorschulische Förderung demnach aussehen? Worauf muss geachtet werden und welche Ansätze erweisen sich als sinnvoll? Auf diese Fragen wurde im Kapitel 2.7 detailliert eingegangen und die Begründung für die Wahl der vorliegenden Förderung dargelegt. Durch Pre- und Posttests sollen mögliche Effekte der durchgeführten Intervention nachgewiesen und die statistische Signifikanz geprüft werden. Nachfolgend wird die detaillierte Planung des Projekts beschrieben.

4.2 Die beteiligten Kindergartenklassen

Um das Projekt durchzuführen, mussten Lehrpersonen der Kindergartenstufe gefunden werden, welche einer Umsetzung des Projekts in ihren Klassen zustimmten. Durch einen Projektbeschrieb (siehe Anhang 9.3) wurden die Lehrpersonen über den zeitlichen und inhaltlichen Umfang des Projekts informiert und für die Durchführung angefragt. Nach Zusage der Lehrpersonen wurde eine detaillierte Planung erstellt, welche den Lehrpersonen frühzeitig zugestellt wurde. Dies, damit die zusätzlichen Inhalte in den jeweiligen Unterrichtsplanungen berücksichtigt werden konnten (vgl. Anhang 9.4 und 9.4.1). Fünf Kindergartenlehrpersonen (siehe Tabelle 5) sagten zu, das Projekt in ihren Klassen durchzuführen.

Tabelle 5: Am Projekt teilnehmende Kindergartenklassen

Kindergarten	Total Kinder	1. Jahr Mädchen	1. Jahr Knaben	2. Jahr Mädchen	2. Jahr Knaben
K 1	20	5	3	6	6
K 2	19	5	4	6	4
O 2	16	3	6	4	4
Z	20	5	6	5	4
W 7	18	3	3	7	5

In dem Kindergarten W7 arbeitet die Testleiterin 2L pro Woche als Schulische Heilpädagogin. Die Kindergärten O2, K1 und K2 werden von der Testleiterin während dem Schuljahr 15/16 beratend begleitet. Dies erlaubt einen zeitweisen Einblick in die Durchführung des Projekts sowie eine zwar zeitlich begrenzte aber wertvolle Begleitung der Intervention. Der Kindergarten Z wird nach Absprache begleitet und besucht.

4.3 Zeitplan und Umfang des Projekts

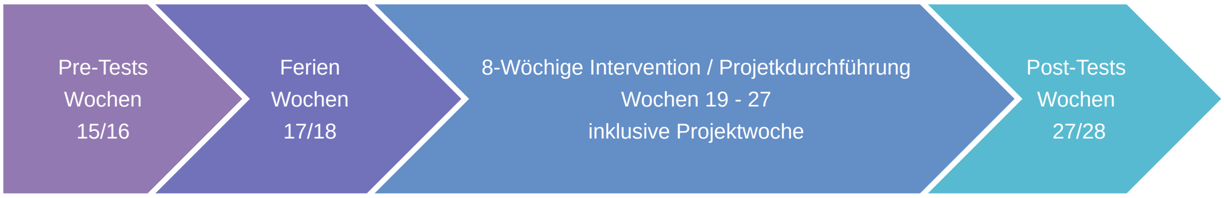


Abbildung 12: Zeitachse der Test- und Projektdurchführung

4.3.1 Die Durchführung

Die Durchführung der Intervention wurde auf acht Wochen angesetzt (vgl. Abbildung 12). Begründet wird die Zeitdauer einerseits durch die Anlehnung an empirische Studien (u.a. Hauser et al., 2014) und Empfehlungen in der Durchführung des MzZ-Programms (Krajewski et al., 2010), andererseits muss die Dauer der Durchführung an einige Gegebenheiten angepasst werden, welche nachfolgend aufgelistet werden.

- Schulhausplanungen und Ferienplan
- Durchführung einer Projektwoche, welche drei der fünf Kindergären betraf
- Festen Unterrichtsbestandteile („Bewegungslandschaft", Waldbesuche und Schwimmunterricht)
- Einzeltestverfahren mit einer Zeitberechnung von 30 – 40 Min. pro Kind
- Wünsche der Lehrpersonen nach Anpassungen/Vereinfachungen
- Zeitabstand zwischen den Pre- und Posttests

Vor den zweiwöchigen Frühlingsferien (Wochen 15 und 16; vgl. Abbildung 12) wurden die Pretests durchgeführt. Das Einzeltestverfahren bei der Menge von 24 Kindern nahm viel Zeit in Anspruch und auf geplante Gegebenheiten musste Rücksicht genommen werden. Pro Kindergarten wurden per Los fünf Kinder des 2. Kindergartenjahres ermittelt, welche am Test teilnahmen. So entstand eine heterogene Projektgruppe aus 25 Kindern, die in fünf verschiedenen Kindergartenklassen geschult wurden. Die zwei Wochen zwischen den ersten Testerhebungen und dem Start der Intervention wurden als tragbar gewertet. In der Woche 19, ab dem 09. Mai 2016, startete die Durchführung des Projekts in den fünf beschriebenen Kindergärten. Unterbrochen wurde die Intervention durch eine Projektwoche, welche in der Woche 22 stattfand. In der Woche 27 (04. Juli – 08. Juli) wurden neben Beendigung der Interventionen bereits die ersten Tests erhoben. Da zwei Kindergartenklassen keine Projetwoche hatten, waren diese dem Zeitplan voraus und ermöglichten die Erhebungen bereits in dieser Woche. Ende Woche 28, am 14. Juli, fanden die letzten Erhebungen vor den Sommerferien statt, welche am 15. Juli begannen.

Einmal pro Woche wurde eine geführte Fördersequenz (MzZ) durchgeführt. Drei der Lehrpersonen aus den genannten Kindergärten führten diese Förderung selbständig durch, in zwei Kindergartenklassen wurde die Durchführung von der Testleiterin vollzogen. Dies, um Beobachtungen der Kinder und Erfahrungen bezüglich der Durchführbarkeit des Instruments einerseits direkt durch eigene Erfahrungen, andererseits von aussen durch die damit beauftragten Lehrpersonen zu erhalten.
Die Autoren des Programms MZZ empfehlen die Durchführung des Programms in Kleingruppen von vier bis sechs Kindern (Schneider et al., 2013). Bereits an dieser Stelle zeigten sich erste Herausforde-

rungen in der Umsetzung, welche im Kapitel 5.2.4 noch näher erläutert werden. Die Gruppengrösse der Kinder, welche durch die Kindergartenlehrpersonen gefördert wurden, überschritt teils die Grenze der vorgegebenen sechs Kinder.

Die mathematisch gehaltvollen Regelspiele aus dem „spimaf"-Projekt wurden den Kindern im „Freispiel" zur Verfügung gestellt. Aus der Studie von Hauser et al. (2014) wurde übernommen, dass sich die am Test teilgenommenen Kinder pro Woche mindestens dreimal 20 min. mit den genannten Spielen beschäftigen sollten. Die Wahl der Spiele wurde nicht vorgegeben, sondern den Kindern überlassen. An einem gemeinsamen Treffen vor Beginn der Intervention, an dem die Kindergartenlehrpersonen wie auch Klassenassistenzen teilnahmen, wurden die Spiele angeschaut, Spielregeln erklärt und Fragen bezüglich der praktischen Umsetzung beantwortet.

4.3.2 Das angepasste Förderprogramm „MzZ"

Das ursprüngliche MzZ-Programm ist aus 24 Übungseinheiten zusammengestellt, welche dreimal Wöchentlich für je 30 Minuten über einen Zeitraum von acht Wochen durchgeführt werden sollen (Krajewski, Nieding & Schneider, 2010; vgl. Kapitel 0). Da die vorliegende Arbeit jedoch eine Zusammenführung zweier verschiedener Fördereinheiten plant, hätte die Durchführung des MzZ in vollem Umfang den Rahmen gesprengt. Aufgrund dessen wurden die Lektionen des MzZ-Programms in einer zusammengefassten Form auf eine Lektion pro Woche beschränkt. Es wurde ein Heft erstellt mit den zusammengestellten Lektionen, inhaltlichen Beschreibungen und detaillierten Illustrationen (vgl. Beispiel im Anhang 9.6). Zu Beginn wurden die Basisfertigkeiten wie das Mengenverständnis, die Zählfertigkeiten und Zahlenkenntnis thematisiert. Diese sind unter dem Förderschwerpunkt „Zahlen als Anzahlen" zusammengefasst, welcher aufzeigen soll, dass man Anzahlen bestimmten Zahlworten und arabischen Ziffern zuordnen kann. Hierbei wurde, da die Zahl Null in der MzZ-Förderung nicht eingebunden ist, darauf geachtet, dass eben diese in den Lektionen trotzdem thematisiert wird (vgl. Kapitel 0). Es wurde neben den Zahlenplakaten für die Zahlen 1 – 10 ein Zahlenplakat für die Zahl 0 erschaffen. Aufbauend auf den ersten Förderschwerpunkt sollen innerhalb des zweiten Schwerpunkts („Anzahlordnung") Reihenfolgen gebildet und Vergleiche anhand dieser Reihenfolgen gemacht werden können. Anschauungsmaterialien, welche hierbei „immer von gleicher Art sind" (sich nicht in Art, Form, Farbe etc. voneinander unterscheiden) sollen besonders schwächeren Kindern beim Erkennen des Anzahlaspekts helfen (Krajewski et al., 2008b, S. 95). Der dritte Förderschwerpunkt „Teil-Ganzes-Beziehungen und Anzahlunterschiede" soll das Verständnis fördern, dass Zahlen zerlegbar und wieder zusammensetzbar sind und dass mit einer Zahl der Unterschied zwischen zwei Zahlen dargestellt werden kann (Krajewski et al., 2008b). Diese drei Förderschwerpunkte wurden jeweils als Zusammenfassung mit Haupt- und Teilzielen sowie Leitfragen beschrieben. Die Lektionen eins bis acht beinhalten eine illustrierte Materialauflistung, eine Beschreibung der zu tätigenden Vorbereitungen, spezifische Leitfragen und wiederum eine illustrierte Durchführungsbeschreibung. Vereinzelt wurden die Lektionen durch Materialien in Papierform (Zahlentreppe) ergänzt, damit Übungen zur Vertiefung gemacht werden konnten (siehe Beispiel im Anhang 9.7). Trotz der Zusammenfassung der Lektionen wurde möglichst auf deren Vollständigkeit Wert gelegt insofern, als dass Inhalte zwar in verkürzter Form oder zeitlicher Beschleunigung durchgeführt, jedoch nach Möglichkeit nicht gestrichen wurden. Wann die Durchführung

der Lektionen geschah, war bis auf die Vorgabe von einer Lektion pro Woche den Lehrpersonen überlassen.

4.3.3 Die Planung und Erstellung der Regelspiele aus dem Projekt „spimaf“

Zur näheren Auseinandersetzung mit dem „spimaf“-Projekt fand ein Treffen mit B. Hauser von der PH St. Gallen statt, der an der Forschung und Entwicklung des Projekts massgeblich beteiligt war. Die Spiele wurden besichtigt, fotografiert und skizziert. Die zur Zeit des Projekts noch unveröffentlichten Spielbeschreibungen (Material, Regeln und Variationen), sowie vorhandene Spielfelder und Kartenvorlagen wurden für die vorliegende Arbeit zur Verfügung gestellt. Aktuell kann man die Spielbeschreibungen und Spielideen im Buch „Mehr ist mehr“ von Hauser et. al (2016) einsehen und herunterladen. Zudem ist eine Tabelle vorhanden, welche nützliche Informationen enthält wie die ungefähre Spieldauer, den Schwierigkeitsgrad der Spiele sowie eine Auflistung der Bereiche, welche durch das jeweilige Spiel gefördert werden (siehe Tabelle 6).

Tabelle 6: Übersichtstabelle aller Spiele aus der Anleitung für die "spimaf"-Spiele (Rechsteiner et al., 2014, S. 7)

Spiel	Gruppen-grösse	Zeitdauer	Schwierig-keitsgrad	Mengen-vergleich	Zahl-Menge-Zuordnung	Zahlenreihen-folge	Anzahl-bestimmung	Teile-Ganzes-Konzept	Erstes Rechnen
Ab in die Mitte	2–4	15+	★★☆		●		●		
Bohnenspiel	2	15	★✫☆		●		●	○	
Dreh	2–4	15+	★★✫	●	●		●	●	○
Dschungel	2–4	10	★✫☆				●	○	○
Fünferraus	2–4	15+	★★☆		●	●			
Halli Galli	2–4	15	★★☆	●			●	●	
Klecksimonster	3–4	15+	★★☆	●	●		●		
Klipp-Klapp	2	10	★★✫		●		●	●	○
Mehr ist mehr	2–4	10	★★☆	●			●		
Nachbarzahlen	2–4	15+	★★☆		●	●			
Nimm weg	2	10	★★☆	●	●		●		
Pasch	2	10	★✫☆	●	●		●	○	○
Plopp	2	5	★★✫	●	●		●	●	○
Schnapp das Quartett	3–4	15	★★☆	●	●		●		
Stechen	2–4	10	★✫☆	●			●	○	
Steine sammeln	2–4	5	★☆☆	●			●	○	
Treppauf-Treppab	2	15+	★★✫	●	●		●	●	○
Verflixte 5	2–4	10	★★★	●	●	●	●		●

Die Herstellung von Spielkisten für insgesamt fünf Kindergärten war zeitaufwändig und forderte kreatives Geschick. Etwa zwei Drittel der Spiele konnten durch die Materialvorlagen relativ einfach hergestellt werden. Vorlagen konnten ausgedruckt und laminiert, Würfel und Spielfiguren gekauft und Spielkarten in limitierter Auflage bei einer Druckerei bestellt werden. Die anderen Spiele wurden eigens hergestellt, teils in der Ausführung etwas verändert oder weiterentwickelt (siehe Fotodokumentation im Anhang 9.8). Herausfordernd war die Herstellung des Spiels „Dreh“, welches aus einer Scheibe besteht, die sich mühelos drehen muss. Nach mehreren Materialerprobungen konnte jedoch eine gute Lösung gefunden werden. Die Spiele (inkl. Spielbeschreibungen) wurden mit Symbolen (geometrischen Figuren) in ver-

schiedenen Farben gekennzeichnet. In einem Schubladenelement wurden Würfel, Spielfiguren, Plättchen etc. für die jeweiligen Spiele aufbewahrt und die Schubladen mit denselben Symbolen gekennzeichnet. So konnten die Kinder das Spiel anhand des laminierten und illustrierten Spielplans (siehe Beispiel im Anhang 9.9) wählen und die dazugehörigen Materialien (Spielbrett, Schachtel, Schubladen) holen (siehe Abbildung 13).

Abbildung 13: Mit Symbolen gekennzeichnetes Spielmateial

Die für Spielvariationen (vgl. Spielbeschreibungen im Anhang 9.9) eingesetzten Materialien wurden mit demselben Symbol und einem Richtungspfeil nach oben gekennzeichnet (nicht bei allen Spielen vorhanden). Die unterschiedlichen Farben der Symbole sollen dazu dienen, den Lehrpersonen die Wahl der Spiele zu vereinfachen, da die Frage aufkam, welche der insgesamt 16 vorhandenen Spielen vorrangig zu berücksichtigen seien.

Die bereits erwähnte Tabelle 6 mit Informationen zu Spieldauer, Schwierigkeitsgrad und Förderbereichen wurde übernommen, jedoch angepasst (siehe Abbildung 14). Die Spiele wurden den vorher genannten drei Farben zugeordnet, welche die Wichtigkeit der Durchführung der Spiele aufzeigen soll. Während die roten Spiele von den Lehrpersonen eingeführt werden mussten, gelbe nach Möglichkeit eingeführt werden konnten, durften die grün bezeichneten Spiele wenn nötig auch weggelassen werden. Dies kam dem Wunsch der Lehrpersonen entgegen, die mit der Fülle der vorhandenen Spiele überfordert zu sein schienen. Die Auswahl wurde dahingehend getroffen, möglichst gut verschiedene zu fördernde mathematische Bereiche zu berücksichtigen.

Übersichtstabelle aller Spiele

Spiel	Gruppen-grösse	Zeitdauer	Schwierig-keitsgrad	Mengen-vergleich	Zahl-Menge-Zuordnung	Zahlenreihen-folge	Anzahl-bestimmung	Teile-Ganzes-Konzept	Erstes Rechnen
Ab in die Mitte	2–4	15+							
Bohnenspiel	2	15							
Dreh	2–4	15+							
Dschungel	2–4	10							
Fünferraus	2–4	15+							
Klecksimonster	3–4	15+							
Klipp-Klapp	2	10							
Mehr ist mehr	2–4	10							
Nachbarzahlen	2–4	15+							
Nimm weg	2	10							
Pasch	2	10							
Plopp	2	5							
Schnapp das Quartett	3–4	15							
Stechen	2–4	10							
Steine sammeln	2–4	5							
Verflixte 5	2–4	10							
Magnetspiel	2	10							
Rüeblijagd	2–4	10							

	Wenn möglich unbedingt einführen, da dann viele Bereiche abgedeckt sind
	Einfache Spiele, die gut noch dazu eingeführt werden können (nach Wunsch)
	Mann kann, muss aber nicht ;-)

Abbildung 14: Angepasste und ergänzte Übersicht aller Spiele (in Anlehnung an Rechsteiner et al., 2014, S. 7)

Eine Abweichung in den Spielplänen gab es bei gesamthaft drei Spielen. Während das „spimaf"-Spiel „Treppauf-Treppab" aus Gründen der aufwändigen Herstellung weggelassen wurde, kamen zwei neue Spiele dazu, welche während der Literaturrecherche für die mathematische Frühförderung als sinnvoll erachtet wurden. Zum einen ist es das „Magnetspiel", welches die simultane Anzahlerfassung trainiert und zum anderen das Spiel „Rüeblijagd", welches vom Spiel „das grosse Rennen" (vgl. Kapitel 2.9.2.2) inspiriert wurde (siehe Anleitungen im Anhang 9.8.4).

4.3.4 Das Material für die Umsetzung des Projekts

Die Lehrpersonen erhielten für die Durchführung:

- Einen MzZ-Koffer und eine angepasste Form der Lektionen zum MzZ-Programm (sofern die Lektionen von den Lehrpersonen selber durchgeführt wurden)
- Eine Spielkiste mit allen Spielen und Materialien (Würfeln, Spielfiguren etc.; vgl. Abbildung 15)
- Spielbeschreibungen mit den Spielregeln und möglichen Spielvariationen
- Eine Tabelle mit Informationen zu Schwierigkeitsgrad, Zeitdauer, Förderbereich (vgl. Abbildung 14)
- Einen Spielplan für die Kinder, welcher von den Kindergartenlehrpersonen gewünscht wurde (siehe Anhang 9.11)

Abbildung 15: vorbereitetes Material in 5-facher Ausführung

5 Methodik der Evaluation

Im folgenden Abschnitt werden die gewählten Erhebungsverfahren vorgestellt und deren Einsatz begründet.

5.1 Forschungsmethodik / geplantes Forschungsvorgehen

Zur Beantwortung der Fragestellungen werden unterschiedliche Erhebungsverfahren verwendet. Zum einen werden die mathematischen Kompetenzen der Kinder anhand des TEDI-MATH (Test zur Erfassung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3. Klasse) von Kaufmann, Nürk, Graf, Krinzinger, Delazer & Willmes (2009) erhoben. Zum anderen geben die Befragungen der Lehrpersonen anhand eines Fragebogens Aufschluss über die Handhabung der Fördereinheit. Nachfolgend werden die unterschiedlichen Methoden erläutert.

5.2 Die Erhebung der numerisch-rechnerischen Fertigkeiten

Für die Erfassung mathematischer Fertigkeiten auf der Kindergartenstufe sind verschiedene normierte Tests vorhanden. Die Wahl fiel auf den TEDI-MATH, da er sich nicht an Lehrplanvorgaben orientiert, ein ausführliches Leistungsprofil durch die Erfassung verschiedener Teilbereiche darstellt, Stärken und Schwächen (besonders im unteren Leistungssegment) detailliert erfasst und die Ergebnisse übersichtlich darstellt. Nachfolgend wird das Testverfahren genauer erläutert.

5.2.1 Erhebungstechnik

Der TEDI-MATH basiert auf einer 2001 publizierten französischen Originalversion nach Noël, Grégoire & Van Nieuwenhoven. Das Testverfahren orientiert sich nicht an Lehrplanvorgaben, „sondern überprüft unterschiedliche Leistungen der Zahlverarbeitung und des Rechnens“ (Mann, Fischer & Nürk, 2013, S. 98f.). Die Autoren des TEDI-MATH gehen davon aus, dass Defizite in unterschiedlichen numerisch-rechnerischen Bereichen einer Dyskalkulie zugrunde liegen. Der TEDI-MATH wurde in Anlehnung an das *Triple-Code-Modell* von Dehaene (vgl. Kapitel 2.3.1) unter der Annahme konstruiert, „dass numerisch-rechnerische Fertigkeiten modular organisiert, d.h. separierbar und relativ unabhängig voneinander sind“ (Mann, Fischer & Nürk, 2013, S. 98). Das Verfahren wird als Individualtest (Einzeltest) durchgeführt und ermöglicht einerseits die Erstellung eines ausführlichen Leistungsprofils (detaillierte Erfassung von numerischen Basisfertigkeiten im Vorschulbereich), andererseits die Diagnose einer vorliegenden Dyskalkulie (Kaufmann et al., 2009). Aus diesem Grund differenzieren die Aufgaben vor allem im mittleren und unteren Leistungsbereich und sind für eine Diagnose mathematischer Hochbegabung nicht geeignet. Das aus den Einzelwerten resultierende Leistungsprofil lässt schnell erkennen, ob die Leistungen des Kindes im, unter oder über dem Durchschnitt liegen. Diese Vergleiche lassen sich aufgrund halbjährlicher Vergleichsgruppen erstellen. Das heisst, dass der TEDI-MATH in Halbjahresschritten normiert wurde, was eine genauere Einschätzung des Leistungsniveaus eines Kindes erlaubt im Vergleich mit Kindern desselben Schuljahrgangs (vgl. Kaufmann et al, 2009, S. 17). Die Anpassungen in der Durchführung pro Halbjahresstufe wie Startregeln und Abbruchregeln sollen Über- und Unterforderung vermeiden und die Testdauer möglichst kurz halten (Mann, Fischer & Nürk, 2013). Ab der 1.

Klasse können die Subtests der Kernbatterie den Komponenten Zahlenverarbeitung und Rechnen zugeordnet werden (ebd.).

Inhalt:

Der TEDI-MATH Koffer enthält ausser Schreibutensilien (Schreibzeug und Papier) und einer Stoppuhr alle Materialien, welche für die Durchführung benötigt werden. Das Manual enthält die theoretischen Grundlagen, die detaillierten Testdurchführungen sowie die Auswertungstabellen und Interpretation der Testergebnisse. Auch enthalten sind Gütekriterien und Normen. Das Testmaterial besteht aus drei Stimulusbüchern und Stimulusmaterial. Weiter sind Protokollbögen und Profilbögen für die Auswertung der acht unterschiedlichen Versionen (entsprechend der halbjährlichen Kindergarten- und Klassennormen) enthalten (vgl. Kaufmann et al., 2009; Mann, Fischer & Nürk, 2013).
Besonders am TEDI-MATH ist die Anwendung je nach Anforderungen (Fragestellung, Zeit). Während die gesamte Testbatterie mehr Zeit in Anspruch nimmt, ist die kürzere Kernbatterie mit weniger zeitlichem Aufwand durchführbar, welche für die Dyskalkulie-Diagnose ausreicht.

Durchführung:

Je nach Durchführungsform (Kern- oder Gesamtbatterie) und Klassenstufe werden die in einer Tabelle aufgelisteten Tests ausgewählt (siehe Tabelle im Anhang 9.12). Für die vorliegende Erhebung wurde die Durchführung der Gesamtbatterie gewählt, um ein ausführliches Leistungsprofil mit zusätzlichen Informationen aller Kinder zu erhalten (Kaufmann et al., 2009). Hinweise bezüglich defizitärer Bereiche können daraus geschlossen und eine individuelle Intervention daraus abgeleitet werden. Zu einem späteren Zeitpunkt (mindestens nach einem halben Jahr) kann eine erneute Erhebung Aufschluss über den Erfolg der Förderung zeigen (Verlaufsdiagnostik). Für die vorliegende Arbeit wird die Möglichkeit, anhand der Testergebnisse die Wirksamkeit von Interventionen zu überprüfen, als zentral gewertet (Mann, Fischer & Nürk, 2013). Auf die bei der vorliegenden Arbeit nicht eingehaltene Mindestzeitdauer zwischen den Testdurchführungen wird in Kapitel 5.2.4 näher eingegangen. Die Gesamtbatterie für das 2. Halbjahr des letzten Kindergartenjahres beinhaltet die acht Subtests der Kernbatterie (vgl. Abbildung 16) sowie 10 Subtests, welche zusammen mit den Tests der Kernbatterie zur Gesamtbatterie gehören (siehe Auszüge von Subtests aus dem Protokollbogen im Anhang 9.13). Folgende Bereiche wurden demnach getestet:

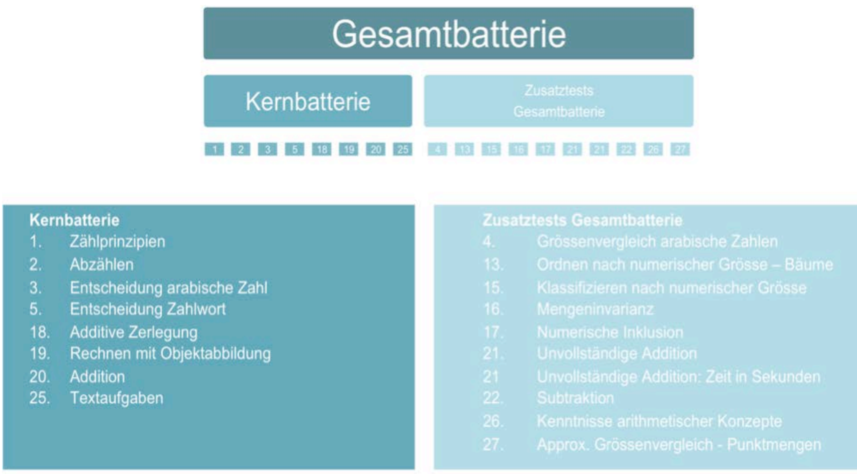


Abbildung 16: Übersicht des Testverfahrens TEDI-MATH

Die Objektivität des TEDI-MATH ist nur dann gegeben, „wenn die standardisierten Vorgaben für Durchführung, Auswertung und Interpretation genau eingehalten werden“ (Mann, Fischer & Nürk, 2013, S. 105). Die Durchführung der Gesamtbatterie auf der Kindergartenstufe dauerte im Durchschnitt etwa 30 - 40 Minuten. Dies variierte je nach Leistungsniveau des Kindes. Im Protokollbogen wurde festgehalten, ob die Aufgaben korrekt gelöst wurden. Neben Bearbeitungsgenauigkeit wurden teils auch Lösungsstrategien oder Antwortbegründungen erfragt. Diese fliessen ebenfalls in die Bewertung mit ein. Bei einigen Subtests wurde ausserdem die Dauer der Bearbeitung gemessen und notiert (vgl. Mann, Fischer & Nürk, 2013).

5.2.2 Aufbereitungstechnik

Die in dem Protokollbogen erfassten Rohwerte der Aufgaben aus der Kernbatterie werden mit Hilfe im Manual vorhandener Tabellen (vgl. Anhang 9.14) bearbeitet und in den Profilbogen IKG_2 (letztes Kindergartenjahr, 2. Halbjahr) übertragen (vgl. Abbildung 17; siehe Beispiele im Anhang 9.15).

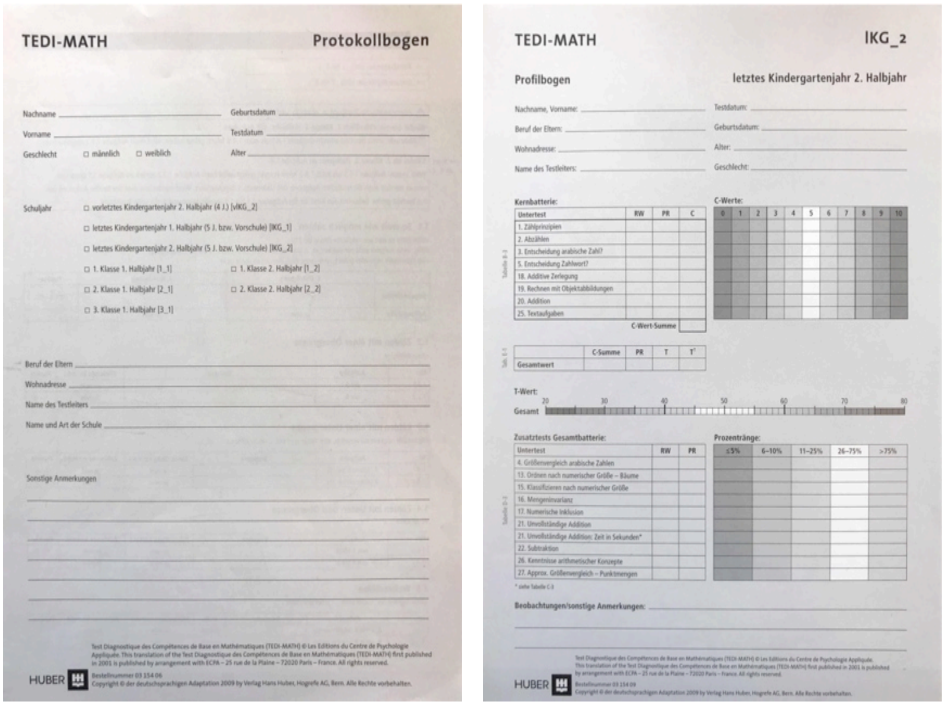


Abbildung 17: Protokollbogen und Profilbogen zur Auswertung des Testverfahrens TEDI-MATH IKG2

Für jede Halbjahresstufe gibt es entsprechende Berechnungen. Die Rohwerte werden einem Prozentrang und C-Wert zugeordnet.

Kernbatterie

Aus der C-Wert-Summe aller Tests der Kernbatterie (vgl. Abbildung 17) wird wiederum ein Prozentrang berechnet, welcher mittels Tabelle in einen T-Wert umgewandelt und in einer grafisch dargestellten Achse eingezeichnet wird. Ein Gesamtwert wird nur für die Kernbatterie berechnet (siehe Abbildung 18), „da nur diese diagnostischen Aussagen psychometrisch gut abgesichert sind“ (Kaufmann et al., 2009, S.32).

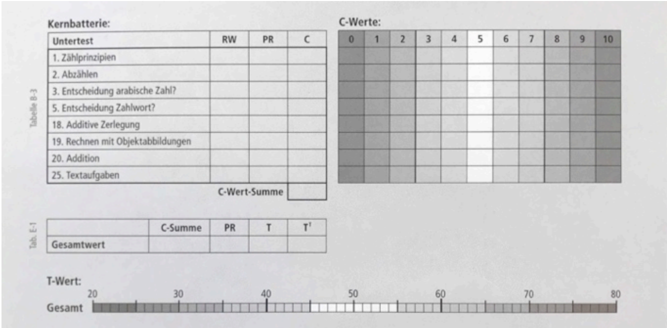


Abbildung 18: Ausschnitt Protokollbogen Kernbatterie

Aufgrund der Einfärbung des Profilbogens kann das Profil eines Kindes schnell abgelesen werden (siehe Beispiel im Anhang 9.15). Eine Leistung in der Spalte 5 oder auf der Achse zwischen einem Wert von 45 und 55 (weisse Einfärbung) bedeutet eine altersadäquate Leistung. Die hellgrauen Felder der Spalten 3, 4, 6 und 7 sowie der Werte 35 bis 45 und 55 bis 65 (Achse) deuten auf grenzwertige Leistungen hin. Dies wird vor allem im unteren Durchschnittsbereich (35 bis 45 Punkte) gewichtet. Dunkelgrau hinterlegte Felder reflektieren eine unter- bzw. überdurchschnittliche Leistung (Kaufmann et al., 2009). „Je dunkler die Grauhinterlegung, desto grösser die Abweichung vom Durchschnittsbereich“ (ebd., S.88; siehe Verteilung der Kinder anhand der Kreuze in Anhang 9.16).

In einer Excel-Tabelle wurden die Rohwerte (RW), Prozentränge (PR) und C-Werte (C) pro Kind und Einzeltest für den ersten und zweiten Testdurchgang (Pre- und Posttest) erfasst (siehe Tabelle 7; die vollständigen Tabellen sind im Angang 9.17 abgebildet). Dadurch konnten anschliessend in der horizontalen Betrachtung die Gesamtsummen der Rohwerte, C-Summen, Prozentränge und T-Werte pro Kind ermittelt werden. In der vertikalen Linie wurden die Gesamtsummen (RW, PR und C) aller Kinder für die jeweiligen Subtests per Quersumme festgehalten. Zusätzlich wurden Mittelwert (M) und Standardabweichung (SD) berechnet und unten angefügt.

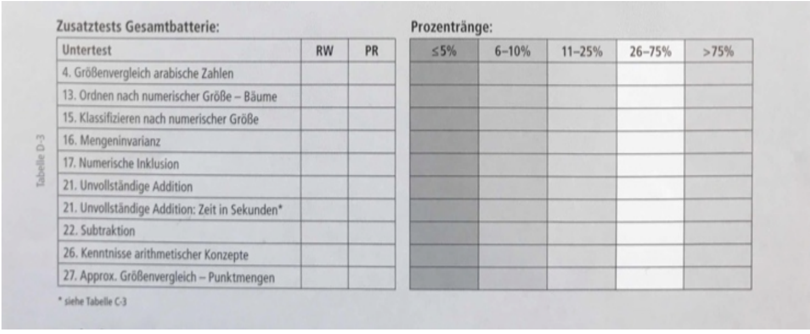
Tabelle 7: Erfassung der Kernbatterie-Testwerte der zweiten Durchführung in einer Excel-Tabelle

		Kernbatterie: RW	PR	C		RW	PR	C		RW	PR	C		RW	PR	C	
Kind	Kindergarten	1. Zählprinzipien			Differenz	2. Abzählen			Differenz	3. Entscheidung arabische Zahl			Differenz	5. Entscheidung Zahlwort			Differenz
2. Testdurchlauf 12. - 14.07.16																	
J.N.	K1	7	30	4	0	13	81	7	1	8	58	5	0	10	25	4	0
M.H.	K1	11	74	6	2	13	81	7	0	8	58	5	0	12	74	6	2
M.N.	K1	9	47	5	5	11	32	4	-1	8	58	5	0	11	41	5	0
K.K.	K1	12	85	7	3	13	81	7	0	8	58	5	0	10	25	4	0
R.W.	K1	12	85	7	2	13	81	7	2	8	58	5	0	9	9	2	-1
V.L.R.	K2	8	36	4	1	12	50	5	0	7	11	3	3	10	25	4	4
E.E.	K2	9	47	5	1	12	50	5	1	8	58	5	0	9	9	2	-1
A.P.	K2	10	61	6	5	13	81	7	3	8	58	5	0	9	9	2	-1
J.P.	K2	9	47	5	2	13	81	7	0	8	58	5	0	9	9	2	0
Y.B.	K2	10	61	6	2	13	81	7	1	8	58	5	0	9	9	2	-1
T.E.	O2	12	85	7	4	13	81	7	1	8	58	5	0	12	74	6	3
L.N.	O2	14	98	9	1	13	81	7	1	8	58	5	0	12	74	6	0
L.H.	O2	9	47	5	3	13	81	7	2	8	58	5	0	9	9	2	0
E.M.	O2	9	47	5	0	11	32	4	-2	8	58	5	1	11	41	5	1
J.Z.	Z	12	85	7	-1	13	81	7	0	8	58	5	0	12	74	6	1
L.H.	Z	10	61	6	1	13	81	7	2	8	58	5	0	10	25	4	0
S.F.	Z	11	74	6	-1	13	81	7	1	8	58	5	0	9	9	2	-1
E.H.	Z	12	85	7	5	12	50	5	-1	8	58	5	0	10	25	4	0
F.N.	Z	7	30	4	4	12	50	5	2	6	7	2	0	11	25	4	4
E.D.	W7	12	85	7	6	13	81	7	5	8	58	5	1	11	41	5	1
M.O.	W7	12	85	7	3	13	81	7	1	8	58	5	0	12	74	6	1
Y.K.	W7	12	85	7	2	12	50	5	1	8	58	5	0	9	9	2	0
H.N.	W7	13	93	8	1	13	81	7	1	8	58	5	0	12	74	6	2
S.J.	W7	12	85	7	0	13	81	7	1	7	11	3	-1	12	74	6	3
SUMME		**254**	**1618**	**147**		**303**	**1691**	**152**		**188**	**1247**	**113**		**250**	**863**	**97**	
MW		**10.58**	**67.42**	**6.13**		**12.63**	**70.46**	**6.33**		**7.83**	**51.96**	**4.71**		**10.42**	**35.96**	**4.04**	
STABW		**1.89**	**21.32**	**1.30**		**0.65**	**17.37**	**1.09**		**0.48**	**16.34**	**0.81**		**1.25**	**26.98**	**1.65**	
XD					**2.13**				**0.92**				**0.17**				**0.71**
SD					**1.96**				**1.41**				**0.70**				**1.55**
t					**5,32**				**3,19**				**1.19**				**2,24**
df					**46**				**46**				**46**				**46**
P					**0,000**				**0,002**				**0,240**				**0,029**

	RW	PR	C		RW	PR	C		RW	PR	C		RW	PR	C						
Kind	18. Additive Zerlegung			Differenz	19. Rechnen mit Objektabbildung			Differenz	20. Addition			Differenz	25. Textaufgaben			Differenz	Summe Rohwert Kernbatterie	Summe C-Wert	Prozentrang PR	T-Wert	Tt
J.N.	6	92	8	5	6	79	7	1	7	73	6	0	8	86	7	5	**65**	**48**	**97**	**68**	**70.38**
M.H.	2	53	5	2	6	79	7	0	6	64	6	4	6	73	6	3	**64**	**48**	**97**	**68**	**70.38**
M.N.	2	53	5	2	5	45	5	2	4	50	5	2	2	26	4	1	**52**	**38**	**62**	**53**	**53.40**
K.K.	2	53	5	1	5	45	5	0	8	79	7	6	6	73	6	5	**64**	**46**	**92**	**64**	**65.85**
R.W.	6	92	8	6	6	79	7	1	8	79	7	8	5	62	6	1	**67**	**49**	**99**	**74**	**77.17**
V.L.R.	2	53	5	2	4	45	5	1	6	64	6	6	5	62	6	3	**54**	**38**	**62**	**53**	**53.40**
E.E.	2	53	5	2	5	45	5	3	2	33	4	2	3	43	5	0	**50**	**36**	**56**	**51**	**51.13**
A.P.	2	53	5	2	5	45	5	2	4	50	5	4	3	53	5	2	**54**	**40**	**71**	**55**	**55.66**
J.P.	3	53	5	3	5	45	5	2	2	33	4	1	4	53	5	3	**53**	**38**	**62**	**53**	**53.40**
Y.B.	2	53	5	1	6	79	7	3	6	64	6	6	5	62	6	5	**59**	**44**	**87**	**61**	**62.46**
T.E.	6	92	8	2	6	79	7	1	8	79	7	2	10	94	8	8	**75**	**55**	**100**	**74**	**77.17**
L.N.	5	79	7	-1	6	79	7	1	8	79	7	4	8	86	7	5	**74**	**55**	**100**	**74**	**77.17**
L.H.	6	92	8	5	6	79	7	2	8	79	7	4	4	53	5	-1	**63**	**46**	**92**	**64**	**65.85**
E.M.	0	15	3	0	5	45	5	1	4	33	4	4	5	62	6	4	**53**	**37**	**59**	**52**	**52.26**
J.Z.	6	92	8	0	6	79	7	0	12	95	8	0	10	94	8	2	**79**	**56**	**100**	**74**	**77.17**
L.H.	4	71	6	3	6	79	7	0	7	73	6	0	7	81	7	1	**65**	**48**	**97**	**68**	**70.30**
S.F.	4	71	6	4	6	79	7	1	7	73	6	6	3	43	5	2	**61**	**44**	**87**	**61**	**62.46**
E.H.	4	71	6	0	6	79	7	0	8	79	7	5	6	73	6	0	**66**	**47**	**94**	**66**	**68.12**
F.N.	0	15	3	0	3	10	2	0	2	33	4	2	4	53	5	4	**45**	**29**	**25**	**43**	**42.07**
E.D.	2	53	5	2	6	79	7	3	1	23	3	0	2	26	4	0	**55**	**43**	**82**	**59**	**60.19**
M.O.	6	92	8	3	6	79	7	2	9	85	7	3	8	86	7	4	**74**	**54**	**100**	**74**	**77.17**
Y.K.	1	39	4	-2	6	79	7	1	6	64	6	3	6	73	6	3	**60**	**42**	**78**	**58**	**59.06**
H.N.	4	71	6	3	6	79	7	0	3	41	5	0	4	53	5	2	**63**	**49**	**99**	**74**	**77.17**
S.J.	5	79	7	3	6	79	7	2	8	79	7	6	6	73	6	2	**69**	**50**	**100**	**74**	**77.17**
SUMME	**82**	**1540**	**141**		**133**	**1589**	**149**		**144**	**1504**	**140**		**130**	**1543**	**141**		**1484**	**1080**	**1998**	**1515**	
MW	**3.42**	**64.17**	**5.88**		**5.54**	**66.21**	**6.21**		**6.00**	**62.67**	**5.83**		**5.42**	**64.29**	**5.88**		**61.83**	**45.00**	**83.25**	**63.13**	
STABW	**2.00**	**22.71**	**1.57**		**0.78**	**19.70**	**1.28**		**2.72**	**20.45**	**1.31**		**2.24**	**19.04**	**1.08**		**8.72**	**6.85**	**19.80**	**9.35**	
XD				**2.00**				**1.21**				**3.25**				**2.67**					
SD				**1.93**				**1.02**				**2.38**				**2.10**					
t				**5,07**				**5,81**				**6,69**				**6,22**					
df				**46**				**46**				**46**				**46**					
P				**0,000**				**0,000**				**0,000**				**0,000**					

Zusatztests Gesamtbatterie

Die Rohwerte der Zusatztests der Gesamtbatterie werden ebenfalls in den Profilbogen übertragen und daraus die Prozentränge ermittelt (siehe Abbildung 19).



Zusatztests Gesamtbatterie: Prozentränge:

Tabelle D-3

Untertest	RW	PR	≤5%	6–10%	11–25%	26–75%	>75%
4. Größenvergleich arabische Zahlen							
13. Ordnen nach numerischer Größe – Bäume							
15. Klassifizieren nach numerischer Größe							
16. Mengeninvarianz							
17. Numerische Inklusion							
21. Unvollständige Addition							
21. Unvollständige Addition: Zeit in Sekunden*							
22. Subtraktion							
26. Kenntnisse arithmetischer Konzepte							
27. Approx. Größenvergleich – Punktmengen							

* siehe Tabelle C-3

Abbildung 19: Ausschnitt Protokollbogen Zusatztests Gesamtbatterie

Mittels Excel-Tabelle werden aus den gewonnenen Werten die Summen, M und SD berechnet (siehe Tabelle 8). Im Protokollbogen können die Prozentränge der Zusatztests jeweiligen Kategorien (≤5; 6-10; 11-25; 26-75 und >75) zugeordnet werden (Abbildung 19).

Tabelle 8: Erfassung der Gesamtbatterie-Zusatzwerte der zweiten Durchführung in einer Excel-Tabelle

Zusatztests Gesamtbatterie:

Kind	Kindergarten	4. Grössenvergleich arabische Zahl RW	PR	Differenz	13. Ordnen nach numerischer Grösse - Bäume RW	PR	Differenz	15. Klassifizieren nach numerischer Grösse RW	PR	Differenz	16. Mengeninvarianz RW	PR	Differenz	17. Numerische Inklusion RW	PR	Differenz	21. Unvollständige Addition RW	PR	Differenz	22. Subtraktion RW	PR	Differenz	27. Approx. Grössenvergleich - Punktmengen RW	PR	Differenz	Summe Rohwert Zusatztests
2. Testdurchlauf 12. - 14.07.16																										
J.N.	K1	18	100	0	2	67	0	1	49	0	4	76	1	3	64	0	4	93	3	4	68	3	6	53	0	**42**
M.H.	K1	9	42	-1	2	67	0	0	14	-2	4	76	1	3	64	0	0	30	0	3	62	2	6	53	0	**27**
M.N.	K1	4	2	-6	1	26	1	1	49	1	0	18	0	3	64	2	0	30	0	2	54	2	6	53	0	**17**
K.K.	K1	13	86	4	1	26	-1	1	49	0	4	76	2	3	64	0	4	93	4	3	62	3	6	53	0	**35**
R.W.	K1	14	91	2	2	67	0	0	14	0	3	49	3	3	64	1	3	84	3	6	84	6	6	53	0	**37**
V.L.R.	K2	10	54	2	1	26	-1	1	49	0	0	18	0	3	64	0	1	66	1	2	54	2	6	53	0	**24**
E.E.	K2	9	42	-2	2	67	0	1	49	0	4	76	4	3	64	3	0	30	0	4	68	4	6	53	1	**29**
A.P.	K2	11	67	3	1	26	0	1	49	1	0	18	0	3	64	0	0	30	0	3	62	3	6	53	0	**25**
J.P.	K2	9	42	-1	2	67	1	1	49	1	0	18	0	1	15	-2	0	30	0	0	16	0	6	53	0	**19**
Y.B.	K2	10	54	3	1	26	1	1	49	-1	0	18	0	3	64	3	0	30	0	5	74	5	6	53	0	**26**
T.E.	O2	12	78	3	2	67	0	1	49	0	4	76	0	3	64	0	4	93	0	4	68	3	6	53	0	**36**
L.N.	O2	13	86	5	2	67	0	1	49	1	4	76	0	3	64	0	3	84	3	4	68	3	6	53	0	**36**
L.H.	O2	8	26	-3	2	67	1	1	49	0	0	18	0	3	64	0	3	84	3	2	54	2	6	53	0	**25**
E.M.	O2	10	54	0	2	67	1	1	49	0	0	18	0	3	64	1	0	30	0	1	41	1	6	53	1	**23**
J.Z.	Z	8	26	0	2	67	1	1	49	0	4	76	1	3	64	0	3	84	-1	8	93	-1	6	53	0	**35**
L.H.	Z	10	54	0	2	67	0	1	49	1	4	76	1	3	64	1	0	30	0	5	74	5	6	53	0	**31**
S.F.	Z	12	78	3	2	67	1	1	49	1	4	76	4	3	64	2	4	93	4	2	54	2	6	53	0	**34**
E.H.	Z	11	67	-1	2	67	0	1	49	1	4	76	1	3	64	0	3	84	-1	3	62	3	6	53	0	**33**
F.N.	Z	10	54	5	1	26	1	1	49	1	2	43	2	1	15	1	0	30	0	0	16	0	6	53	1	**21**
E.D.	W7	12	86	3	2	67	1	2	85	1	0	18	0	3	64	2	0	30	0	1	41	0	6	53	1	**26**
M.O.	W7	14	91	2	2	67	0	2	85	1	4	76	1	3	64	1	4	93	1	6	84	4	6	53	0	**41**
Y.K.	W7	15	95	2	2	67	0	1	49	0	4	76	3	3	64	2	0	30	0	4	68	4	6	53	0	**35**
H.N.	W7	13	86	-4	2	67	0	2	85	2	2	43	-2	3	64	1	2	77	2	3	62	3	6	53	0	**33**
S.J.	W7	10	54	-3	2	67	0	2	85	1	4	76	0	3	64	0	4	93	4	4	68	4	6	53	0	**35**
SUMME		**265**	**1515**		**42**	**1362**		**26**	**1250**		**59**	**1267**		**68**	**1438**		**42**	**1451**		**79**	**1457**		**144**	**1272**		**725**
MW		**11.04**	**63.13**		**1.75**	**56.75**		**1.08**	**52.08**		**2.46**	**52.79**		**2.83**	**59.92**		**1.75**	**60.46**		**3.29**	**60.71**		**6.00**	**53.00**		**30.21**
STABW		**2.82**	**25.39**		**0.44**	**18.14**		**0.50**	**17.94**		**1.86**	**27.10**		**0.56**	**13.83**		**1.78**	**29.22**		**1.92**	**18.37**		**0.00**	**0.00**		**6.81**

XD				**0.67**			**0.29**			**0.42**			**0.92**			**0.75**			**1.08**			**2.63**			**0.17**	
SD				**2.90**			**0.62**			**0.83**			**1.44**			**1.15**			**1.67**			**1.74**			**0.38**	
t				**1,13**			**2,29**			**2,48**			**3,13**			**3,19**			**3,17**			**7,40**			**2,19**	
df				**46**			**46**			**46**			**46**			**46**			**46**			**46**			**46**	
P				**0,263**			**0,026**			**0,016**			**0,003**			**0,002**			**0,002**			**0,000**			**0,033**	

Der Subtest 21 „Unvollständige Addition: Zeit in Sekunden“ konnte nicht wie die anderen Tests anhand von einem Zahlenwert, sondern einem „von bis“ Wert (z.B. 132 – 165 Sek. entsprechen einem *PR* von 6 bis 10) berechnet werden. Da die Berechnung des jeweiligen Durchschnitts zu ungenau erschien, wur-

de genannter Subtest aus den Gesamtberechnungen entfernt. 17 von 21 Kindern (gekennzeichnet mit dem Wert „0“) konnten die Aufgaben des Subtests 21 „Unvollständige Addition“ bei der ersten Testdurchführung nicht lösen bzw. sagten auch nach einer zweiten Einladung, dass sie diese Aufgabe nicht lösen können. Somit fand auch keine Zeitmessung statt, die einem Vergleich gedient hätte.

Spannend sind die Werte des genannten Subtests bei einer Begleitung einzelner Kinder und einer daraus resultierenden Verlaufsdiagnostik. Der Subtest 21 beschränkt sich demnach in dieser Arbeit auf die Anzahl der gelösten unvollständigen Additionen. Die Zeitberechnung wird in die Auswertungen nicht mit einbezogen. Der Subtest 26 „Kenntnisse arithmetischer Konzepte“ wurde aus zeitlichen Gründen sowie den für die Arbeit weniger relevanten Aussagen weggelassen.

5.2.3 Auswertungstechnik

Die Erfassung der Werte erlaubt nun differenzierte Vergleiche zwischen einzelnen Tests sowie Leistungsgruppen. Die Ergebnisse von den Pretests können mit solchen des Posttests verglichen werden. Dazu werden die Effektstärken (d) aus den Mittelwerten und Standardabweichungen mit Hilfe vorgegebener Tabellen der Internetseite psychometrica.de, bereitgestellt von Lenhard & Lenhard (2016), auf Grundlage des Rohwerts berechnet. Zusätzlich werden aus den in der Excel-Tabelle erfassten Daten Diagramme erstellt, um die Entwicklungen im Vergleich der Pre- und Posttests bildlich darstellen zu können. Veränderungen in Skalenwerten werden mittels statistischer Verfahren auf Signifikanz geprüft.

d	r*	η^2	Interpretation nach Cohen (1988)	Interpretation nach Hattie (2007)
< 0	< 0	-	negativer Effekt	
0.0	.00	.000	kein Effekt	Developmental effects
0.1	.05	.003		
0.2	.10	.010	kleiner Effekt	Teacher effects
0.3	.15	.022		
0.4	.2	.039		Zone of desired effects
0.5	.24	.060	mittlerer Effekt	
0.6	.29	.083		
0.7	.33	.110		
0.8	.37	.140	großer Effekt	
0.9	.41	.168		
≥ 1.0	.45	.200		

Abbildung 20: Überblick der Effektstärken nach Cohen und Hattie (Lenhard & Lenhard, 2016)

Die vorliegenden Daten werden aufgrund ihrer aus dem Vergleich hervorgehenden Effektstärken nach Cohen (vgl. Abbildung 20) berechnet und eingeteilt. Für d werden folgende Intervalle angegeben: 0.0 – 0.1: kein Effekt; 0.2 – 0.4: kleiner Effekt; .0.5 – 0.7: mittlerer Effekt; 0.8 und höher: grosser Effekt.

Inferenzstatistische Auswertung

Um eine inferenzstatistische Auswertung zu ermöglichen, wurden zudem die Differenzen der jeweiligen Rohwerte mit den daraus erfolgenden M und SD sowie mit Hilfe des online t-Test-Rechners (Hemmerich, 2011 - 2016) die Werte p (Wahrscheinlichkeit), df (Freiheitsgrad) und t berechnet (siehe Tabellen 7 und 8 sowie Anhang 9.17).

Signifikanz

Zur statistischen Überprüfung von Veränderungen werden t-Tests für abhängige (oder auch gepaarte) Stichproben durchgeführt. In der Regel wird der abhängige t-Test dann verwendet, wenn ein Wert „vorher“ (ohne Intervention) mit einem Wert „nachher“ (mit Intervention) verglichen werden soll und die Stichproben (n) identisch sind (vgl. Hemmerich, 2011-2016), was in vorliegender Erhebung zutrifft. Für die t-Test-Berechnung wird der „Mittelwert der Differenzen aller Wertepaare“ (X_D), „die Standardabweichung der Differenz in der Grundgesamtheit“ (S_D) und „Anzahl der Wertepaare“ (n) ermittelt (Kuckartz, Rädiker, Ebert & Schehl, 2013, S. 171f.). Mit den resultierenden Ergebnissen können mit Hilfe des online-t-Test-Rechners nach Hemmerich (2011 – 2016; vgl. Abbildung 21) die Werte t (t-Wert), df (Freiheitsgrade) und p (Wahrscheinlichkeit) berechnet werden. Bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% ist ein p-Wert von < .05 als signifikant zu bezeichnen.

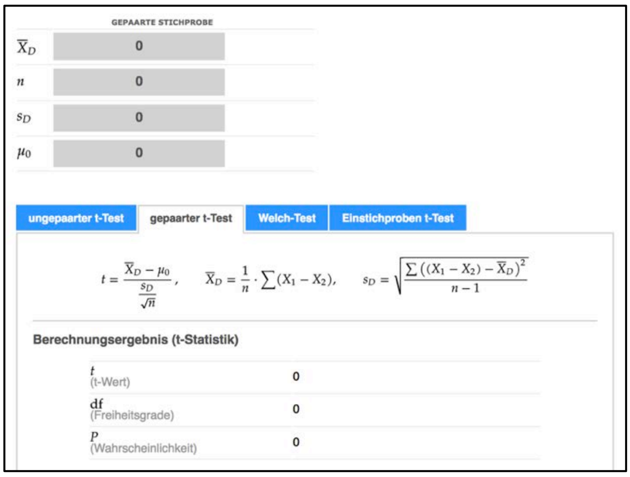


Abbildung 21: t-Test-Rechner für gepaarte Stichproben (Hemmerich, 2011 - 2016)

5.2.4 Methodenkritik

Testdurchführung

Beachtung zu schenken ist dem Abstand zwischen den beiden Testdurchführungen von fast genau 3 Monaten. Empfohlen wird ein Mindestabstand von einem halben Jahr, um Übungseffekte durch wiederholte Untersuchungen zu minimieren (Mann, Fischer & Nürk, 2013). Ein halbes Jahr entspricht auch den Normierungsgruppen, welche in Halbjahresabständen vorhanden sind. Demnach kann es möglich sein, dass Kinder bei der zweiten Testdurchführung von der ersten Testdurchführung profitieren konnten, da der Abstand zu gering war und sie sich an Inhalte erinnern konnten. Dies kann jedoch nicht nachgewiesen werden.

MzZ

Kritisch zu betrachten ist die Gruppengrösse bei der Durchführung der Fördereinheit MzZ. Die empfohlene Gruppengrösse von maximal sechs Kindern wurde von den Lehrpersonen nachweislich nicht eingehalten und die Fördereinheit wurde in grösseren Gruppen durchgeführt. Da dies die Vermutung zulässt, dass bei einer kleineren Gruppengrösse der Effekt grösser hätte sein können, kann dies auf die

Auswertung die Konsequenz haben, dass die Werte durch die Ungenauigkeit bezüglich der Gruppengrösse geringer ausgefallen sind als eventuell möglich.

Regelspiele

Die Spiele wurden detailliert beschrieben (mündlich und schriftlich), deren Regeln den Lehrpersonen an einem Treffen zusätzlich erläutert und die Aufforderung nach dreimal 20-minütiger Spielzeit pro Woche wurde klar kommuniziert. Trotz dieser Vorbereitung ist davon auszugehen, dass die Vorgaben nicht immer eingehalten werden konnten. Teilweise wurde dies von den Lehrpersonen mitgeteilt oder konnte beobachtet werden. Gespräche mit einzelnen Lehrpersonen und engere Begleitungen fanden statt, um die Vorgaben so gut wie möglich umzusetzen hinsichtlich der erneuten Testung.

5.3 Die Befragung mittels Fragebogen nach Beendigung der Fördereinheit

Ein Fragebogen diente dazu, die Lehrpersonen nach Beendigung der Durchführungsphase schriftlich zu befragen. Diese Form der schriftlichen Befragung wurde anstelle eines Interviews hinsichtlich der bevorstehenden Sommerferien von den Lehrpersonen gewünscht. Der Fragebogen wird verstanden als schriftliches Messinstrument für Einzel- oder Gruppenverfahren zur Erhebung von Erlebens- und Verhaltensdaten. (vgl. Büttner, 2008, S. 282). In der Fachliteratur wird immer wieder darauf hingewiesen, dass der Fragebogen zwar als rasches, ökonomisches und „problemlos administrierbares Instrument der Datensammlung“ verstanden wird, das wenig Zeit in Anspruch nimmt – dieser Eindruck jedoch trügerisch ist (Altrichter & Posch, 2007, S. 168; Büttner, 2008). Der sogenannten Brauchbarkeit eines Fragebogens muss grosse Beachtung geschenkt werden, welche massgeblich von der Qualität der Fragen abhängt (ebd.).

5.3.1 Erhebungstechnik

Eine schriftliche Befragung gleicht einem formalisierten Interview. Ein wichtiger Unterschied zu einem Interview liegt darin, dass der Fragende nicht unmittelbar auf die Antworten des Befragten reagieren kann. Nachfragen sowie Präzisierungen von Fragen sind nicht möglich (vgl. Altrichter & Posch, 2007). Dies unterstreicht die Wichtigkeit hinsichtlich der Qualität der Fragen (ebd.). Unterschieden wird zwischen offenen Fragen, welche das Antworten anhand eigener formulierter Sätze ermöglichen und geschlossenen Fragen, bei denen aus vorgegebenen Möglichkeiten gewählt und angekreuzt werden kann (Büttner, 2008; Mummendey & Grau, 2008). Da die in dieser Studie befragten Personen der Verfasserin bekannt sind und keine Anonymität des Fragebogens besteht, kann bei Unsicherheit und allfälligem Wunsch nach Präzisierung mündlich nachgefragt werden. Um den Fragebogen so aussagekräftig wie möglich zu gestalten, wurden folgende Überlegungen nach Altrichter und Posch (2007) und Mummendey und Grau (2008) gewichtet:

Ausgangssituation:

Wozu werden Antworten gebraucht? Was soll anhand des Fragebogens beantwortet werden? Je präziser das Wissen darüber, was erfragt werden soll, vor der Konstruktion des Fragebogens ist, desto strukturierter können die Fragen formuliert und die Auswertung im Anschluss vereinfacht werden (Altrichter & Posch, 2007). Die Art und Weise des „sprachlichen Materials“ hat einen Einfluss auf die Reakti-

on/Beantwortung des Gegenübers. Es muss entschieden werden, in welcher Form die Fragen und demnach auch die Antworten erfolgen sollen (Mummendey & Grau, 2008).

Konstruktion von Fragen:

Bei der Konstruktion des Fragebogens muss laut Altrichter und Posch (2007) beachtet werden, dass die Fragen zielgerichtet und auf den Inhalt bezogen sind. Die Fragen sollten verständlich sein und beinhalten zusätzliche klärende Informationen. Eine Frage sollte lediglich eine einzige Aussage enthalten. Dies im Hinblick darauf, dass Antworten auf zwei oder mehr Aussagen in der Fragestellung nicht mehr konkret einer Aussage zugeordnet werden können. Die Fragen müssen verständlich formuliert sein. Weiter ist zu beachten, dass die Formulierung einer Frage nicht suggestiv ausfällt. Entschieden werden muss zudem, in welcher Form die Antworten erfolgen sollen. Kreuzen die Befragten eine oder mehrere Vorgaben an oder werden freie Antworten formuliert? Bei der Abfolge der Fragen sollte beachtet werden, ob die Beantwortung von Fragen durch vorangehende Fragen beeinflusst werden kann. Es wird empfohlen, zu Beginn eher objektive Informationen (Faktenfragen) und erst zu einem späteren Zeitpunkt subjektive Informationen (Einstellungen, Gefühlslagen usw.) zu erfragen (ebd.).

5.3.2 Aufbereitungstechnik und Auswertungstechnik

Da es sich bei der vorliegenden Befragung (Fragebogen im Anhang 9.21) nicht um ein quantitatives Erhebungsverfahren handelt und nur fünf Lehrpersonen befragt wurden, sind die gegebenen Antworten qualitativ ausgewertet worden. Eine Kindergartenlehrperson konnte zur Fördereinheit MzZ keine Aussagen machen da in ihrem Kindergarten die Förderung durch die Testleiterin durchgeführt wurde. In einem weiteren Kindergarten wurde die MzZ-Förderung zwar nicht von der Lehrperson getätigt, konnte jedoch von ihr durch das vorhandene Setting beobachtet werden.

Die Aussagen der Lehrpersonen wurden miteinander verglichen, Gemeinsamkeiten sowie Unterschiede betrachtet und als Sicht einzelner Lehrpersonen bewertet. Die Beobachtungen der Testleiterin, welche während des MzZ-Trainings gemacht wurden, fliessen in die Auswertung mit ein, werden jedoch klar erkennbar von den Ansichten der Lehrpersonen getrennt.

5.3.3 Methodenkritik

Ob der Beantwortende die Fragen so versteht wie vom Fragenden beabsichtigt, kann mittels Fragebogen nicht direkt kontrolliert werden. Antworten können durch Faktoren, die dem Antwortenden nicht oder nur teilweise bewusst sind, verzerrt werden. Beispielsweise können Einstellungen und Gefühle in die Beantwortung mit einfliessen. Dies kann gerade bei nicht anonymisierten Fragebögen, wie in vorliegender Arbeit vorherrschend, der Fall sein. Gedanken darüber, wie der Fragesteller die Antworten bewerten könnte, beeinflussen die Beantwortung der gestellten Fragen. Auch wenn dies in einem Interview ebenso geschehen kann, ist es durch den direkten Kontakt (die Interaktion) allenfalls leichter erkennbar (Altrichter & Posch, 2007; Mummendey & Grau, 2008).

6 Auswertung / Interpretation der Ergebnisse

Das vorliegende Kapitel widmet sich der Auswertung und Darstellung der Testergebnisse und damit der Beantwortung der Fragestellungen, welche diesem Forschungsprojekt zugrunde liegen.

6.1 Auswertung der Testergebnisse

Die Auswertungen der Testergebnisse wurden wie beschrieben aufgearbeitet und die Effektstärken aus den Vergleichen ermittelt. Die Tabelle 9 gibt Aufschluss über die Vergleiche der Testauswertungen vor (Pretests) und nach (Posttests) der Durchführung mit der gesamten Gruppe (n = 24). In der Spalte *d* wurde die Effektstärke, in Spalte p die Wahrscheinlichkeit, in Spalte df der Freiheitsgrad ($(n \times 2) - 2$) und in der letzten Spalte der t-Wert berechnet.

Tabelle 9 : Auswertungstabelle der gesamten Gruppe Pre- und Posttests

		Pre		Post					
Test	**Kernbatterie**	**M**	**SD**	**M**	**SD**	***d***	***p***	***df***	**t-Wert**
		T1		**T2**					
1	Zählprinzipien	8.46	2.70	10.58	1.89	0.91	0,000	46.00	5,32
2	Abzählen	11.71	1.20	12.63	0.65	0.95	0,002	46.00	3,19
3	Entscheidung arabische Zahl	7.67	0.92	7.83	0.48	0.23	0,240	46.00	1,19
5	Entscheidung Zahlwort	9.71	1.23	10.42	1.25	0.57	0,029	46.00	2,24
18	Additive Zerlegung	1.42	1.91	3.42	2.00	1.03	0,000	46.00	5,07
19	Rechnen mit Objektabbildung	4.33	1.24	5.54	0.78	1.17	0,000	46.00	5,81
20	Addition	2.75	3.03	6.00	2.72	1.13	0,000	46.00	6,69
25	Textaufgaben	2.75	2.03	5.42	2.24	1.25	0,000	46.00	6,23
	Zusatztests Gesamtbatterie								
4	Grössenvergleich arabische Zahl	10.38	2.92	11.04	2.82	0.23	0,263	46.00	1,13
13	Ordnen nach numerischer Grösse - Bäume	1.46	0.72	1.75	0.44	0.49	0,026	46.00	2,29
15	Klassifizieren nach numerischer Grösse	0.67	0.64	1.08	0.50	0.73	0,016	46.00	2,48
16	Mengeninvarianz	1.54	1.69	2.46	1.86	0.52	0,003	46.00	3,13
17	Numerische Inklusion	2.08	1.10	2.83	0.56	0.86	0,002	46.00	3,19
21	Unvollständige Addition	0.67	1.43	1.75	1.78	0.67	0,002	46.00	3,17
22	Subtraktion	0.67	1.86	3.29	1.92	1.39	0,000	46.00	7,40
27	Approx. Grössenvergleich - Punktmengen	5.83	0.38	6.00	0.00	0.63	0,033	46.00	2,19
	Zählprinzipien detailliert								
1	Zählprinzipien vorwärts zählen	3	1	4	0	1.41	0.000	46.00	4.89
1	Zählprinzipien weiterzählen / rückwärts zähl.	5	2	6	1	0.63	0.018	46.00	2.45
1	Zählprinzipien Zählen in Schritten	1	1	1	1	0	1.000	46.00	0.00
	Abzählen detailliert								
1	Abzählen Zählakt	6	1	6	0	0	1.000	46.00	0.00
1	Abzählen Nennung Anzahl	6	1	7	0	1.41	0.000	46.00	4.89

Die Tabelle 9 zeigt rot eingefärbt die kleinen Effekte, blau die mittleren Effekte und grün die grossen Effekte nach Cohen (Lenhard & Lenhard, 2016). Aus der Spalte p können die statistisch signifikanten Werte (p < .05) identifiziert werden (vgl. Kapitel 5.2.3). Die in dieser Arbeit verzeichneten signifikanten Werte zeigen eine Zeitwertsignifikanz. Das bedeutet, dass sich signifikante Veränderungen desselben Konstrukts (n) zwischen zwei unterschiedlichen Zeitpunkten hin zeigen, nicht jedoch im Vergleich zwischen zwei Konstrukten (beispielsweise einer Förder- und Kontrollgruppe). Demnach können signifikante Veränderungen aufgezeigt werden, jedoch kann nicht abschliessend beurteilt werden, weshalb sich diese Veränderungen zeigen.

Während im Anhang 9.18 ein detaillierter Auszug aus dem Manual des TEDI-MATH-Test zu sehen ist, welcher aufzeigt, welche Kompetenzen die jeweiligen Subtests überprüfen, werden nachfolgend die Ergebnisse der Kernbatterie und der Zusatztests der Gesamtbatterie beschrieben.

Kernbatterie

Die Kinder haben in sieben von acht Subtests der Kernbatterie statistisch signifikante Fortschritte erzielt. Einzig im Subtest „Entscheidung arabische Zahl“ haben sie sich nicht wesentlich verbessert. Die grössten Fortschritte (Effekte grösser als d = 0.8) haben die Kinder in den Subtests „Zählprinzipien“, „Abzählen“, „Additive Zerlegung“, „Rechnen mit Objektabbildung“, „Addition“ und „Textaufgaben“ erreicht. Mittlere Effektgrössen (0.5 – 0.7) zeigen sich beim Subtest „Entscheidung Zahlwort“.

Detaillierte Ergebnisse

Der Subtest „Entscheidung arabische Zahl“ verzeichnet eine Effektstärke d = .23, welche nach Cohen (Lenhard & Lenhard, 2016) einem kleinen Effekt entspricht. Eine statistische Signifikanz (t = 1.18, df = 46, p = .24) ist nicht gegeben. Der kleine Effekt kann dahingehend erklärt werden, dass 20 von 24 Kindern bereits bei der 1. Erhebung die volle Punktzahl erreichen konnten und so keine grosse Steigerung zu erwarten war. Dass dennoch ein Effekt gemessen wurde, kann daran liegen, dass zwei Kinder bei der 1. Erhebung sehr schlecht abgeschnitten haben und die Punktevergabe in der Bewertungsskala bei bereits zwei falschen Items (von 12) rapide abnimmt. In der 2. Erhebung haben die zwei genannten Kinder viel bessere Werte erlangen können.

Der Subtest „Zählprinzipen“ zeigt in der Gesamtheit aller Items einen statistisch signifikanten Wert (t = 5.32, df = 46, p < .001) und eine grosse Effektstärke von d = .91. Der Subtest „Zählprinzipien“ wird für eine genaue Zuordnung zu den ZGV-Ebenen (siehe Tabellen 10 und 11) in die Items „zählen“, „weiterzählen / rückwärts zählen“ und „zählen in Schritten“ aufgeteilt. Eine statistische Signifikanz ist in den Items „zählen“ (t = 4.89, df = 46, p < .001) und „weiterzählen / rückwärts zählen“ (t = 2.44, df = 46, p = .018) zu verzeichnen. Keinen statistisch signifikanten Wert (t = .00, df = 46, p = 1.00) zeigt das Item „Zählen in Schritten“.

Die Leistungsverbesserungen der Kinder im Subtest „Abzählen“ sind statistische Signifikant (t = 3.19, df = 46, p < .001) und zeigen eine grosse Effektstärke von d = .95. Auch genannter Subtest wird in die Items „Nennung Zahl“ und „Zählakt“ aufgeteilt, um sie den ZGV-Modell-Ebenen zuordnen zu können (siehe Tabellen 10 und 11) Bei detaillierter Betrachtung sind die Leistungsverbesserungen der Items „Nennung Zahl“ statistisch signifikant (t = 4.89, df = 46, p = <.001). Die Items „Zählakt“ ergeben keine signifikante Leistungssteigerung (t = .00, df = 46, p = 1.00).

Die Verbesserungen im Subtest „Additive Zerlegung“ sind statistisch signifikant (t = 5.07, df = 46, p = <.001). Die Fortschritte zeigen sich in der grossen Effektstärke d = 1.03. Der beim Subtest „Rechnen mit Objektabbildung“ erreichte Zuwachs von d = 1.17 entspricht einem grossen Effekt nach Cohen. Die statistische Signifikanz (t = 5.81, df = 46, p = <.001) ist gegeben. Beim Subtest „Addition“ erreichten die Kinder eine grosse Effektstärke von d = 1.13 und statistisch signifikante Werte (t = 6.68, df = 46, p = <.001). Protokolliert wurde neben der Bearbeitungsgenauigkeit somit auch die Bearbeitungsgeschwindigkeit. Qualitativ betrachtet kann bei einem Kind, welches sehr lange für die Lösungsfindung braucht, davon ausgegangen werden, dass zeitaufwändige Lösungsschritte vollzogen wurden. Es zeigen sich Hinweise auf eventuell vorhandene operationsspezifische Rechenschwierigkeiten (vgl. Kaufmann et al., 2009). Gleiches gilt für den Subtest „Subtraktion“ (siehe die Ergebnisse der Zusatztests

Gesamtbatterie). Der letzte Subtest der Kernbatterie „Textaufgaben“ verzeichnet eine statistische Signifikanz (t = 6.22, df = 46, p <.001) und somit eine grosse Leistungssteigerung, welche anhand der Effektstärke d = 1.25 bestärkt wird. Einen grossen Einfluss auf die Lösungswahrscheinlichkeit hat die sprachliche Formulierung von Textaufgaben (vgl. Krajewski, 2008b, S. 292). Zur Förderung solcher sprachlicher Herausforderungen können so genannte Vergleichsfragen (Differenzbestimmung) verwendet werden, welche die Begriffe *weniger/mehr* beinhalten („Wie viele hast du *weniger/mehr* als ich?“) (ebd.).

Eine mittlere Effektstärke d = .57 zeigt der Subtest „Entscheidung Zahlwort“. Die Leistungsverbesserungen der Kinder sind statistisch signifikant (t = 2.24, df = 46, p = .03).

Zusatztests Gesamtbatterie

Die Kinder haben zudem in sieben von acht Subtests der Zusatztests der Gesamtbatterie statistisch signifikante Fortschritte erzielt. Lediglich im Subtest „Grössenvergleich arabische Zahl“ zeigen die Kinder keine nennenswerte Verbesserung. Grosse Fortschritte (Effekte grösser als d = 0.8) zeigen die Kinder in den Subtests „Numerische Inklusion“ und „Subtraktion“. Mittlere Effekte (0.5 – 0.7) erreichten die Kinder in den Subtests „Ordnen nach numerischer Grösse – Bäume“, „Klassifizieren nach numerischer Grösse“, „Mengeninvarianz“, „Unvollständige Addition“ und „Approx. Grössenvergleich – Punktmengen“

Detaillierte Ergebnisse

Die Effektstärke von d = .23 im Subtest „Grössenvergleich arabische Zahl“ wird als kleiner Effekt nach Cohen (Lienhard & Lienhard, 2016) gewertet. Auch zeigt sich keine statistische Signifikanz (t = 1.13, df = 46, p = .26). Die Kinder sahen jeweils ein-, zwei- und mehrstellige Zahlenpaare und mussten entscheiden, welche der beiden grösser ist (Grössenverständnis arabischer Zahlen). Abgebrochen wurde nach fünf aufeinanderfolgenden Fehlern. Nur vier der Aufgaben beinhalteten einstellige Zahlen, bereits ab der 5. Aufgabe wurden zweistellige Zahlen gezeigt. Auch wenn die Kinder die Zahlen nicht kennen, werden sie aufgefordert, zu raten. Somit spielt der Zufall mit, der nichts mit einer tatsächlichen Unterscheidungsfähigkeit zwischen den abgebildeten Zahlen zu tun haben muss aber widerspiegeln soll, wie gut das intuitive Zahlenverständnis ist (Kaufmann et al., 2009). Spannend ist die Aufgabe in der qualitativen Betrachtung einzelner Kinder. So gab es beispielsweise einen Jungen, der in beiden Tests die 18 Items fehlerlos lösen und jeweils die korrekte Zahl als „die Grössere“ bezeichnen konnte.

Der Subtest „Numerische Inklusion“ ist statistisch signifikant (t = 3.19, df = 46, p = .002) und zeigt den Leistungszuwachs durch die grosse Effektstärkte von d = .86. Die Veränderungen in den Leistungen der Kinder im Subtest „Subtraktion“ sind statistisch signifikant (t = 7.40, df = 46, p = <.001). Die Fortschritte sind mit einer Effektstärke von d =1.39 als gross zu bezeichnen.

Im Subtest „Ordnen nach numerischer Grösse – Bäume“ erreichten die Kinder eine mittlere Effektstärke d = .73 und statistisch signifikante Werte (t = 2.29, df = 46, p = .026). Die Leistungsverbesserung der Kinder beim Subtest „Klassifizieren nach numerischer Grösse“ ist statistisch signifikant (t = 2.47, df = 46, p = .016). Mit einer Effektstärke von d = .73 sind mittlere Fortschritte zu verzeichnen. Beim Subtest „Mengeninvarianz“ wurde eine mittlere Effektstärke von d = .52 erreicht sowie eine statistische Signifi-

kanz (t = 3.12, df = 46, p = .003) verzeichnet. Weiter wurde beim Subtest „Unvollständige Addition“ eine mittlere Effektstärke von d = .67 gemessen. Die Leistungsverbesserungen sind statistisch signifikant (t = 3.17, df = 46, p = .002). Es konnte beobachtet werden, dass die Kinder bei der 2. Erhebung weniger schnell aufgaben oder verbal äusserten, dass die Aufgabe nicht lösbar sei. Es schienen zudem Strategien vorhanden zu sein, um die unvollständigen Additionen lösen zu können. Der letzte Subtest „Approx. Grössenvergleich – Punktmengen“ verzeichnet eine mittlere Effektstärke von d = .63 und eine statistische Signifikanz (t = 2.19, df = 46, p = .033). Nur vier von 24 Kindern benannten bei der 1. Erhebung nur fünf der Items korrekt und erlangten daher weniger Punkte. In der 2. Erhebung wurden die Aufgaben von allen getesteten Kindern korrekt gelöst. Kritisiert werden kann bei diesem Subtest nach Lonnemann et al. (2013), dass die Anzahl der Aufgaben für eine valide Messung mit 6 Items zu gering ausfällt.

Zuordnung der Subtests zum ZGV-Modell

Garrote et al. (2015) teilten in einer Querschnittstudie zu den mathematischen Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung die Subtests des TEDI-MATH den Ebenen des ZGV-Modells zu. In Anlehnung an diese Auflistung wurde nachfolgende Tabelle 10 erstellt. Die Subtests, welche in der Testbatterie des zweiten Kindergartenjahres (IKG_2) noch nicht enthalten sind, wurden weggelassen. Die Farben orientieren sich an den Effektstärken in Bezug auf den Vergleich vorher/nachher der gesamten getesteten Gruppe.

Tabelle 10: Zuordnung der Subtests zu den ZGV-Modell-Ebenen in Anlehnung an Garrote et al. (2015)

Die drei Ebenen des ZGV-Modells		Nr.	Titel Untertest	*d*	M*d*	Bemerkungen
Kompetenzebene 1 (Basisfertigkeiten)		3	Entscheidung arabische Zahl	0.23	0.66	
		5	Entscheidung Zahlwort	0.57		
		27	Approx. Grössenvergleich - Punktmengen	0.63		
		2	Abzählen	0.95		Zählakt
		1	Zählprinzipien	0.91		vorwärts zählen bis 9
Kompetenzebene 2 (Anzahlkonzept)	unpräzise Grössenrepräsentation unpräzises Anzahlkonzept	4	Grössenvergleich arabische Zahl	0.23	0.76	
		2	Abzählen	0.95		Nennung Anzahl
	präzise Grössenrepräsentation präzises Anzahlkonzept	19	Rechnen mit Objektabbildung	1.17		
		17	Numerische Inklusion	0.86		
		13	Ordnen nach numerischer Grösse - Bäume	0.52		
		1	Zählprinzipien	0.91		Weiterzählen/Rückwärtszählen
		1	Zählprinzipien	0.91		Zählen in Schritten
		15	Klassifizieren nach numerischer Grösse	0.73		
		16	Mengeninvarianz	0.52		
Kompetenzebene 3 (Anzahlrelationen)	Grössenrelation	18	Additive Zerlegung	1.03	1.09	
	Rechnen	20	Addition	1.13		
		21	Unvollständige Addition	0.67		
		22	Subtraktion	1.39		
		25	Textaufgaben	1.25		

Die Subtests „Abzählen“ und „Zählprinzipien“ werden von Garrote et al. (2015) in ihren Items der ersten und zweiten Kompetenzebene des ZGV-Modells sowie in der zweiten Kompetenzebene dem präzisen bzw. unpräzisen Anzahlkonzept (der präzisen bzw. unpräzisen Grössenrepräsentation) zugeteilt. Aus diesem Grund werden die Effektstärken der Testergebnisse zudem nach Items berechnet, damit diese nicht mit dem errechneten Gesamtwert für den Subtest (z.B. d = 0.95 für den Subtest „Abzählen“ vgl. Tabelle 10), sondern den Berechnungen der Items entsprechend (z.B. „Abzählen Zählakt“ und „Abzäh-

len Nennung Zahl“) zugeteilt werden können (siehe Tabelle 11). Das heisst, dass die Subtests „Abzählen“ und „Zählprinzipien“ nun mit je zwei und drei unterschiedlichen Werten verzeichnet sind.

Tabelle 11: Zuordnung der Subtests zu den ZGV-Modell-Ebenen mit berechneten Items in Anlehnung an Garrote et al. (2015)

Die drei Ebenen des ZGV-Modells		Nr.	Titel Untertest	*d*	M*d*	Bemerkungen
Kompetenzebene 1 (Basisfertigkeiten)		3	Entscheidung arabische Zahl	0.23	0.57	
		5	Entscheidung Zahlwort	0.57		
		27	Approx. Grössenvergleich - Punktmengen	0.63		
		2	Abzählen	0		Zählakt
		1	Zählprinzipien	1.41		vorwärts zählen bis 9
Kompetenzebene 2 (Anzahlkonzept)	unpräzise Grössenrepräsentation unpräzises Anzahlkonzept	4	Grössenvergleich arabische Zahl	0.23	0.67	
		2	Abzählen	1.41		Nennung Anzahl
	präzise Grössenrepräsentation präzises Anzahlkonzept	19	Rechnen mit Objektabbildung	1.17		
		17	Numerische Inklusion	0.86		
		13	Ordnen nach numerischer Grösse - Bäume	0.52		
		1	Zählprinzipien	0.63		Weiterzählen/Rückwärtszählen
		1	Zählprinzipien	0		Zählen in Schritten
		15	Klassifizieren nach numerischer Grösse	0.73		
		16	Mengeninvarianz	0.52		
Kompetenzebene 3 (Anzahlrelationen)	Grössenrelation	18	Additive Zerlegung	1.03	1.09	
	Rechnen	20	Addition	1.13		
		21	Unvollständige Addition	0.67		
		22	Subtraktion	1.39		
		25	Textaufgaben	1.25		

Zudem werden die Subtests, welche das Operieren mit Zahlen und Mengen beinhalten, von Garrote et al. (2015) nicht dem Modell zugeteilt, sondern losgelöst dem Thema „Rechnen“ zugeschrieben. Die Aufgaben, welche Rechnungen beinhalten, wurden in den abgebildeten Tabellen 10 und 11 der dritten Kompetenzebene zugeordnet, da Schneider et al. (2013) im Erwerb von Ebene-3-Kompetenzen die Fähigkeit sehen, „Zahlen in ihrer vollständigen Semantik zum Rechnen zu benutzen“ (ebd., S. 31). Garrote et al. (2015) ordnen den Subtest „Mengeninvarianz“ nicht dem ZGV-Modell zu, da hierbei laut den Autoren Kompetenzen vermischt werden (visueller Mengenvergleich und Zählkompetenzen). Krajewski et al. (2008b) schliessen das Verständnis der Mengeninvarianz („dass ohne Wegnehmen und Hinzufügen die Anzahl unverändert bleibt“) in die zweite Ebene des ZGV-Modells ein und ordnen es dem präzisen Anzahlkonzept zu (ebd., S. 93; vgl. auch Krajewski, 2013; Schneider et al., 2013; Kapitel 2.4.3).

6.2 Beantwortung der Fragestellungen

6.2.1 Fragestellung 1

Inwieweit zeigt sich eine Entwicklung der mathematischen Kompetenzen von Kindern im 2. Kindergartenjahr anhand von geführten Lektionen und Regelspielen?

Oben beschriebene Ergebnisse zeigen eine gesamthaft gesehen recht grosse Entwicklung der mathematischen Kompetenzen zwischen den beiden Erhebungen, betrachtet man die aus den Erhebungen hervorgegangenen Effektstärken und die resultierenden signifikanten Ergebnisse (vgl. Kapitel 6.1). Im Vergleich vorher/nachher ausgehend von der Rohwert-Summe der gesamten getesteten Gruppe von 24 Kindern ergibt sich eine Effektstärke d von 1.37 beim Berechnen der Kernbatterie und eine Effektstärke d von 1.04 beim Berechnen der Werte der Zusatztests der Gesamtbatterie (siehe Abbildung 22). Es handelt sich also zweimal um grosse Effekte nach Cohen, weil sie grösser sind als 0.8 (Lenhard & Lenhard, 2016).

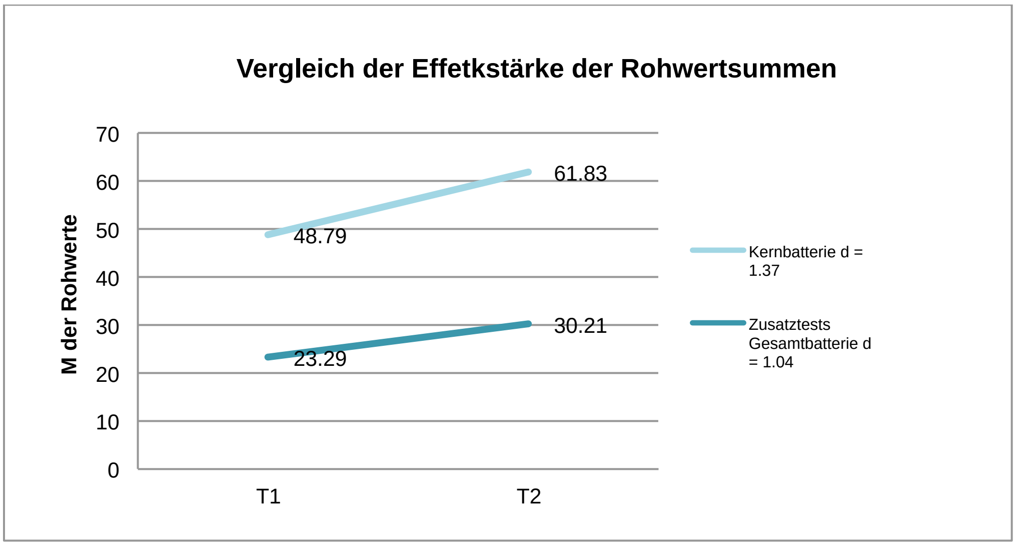


Abbildung 22: Vergleich der Effektstärken der gesamten Gruppe (Rohwerte)

Teilfrage 1.1

Wenn Entwicklungen sichtbar werden - in welchen Bereichen zeigen sich Fortschritte und inwiefern lassen sich die (Teil)Bereiche untereinander vergleichen?

Es lässt sich anhand der Effektstärken und signifikanten Werte aufzeigen, in welchen Bereichen Fortschritte erzielt wurden und wie gross diese jeweils ausfallen. In Kapitel 6.1 wurden die Auswertungen bereits detailliert dargestellt und im Anhang 9.19 und 9.20 finden sich entsprechende Diagramme.

Die Frage nach einem Vergleich der Teilbereiche kann sich anhand der Tabelle „Zuordnung der Subtests zu den ZGV-Modell-Ebenen" (Tabelle 10) beantworten lassen. Es zeigt sich, dass es in den Kompetenzebenen 2 und 3 gesamthaft grössere Effekte (blau „mittel" und grün „gross") gab als in der Kompetenzebene 1. Dies kann unterschiedlich begründet werden. Zum Einen kann bezugnehmend auf Erläuterungen in Kapitel 6.1 davon ausgegangen werden, dass viele Items der nun in die Kompetenzebene 1 eingeteilten Subtests („Approx. Grössenvergleich – Punktmengen" / „Entscheidung arabische Zahl") bereits bei den ersten Erhebungen von einem Grossteil der Kinder korrekt beantwortet werden konnte und keine all zu grossen Entwicklungen zu erwarten waren. Man könnte die Werte auch dahingehend interpretieren, dass viele der Kinder, welche kurz vor dem Schuleintritt standen, sich bereits mathematische Basiskompetenzen angeeignet hatten und deshalb eher auf der Kompetenzebene 2 und 3 an Wissen zulegten, was sich in den grösseren Effektstärken niederschlägt. Den Berechnungen kann zudem entnommen werden, dass die Bereiche „Abzählen" und „Zählprinzipien" grosse Effektstärken aufwiesen, welche zu den Ebenen 1 und 2 des ZGV-Modells (vgl. Tabellen 10 und 11) zählen.
Wie verändert sich das vorangehende Bild der Ergebnisse, hebt man durchschnittlich bis stark begabte Kinder (bezogen auf die erste Erhebung) von eher schwächeren Kindern ab? Diesem Sachverhalt wird anhand der zweiten Fragestellung nachgegangen.

Teilfrage 1.2

Zeigt sich gesamthaft und in (Teil)Bereichen ein Unterschied in der Effektstärke zwischen im Pretest schwächeren und durchschnittlich bis höher eingestuften Kindern?

Um einen möglichen Unterschied zwischen im Pretest schwächeren und durchschnittlich bis höher eingestuften Kindern machen zu können, wurde anhand des Profilbogens des TEDI-MATH der Grenzwert bei 45 Punkten (T-Wert) festgelegt. Zwischen 45 und 55 Punkten befinden sich die altersadäquaten und angrenzend dazu die grenzwertigen Leistungen (Kaufmann et al., 2009). Somit werden 8 Kinder der schwächeren Gruppe (≤45) und 16 Kinder der durchschnittlichen/stärkeren Gruppe (>45) zugeteilt.

Die Tabelle 12 gibt Aufschluss über die Vergleiche der Testauswertungen vor (Pretests) und nach (Posttests) der Durchführung der beiden ermittelten Gruppen. Da zwei Gruppen miteinander verglichen werden und die jeweiligen Standardabweichungen pro Subtest variieren, werden diese für die Berechnung gepoolt[23]. Mit Hilfe der Berechnungstabelle nach Lenhard und Lenhard (2016) werden die Effektstärken aus den Subtestvergleichen der schwächeren und stärkeren Gruppe berechnet.

Tabelle 12: Auswertung der zwei Gruppen ≤45 und >45 im Vergleich

Vergleich Summe Rohwerte Pre- und Posttests ≥45 vs. <45

		Pre ≥45		Post ≥45		Pre <45		Post <45		
Test	**Kernbatterie**	**M**	**SD**	**M**	**SD**	**M**	**SD**	**M**	**SD**	***d***
		T1		**T2**		**T1**		**T2**		
1	Zählprinzipien	6.00	1.85	9.25	1.49	9.69	2.18	11.25	1.73	0.80
2	Abzählen	11.00	1.60	12.38	0.74	12.06	0.77	12.75	0.58	0.61
3	Entscheidung arabische Zahl	7.13	1.46	7.63	0.74	7.94	0.25	7.94	0.25	0.58
5	Entscheidung Zahlwort	9.13	1.73	9.88	0.99	10.00	0.82	10.69	1.30	0.05
18	Additive Zerlegung	0.13	0.35	1.88	0.83	2.06	2.05	4.19	1.97	-0.22
19	Rechnen mit Objektabbildung	2.88	0.35	4.88	0.99	5.06	0.77	5.88	0.34	1.76
20	Addition	0.50	0.76	3.38	1.92	3.88	3.12	7.31	2.02	-0.21
25	Textaufgaben	1.25	1.04	3.50	1.20	3.50	2.00	6.38	2.03	-0.35
	Zusatztests Gesamtbatterie									
4	Grössenvergleich arabische Zahl	8.50	1.93	9.38	2.39	11.31	2.91	11.88	2.70	0.12
13	Ordnen nach numerischer Grösse - Bäume	0.88	0.83	1.38	0.52	1.75	0.45	1.94	0.25	0.52
15	Klassifizieren nach numerischer Grösse	0.63	0.74	1.13	0.35	0.69	0.60	1.06	0.57	0.19
16	Mengeninvarianz	0.00	0.00	0.75	1.49	2.31	1.58	3.31	1.40	-0.19
17	Numerische Inklusion	1.38	1.41	2.50	0.93	2.44	0.73	3.00	0.00	0.56
21	Unvollständige Addition	0.00	0.00	0.13	0.35	1.00	1.67	2.56	1.63	-1.03
22	Subtraktion	0.13	0.35	2.13	1.81	0.94	2.24	3.88	1.75	-0.45
27	Approx. Grössenvergleich - Punktmengen	5.63	0.52	6.00	0.00	5.94	0.25	6.00	0.00	0.86

Die Tabelle 12 zeigt orange eingefärbt die Subtests, welche keine Effekte verzeichnen, blau die mittleren Effekte und grün die grossen Effekte nach Cohen. Die negativen Ergebnisse in den weissen Feldern bedeuten hierbei, dass die Effektstärke nicht zugunsten der schwächeren Gruppe (≤45) ausfallen, sondern auf eine Effektstärke zugunsten der stärkeren Gruppe (>45) verweisen. Ob der Wert positiv (+) oder negativ (-) ausfällt, sagt lediglich etwas darüber aus, in welche Richtung (zugunsten welcher Gruppe) sich Effekte zeigen.

[23] Eine gepoolte Standardabweichung wird dann benötigt, wenn sich für die Berechnung der Effektstärke zweier Stichproben die Standardabweichungen unterscheiden (nicht bei beiden Stichproben gleich sind). Es wird eine „gemeinsame Standardabweichung für beide Stichproben berechnet“ (Sinner & Kuhl, 2015).

Um noch genauere Aussagen darüber machen zu können, in welchen Bereichen und zugunsten welcher Gruppe sich Effektstärken zeigen, wurde wiederum die Tabelle 13 eingesetzt, in der die Subtests des TEDI-MATH mit dem ZGV-Modell verglichen werden und die Einfärbung der Subtests den Effektstärken (d) angepasst.

Tabelle 13: Zuordnung der TEDI-MATH-Subtests zu den ZGV-Modell-Ebenen im Vergleich ≤45/>45

Die drei Ebenen des ZGV-Modells		Nr.	Titel Untertest	*d*	M*d*	Bemerkungen
Kompetenzebene 1 (Basisfertigkeiten)		3	Entscheidung arabische Zahl	0.58	0.58	
		5	Entscheidung Zahlwort	0.05		
		27	Approx. Grössenvergleich - Punktmengen	0.86		
		2	Abzählen	0.61		Zählakt
		1	Zählprinzipien	0.8		vorwärts zählen bis 9
Kompetenzebene 2 (Anzahlkonzept)	unpräzise Grössenrepräsentation unpräzises Anzahlkonzept	4	Grössenvergleich arabische Zahl	0.12	0.57	
		2	Abzählen	0.61		Nennung Anzahl
	präzise Grössenrepräsentation präzises Anzahlkonzept	19	Rechnen mit Objektabbildung	1.76		
		17	Numerische Inklusion	0.56		
		13	Ordnen nach numerischer Grösse - Bäume	0.52		
		1	Zählprinzipien	0.8		Weiterzählen/Rückwärtszählen
		1	Zählprinzipien	0.8		Zählen in Schritten
		15	Klassifizieren nach numerischer Grösse	0.19		
		16	Mengeninvarianz	-0.19		
Kompetenzebene 3 (Anzahlrelationen)	Grössenrelation	18	Additive Zerlegung	-0.22	-0.5	
	Rechnen	20	Addition	-0.21		
		21	Unvollständige Addition	-1.03		
		22	Subtraktion	-0.45		
		25	Textaufgaben	-0.35		

Zudem wurden die Items „Abzählen“ und „Zählprinzipien“ auch hier detailliert berechnet, um sie den jeweiligen Ebenen zuteilen zu können (siehe Tabelle 14).

Tabelle 14: Zuordnung der TEDI-MATH-Subtests zu den ZGV-Modell-Ebenen mit berechneten Items im Vergleich ≤45/>45

Die drei Ebenen des ZGV-Modells		Nr.	Titel Untertest	*d*	M*d*	Bemerkungen
Kompetenzebene 1 (Basisfertigkeiten)		3	Entscheidung arabische Zahl	0.58	0.33	
		5	Entscheidung Zahlwort	0.05		
		27	Approx. Grössenvergleich - Punktmengen	0.86		
		2	Abzählen	-0.45		Zählakt
		1	Zählprinzipien	0.61		vorwärts zählen bis 9
Kompetenzebene 2 (Anzahlkonzept)	unpräzise Grössenrepräsentation unpräzises Anzahlkonzept	4	Grössenvergleich arabische Zahl	0.12	0.53	
		2	Abzählen	0.94		Nennung Anzahl
	präzise Grössenrepräsentation präzises Anzahlkonzept	19	Rechnen mit Objektabbildung	1.76		
		17	Numerische Inklusion	0.56		
		13	Ordnen nach numerischer Grösse - Bäume	0.52		
		1	Zählprinzipien	0.7		Weiterzählen/Rückwärtszählen
		1	Zählprinzipien	0.2		Zählen in Schritten
		15	Klassifizieren nach numerischer Grösse	0.19		
		16	Mengeninvarianz	-0.19		
Kompetenzebene 3 (Anzahlrelationen)	Grössenrelation	18	Additive Zerlegung	-0.22	-0.5	
	Rechnen	20	Addition	-0.21		
		21	Unvollständige Addition	-1.03		
		22	Subtraktion	-0.45		
		25	Textaufgaben	-0.35		

Wie bereits beschrieben, verweisen die weiss eingefärbten Felder eine Effektstärke zugunsten der >45-Gruppe. Kinder, welche in der 1. Erhebung bereits über gute Basisfertigkeiten verfügten und durchschnittliche oder sogar höhere Werte erreichten (>45), konnten gegenüber der ≤45-Gruppe grössere Effekte in Ebene-3-Kompetenzen erwerben. Hingegen zeigten die schwächeren Kinder einen grösseren Zuwachs in den Kompetenzen, welche der ersten und zweiten Ebene des ZGV-Modells zugeteilt sind. Auffallend ist der Effektzuwachs zugunsten der >45-Gruppe in den Items „Zählakt“ des Subtests „Abzählen“ auf der 1. Ebene des ZGV-Modells (siehe Tabelle 14). Dass die stärkere Gruppe den grösseren Zuwachs zeigt lässt vermuten, dass eine Förderung der Zählkompetenzen gerade für schwächere Kinder zwingend erforderlich ist.

Kritische Werte

Kaufmann et al. (2009) gehen von einer Dyskalkulie-Diagnose aus (manifeste Dyskalkulie), wenn beim TEDI-MATH-Test (Kernbatterie) ein PR ≤10 (*Cut-off-Wert*) erreicht wurde (unter Berücksichtigung der Standardmessfehler und des Konfidenzintervalls). Zusätzlich wird ein etwas grosszügigerer *Cut-off-Wert* ≤25 bestimmt, welcher als Hinweis auf das Vorliegen einer potentiellen Rechenschwäche interpretiert werden kann (vgl. ebd., S. 92). In der ersten Erhebung der vorliegenden Arbeit zeigten zwei Kinder einen PR ≤10 (PR 2 und 6; Siehe Anhang 9.17.1). Sechs Kinder kamen laut Berechnungen in den gefährdeten Cut-off-Wert ≤25 (PR 10, 12, 16, 20 und 2x 25). Die Konfidenzintervalle wurden hier nicht mitberechnet. In der zweiten Erhebung (vgl. Anhang 9.17.2) zeigte nur noch ein Kind (vorher PR 2) einen PR von 25 und befindet sich im „gefährdeten Bereich". Die anderen genannten Kinder erzielten höhere Werte. Auch wenn diese Ergebnisse mit Vorsicht betrachtet und die genannten Kinder weiter beobachtet werden müssen, zeigt sich doch eine laut Kaufmann et al. (2009) grosse Verbesserung hinsichtlich einer Dyskalkulie-Gefährdung (S. 78).

6.2.2 Fazit

Die Ergebnisse bestätigen die Aussagen verschiedener Autoren, dass mathematische Förderung im Vorschulbereich durchaus erfolgsversprechend ist und ihr Wichtigkeit beigemessen werden sollte (u.a. Krajewski, 2013; Krajewksi & Schneider, 2006; Hildenbrand, 2016; Lambert, 2015). Dies einerseits, um eine gewisse Homogenisierung im Bereich der mathematischen Kompetenzen vor Schuleintritt zu erreichen und andererseits, um präventiv zu wirken bezüglich einer möglichen Rechenschwäche, welche sich im Laufe der Grundschulzeit verfestigen könnte (Hellmich, 2008; Hildenbrand, 2016; Krajewski & Schneider, 2006; Kretschmann, 2006; Schneider et al., 2013; vgl. Kapitel 2.7.1). Auch wenn man durch die grossen erzielten Testeffekte auf eine Wirkung der vollzogenen Förderung schliessen kann, bleibt letztlich wie bereits erwähnt unklar, ob die dargestellte Leistungsverbesserung ausschliesslich oder vor allem durch die Intervention anhand der Fördereinheit induziert wurde.

6.2.3 Fragestellung 2

Wie werden die jeweiligen Durchführungsformen (spielerisch und geführt) von den Kindern und Lehrpersonen erlebt und bewertet?

Die in der Literatur zu findenden Beschreibungen der im Kapitel 2.8 genannten Fördereinheiten beziehen sich vor allem auf Inhalt, Form und Durchführungsart. Auch den Beschreibungen der jeweiligen Evidenzen kann nicht entnommen werden, wie die Förderungen von den Lehrpersonen und Kindern erlebt wurden. Sie sollen zwar teilweise bewusst spielerisch und nicht „verschult" sein – aber wird dies von den Kindern genau so erlebt wie von den Autoren beschrieben?

Da in der vorliegenden Untersuchung zwei Fördereinheiten (spielintegrierte Förderung „spimaf" und trainingsbasierte Förderung „MzZ"; vgl. Kap. 2.8) zusammengenommen wurden, können durch die Möglichkeit eines direkten Vergleichs die Aussagen der Kinder und die Beobachtungen der Lehrpersonen während den beiden Durchführungsformen als relativ aussagekräftig angesehen werden. Diese wurden der Einfachheit halber von den Lehrpersonen schriftlich festgehalten (siehe Fragebögen in An-

hang 9.22). Die Aussagen der Kinder wurden schriftlich, möglichst wortwörtlich, notiert und in die Tabelle 15 übertragen (siehe Beantwortung der Teilfrage 2.2). Eine einzelne Befragung der Kinder anhand eines kurzen Interviews wäre gegebenenfalls aussagekräftiger gewesen, da durch die Befragung in der Gruppe teilweise bereits gemachte Aussagen von anderen Kindern übernommen wurden. Die Auswertungen finden sich in der Beantwortung folgender Teilfragen:

Teilfrage 2.1

Wird aus der Perspektive der durchführenden Lehrperson ein Unterschied erlebt zwischen den beiden Durchführungsformen (Spiele / geführte Sequenz)? Wenn ja, welcher?

Bei der Auswertung der Fragebögen wird sichtbar, dass die Lehrpersonen die spielintegrierte Förderung und die trainingsbasierte Förderung in ihrer Wahrnehmung und Bewertung klar unterscheiden. Dies bezogen auf Materialeigenschaften, Handhabung, Durchführbarkeit und zeitliche Ressourcen. Nachfolgend werden die Stärken und Schwächen der beiden Förderarten und deren Durchführbarkeit im Kindergartenalltag aus Sicht der Lehrpersonen kurz erläutert.

Stärken und Schwächen der Fördereinheit MzZ

Das MzZ-Material wird als robust, ansprechend, gross (gut sichtbar) und vielfältig in seiner Art der Mengendarstellung beschrieben. Ausserdem wird das Material und der damit mögliche mathematische Kompetenzaufbau als qualitativ gut bewertet. Als Schwächen des MzZ-Programms werden die wortwörtliche Anleitung (wenig Freiraum für eigene Denkwege) genannt, die zu grosse Heterogenität der Kindergruppe, welche wartende und gegebenenfalls gelangweilte Kinder zur Folge hat und dass die Lektionen sehr „schulisch“ seien. Auch wenn ein paar Kinder interessiert mitmachten, gab es auch Kinder, welche wenig Interesse an den Inhalten der Lektionen zu zeigen schienen.

Stärken und Schwächen der spielintegrierten Förderung

Die dem Kindergarten zur Verfügung gestellten Regelspiele werden dahingehend positiv beurteilt, dass den Kindern die Wahl des Spiels frei gelassen wurde, Wiederholungen kein Problem darstellten (sogar Spass zu machen schienen), das gemeinsame Spielen von schwächeren und stärkeren Kindern „funktionierte“ und Lernen am gemeinsamen Gegenstand stattfinden konnte. Das Material wird als ansprechend gewertet und erlaubte nach guter Einführung und unter Beobachtung das selbständige Arbeiten/Agieren der Kinder mit den Spielen. Negativ bewertet wird die Tatsache, dass die Einführung der Spiele teilweise viel Zeit in Anspruch genommen hat und die Spiele zu Beginn gut begleitet werden mussten, damit „richtig“ (nach den genannten Spielregeln) gespielt wurde. Zudem war die Auswahl an Regelspielen sehr gross und wurden diese nicht im Kindergartenthema (der Planung) berücksichtigt, gab es zeitliche Schwierigkeiten, die Regelspiele und das Thema des Kindergartens unter einen Hut zu bringen. Drei der befragten fünf Lehrpersonen würden die spielintegrierte Förderung wieder in ihren Kindergartenalltag aufnehmen. Begründet wurden die Antworten damit, dass die Spiele gut in den Alltag integriert werden können und die Kinder zum Handeln, Denken und Spielen anregen. Zudem wurde die Anpassungsfähigkeit der Spiele an die ganze Gruppe genannt. Eine Lehrperson gab zur Antwort, dass sie es gerade nicht sagen kann und die fünfte Lehrperson hat ein eigenes Programm, mit dem sie bereits seit längerem arbeitet und welches sie nicht austauschen möchte.

Sicht der Testleiterin

Zweimal pro Woche führte die Testleiterin die geführten MzZ-Sequenzen in zwei Kindergärten selber durch (vgl. Kapitel 4.3.2), während alle zwei Wochen die spielintegrierte Förderung beobachtet und teilweise begleitet werden konnte. Das vom MzZ-Programm eingesetzte Material wird von der Testleiterin als hochwertig, differenziert und systematisch im Aufbau empfunden und begleitet dadurch die Einsicht in mathematische Inhalte (Vergleich von (An-)Zahlen, unterschiedliche Mengendarstellung etc.). In der Durchführung wurde das Programm als „lehrerzentriert" empfunden mit detaillierten Vorgaben, welche eingehalten werden mussten. Die Kinder wurden oft zum Handeln angeregt (Dinge legen, zählen, etc.). Dazwischen entstanden aber auch oft Leerläufe, welche Langeweile und Unruhe hervorzurufen schienen. Dieser Umstand erlaubte es kaum, einem schwächeren Kind einen Sachverhalt wiederholt zu erklären, da die anderen Kinder währenddessen warten mussten.
Die Spielsequenzen mit den Regelspielen erlebte die Testleiterin als Besucherin und Beobachterin in folgenden Punkten positiv: Die Kinder lernten die Spiele recht schnell und konnten beispielsweise anderen Kindern Spiele erklären, welche von ihnen bereits sicher beherrscht wurden. Differenzierte Beobachtungen konnten während dem Dazusitzen, Zuschauen oder Mitspielen auf sehr natürliche Art und Weise gemacht werden. Wie bereits von den Kindergärtnerinnen erwähnt, konnten stärkere und schwächere Kinder gemeinsam spielen. Während ein Kind beispielsweise bereits die geschriebene Ziffernzahl lesen konnte, zählte ein anderes Kind die Punkte auf dem Punktefeld (vgl. Abbildung 23).

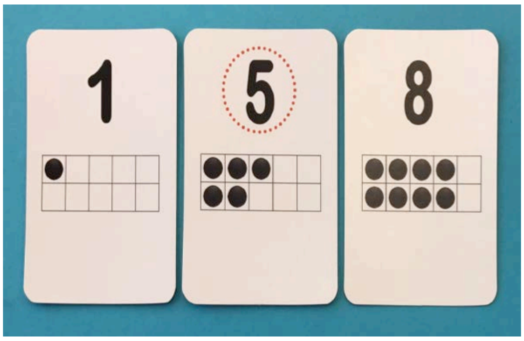


Abbildung 23: Spielkarten zum Spiel "Ab in die Mitte" aus der Fördereinheit "spimaf"

Ein Kind, das zudem bereits mehr Sicherheit im Umgang mit mathematischen Inhalten hatte, entwickelte Strategien, welche den Spielverlauf beeinflussten, während die Herausforderung des anderen Kindes darin bestand, sich mit dem gegebenen fortschreitenden Prozess des Spiels und dem Voranschreiten seiner Spielfigur anhand gewürfelter oder gelegter Punkte auseinanderzusetzen.
Beide Fördereinheiten fordern zeitliche Ressourcen durch die genaue Auseinandersetzung mit deren Materialien, Inhalten, Aufbau- und Durchführungsmöglichkeiten. Wird dem genug Achtung beigemessen, wird eine Durchführung vereinfacht.

Teilfrage 2.2

Erkennt die Lehrperson einen Unterschied bezüglich der Motivation[24] und Freude der Kinder bei der Durchführung der jeweiligen Durchführungsformen (Spiel / geführte Sequenz)? Wenn ja, welchen?

Fördereinheit MzZ

Die persönlichen Erfahrungen (Beobachtungen, Durchführungen; vgl. Kapitel 4.3) der Testleiterin mit den geführten MzZ-Lektionen sind folgende: Zu Beginn der Förderung waren die Kinder gespannt auf die neuen Materialien, Inhalte und was damit alles gemacht werden kann. Die ersten drei Lektionen widmeten sich den Zahlen 1-10 und die Kinder konnten verschiedene Gegenstände auf Plakate mit Ziffernzahlen platzieren. In dieser Phase konnten die Kinder vieles mitgestalten und schienen aktiv mit dabei zu sein. Gespräche darüber, warum beispielsweise auf dem Plakat mit der „0“ nichts liegt (oder warum ein Kind dort etwas hingelegt hat), waren spannend und die Kinder erklärten sich gegenseitig, was sie bereits wussten oder stellten Vermutungen an. Schon bald erklangen beim Durchführen der Lektionen jedoch Unmutsbekundungen seitens der Kinder, sobald die Materialien der MzZ-Förderung bereitgemacht wurden. Es schien für die Kinder immer mehr ein „müssen“ zu sein, das wenig Spass bereitete. Es gab zwar in allen Lektionen die Möglichkeit, mitzugestalten, Gegenstände richtig zu platzieren oder Memory zu spielen – jedoch schienen diese Zeiten eher kurz im Vergleich zum Austausch über die Sachverhalte, der danach stattfand und Unruhe bei den Kindern förderte.

Die Aussagen der Lehrpersonen, welche aus dem Fragebogen gewonnen wurden, lassen vermuten, dass ähnliche Erfahrungen in Bezug auf das MzZ-Programm gemacht wurden. So wird beispielsweise angemerkt, dass einige Kinder bei den Kreissequenzen (MzZ-Förderung) Motivation zeigten und eifrig mitmachten, andere daneben jedoch eher passiv waren. Auch wenn die Kinder mit ihrer Aufmerksamkeit dabei waren, war laut einer Lehrperson wenig Freude spürbar. In einem anderen Kindergarten hätten die Kinder sogar „reklamiert“ und schienen froh zu sein, wenn die Lektion jeweils vorbei war.

Spielintegrierte Förderung

Laut den Beantwortungen der Fragebögen waren die Kinder bei den Spielen mit Freude dabei, konnten kaum aufhören und die Motivation schien bei den Spielen gross zu sein. Die selbständige Auseinandersetzung mit den Spielen schien den Kindern ebenso zu gefallen wie die freie Wahl der Zeit, des Orts und der jeweiligen Spielpartner.

Aussagen der Kinder

Auch wenn sich die Fragestellung auf die Sicht der Lehrpersonen bezieht, sollen die Stimmen der Kinder doch noch Gehör finden. In einer Abschlussbefragung, welche von der Testleiterin durchgeführt wurde im Hinblick auf die Einhaltung der Fragestellung wurden die Kinder zu den beiden Fördereinheiten befragt. Die Fragen lauteten:

[24] Unter Motivation wird hierbei verstanden, dass das Kind bereit ist, sich intensiv und anhaltend mit dem vorliegenden Gegenstand zu beschäftigen und dabei selbstbestimmt wirken kann (Deci & Ryan, 1993).

- „Was hat euch an der Förderbox (wurde gezeigt) gefallen“?
- „Was hat euch an der Förderbox weniger oder nicht gefallen? Was könnte man besser machen?“
- „Was hat euch an den Spielen im Kindergarten (wurden gezeigt) gefallen?“
- „Was hat euch an den Spielen im Kindergarten weniger oder nicht gefallen? Was könnte man besser machen?“

Nachfolgend (Tabelle 15) werden die von den Kindern gemachten Aussagen wortwörtlich dargestellt:

Tabelle 15: Aussagen der Kinder zu den beiden Fördereinheiten

	Förderung MZZ		**spielintegrierte Förderung**	
Kinder	**pos.**	**neg.**	**pos.**	**neg.**
1	"mache gern Sache mit Zahle. Alles lässig gfunde"		"das zum drehen war cool"	
2	"ich finds lässig mit de Zahle"	"Längwilig mängmal chli"	"Das mit Charte und farbige Punkte war lässig"	
3	"Hans au lässig gfunde mit de Zahle"		"mir händ alli Spiili gfalle"	
4	"Hät mir alles gfalle"		"isch alles cool gsi"	
5	"finds toll dass mir scho rächne chönd"	"ha mängmal nöd wölle"	"han s Spili wo me tuet dräie und das mit Charte... Die sind toll gsi"	
6	"Has cool gfunde immer wider güebt mit de Sache vo de Schuel. I de Schuel müend mir das dänn au wider mache"	"isch mängmal chli längwilig gsi"	"Das zum dräie isch lustig gsi. Alli Spili han ich cool gfunde"	
7	"alles cool gfunde"		"d Spili... Alli sind guet gsi"	
8	"Ha alles cool gfunde"	"Mängmal isch es langwiilig gsi"		
9	"isch alles guet gsi"		"Han s Rüeblispiel cool gfunde"	
10	"ha guet gfunde dass mir das mit de Zahle... Das mir zählt händ"	"mängmal au nöd so cool gsi"	"s Ab in die Mitte isch cool gsi weg de Chrone"	
11	"alles cool gsi"		"Drehspiel war lässig"	
12	"hät mir alles gfalle"		"Dschungel-Spiel gefällt mir"	
13	"guet gfunde... Das mit de Charte... Das Spili... Z Memory"	"mängmal chli... Ha nöd so Lust gha"	"Dreh dich han ich toll gfunde will me hät Pünkt chönne sammle"	
14	"isch alles cool gsi"		"Ha Dschungel lässig gfunde	
15	"gfalle hät mir alles"		"Dschungel-Spiel lässig gfunde"	
16	"hmmm... Alles guet gsi"		"alles cool. Ab in die Mitte mit Charte"	
17	"alles guet gsi"	"mängmal han ich nöd Lust gha"	"mit Häsli, das hät mir gfalle"	
19	"mir hät alles gfalle"		"S Häslispiel isch toll gsi"	
20	"guet für d Schuel üebe isch guet gsi"	"das mir immer so vil händ müesse arbeite"	"Ab in die Mitte mit Charte han ich am coolste gfunde"	
21	"es bizzli cool gfunde"		"Häsli"	
22	"Es bizzli cool funde"	"Has nöd so cool gfunde, dass mir händ müesse da häre ga. Ha wölle mit em Janick go spile."	"Klipp-Klapp han ich cool gfunde"	
23	"ich hans cool gfunde das mit em Pünkt zäle und s Memory isch lässig gsi"	"Ha es paar Sache langwiilig gfunde"	"Has mega cool gfunde mit de Reihe, mit de Bilder wo me immer hät müesse eis höcher oder tüüfer legge	
24	"die Träppe han ich cool gfunde"	"mängmal müesse warte"	"Das spili wo me chan das Töggeli inegheie... Das hat mir gefallen"	

Die Aussagen werden nicht zu detailliert analysiert, da die Fragestellung sich nicht auf die Sicht der Kinder fokussiert. Spannend sind jedoch die teilweise recht differenzierten Aussagen der Kinder über die Fördereinheit MzZ, welche den Kindern zwar vom Material und dem handelnden Aspekt her zu gefallen schien, jedoch in der Durchführung teils als langweilig und wenig lustbetont empfunden wurde. Auch interessant sind die Antworten auf die Frage, was den Kindern an den Spielen gefallen hat. Jedes Kind nannte eines seiner Lieblingsspiele oder wenn es den Namen nicht mehr wusste, konnte das Spiel beschrieben werden. Ausserdem fällt auf, dass die Spalte der negativen Aussagen über die Spiele leer geblieben ist.

6.2.4 Fazit

Aus den eigenen Erfahrungen und den Erkenntnissen aus den Antworten der Lehrpersonen kann geschlossen werden, dass die spielintegrierte Förderung der MzZ-Förderung vorgezogen wird. Dies vor allem aus Gründen der Handhabung, des selbständigen Auseinandersetzens seitens der Kinder, dem Motivationsfaktor, der bei den Spielen deutlich höher zu sein schien als bei den geführten MzZ-Lektionen und dass bei den Spielen Unter- und Überforderung vermieden werden konnte.

Wichtig zu erwähnen scheint aber hinsichtlich der eher schlechten Beurteilung des MzZ-Programms (bezogen auf die Durchführbarkeit, nicht das Material), dass die empfohlene Gruppengrösse von sechs Kindern oft überschritten wurde und somit die Heterogenität in den Gruppen sicher gross war. Dies kann unter Umständen grossen Einfluss auf Wartezeiten, Langeweile, Unter- und Überforderung haben. Auch ist zu beachten, dass die Lektionen angepasst, zusammengefasst und dadurch verlängert wurden. Ursprünglich würde eine MzZ-Lektion ca. 30 Minuten dauern, was der Ausdauer der Kinder und somit ihrer Teilnahme eher entspricht als die angepassten Lektionen, welche trotz Bewegungspausen und Kürzungen eher länger dauerten. Gänzlich offen bleibt, ob sich allfällige Haltungen der Lehrpersonen in Bezug auf die beiden Fördersequenzen auch auf die Kinder übertragen hat.

7 Diskussion und Schlussfolgerungen

Nachfolgend werden die Teilfragen diskutiert, mit dem bisherigen Forschungsstand verglichen und daraus Konsequenzen für die Praxis oder weiterführende Arbeiten formuliert.

7.1 Fragestellung 1

7.1.1 Bereichsspezifische Fortschritte

Es zeigen sich klare Entwicklungen zwischen den Vor- und Nachtests. Inwieweit diese Entwicklungen jedoch von der getätigten Intervention abhängen (vgl. Kapitel 6), kann nicht beurteilt werden, da keine Kotrollgruppe in der Erhebung mit eingeschlossen war. Aufgrund der grossen Effektstärken konnte jedoch aufgezeigt werden, dass die getesteten Kinder aus der Stichprobe gute Fortschritte machen konnten. Die beiden Subtests „Abzählen“ und „Zählstrategien“, welche auf den ersten beiden Ebenen des ZGV-Modells grosse Effekte erzielten, stellen grundlegende Kompetenzen dar und werden in der Literatur als wichtige grundlegende Bereiche und mathematische Vorläuferfertigkeiten erwähnt (u.a. Garrote et al., 2015; Kaufmann, Handl, Delazer & Pixner, 2013; Rathgeb-Schnierer, 2016; Scherrer & Moser Opitz, 2012; Schneider et al., 2013). Bei vielen Kindern scheint es in diesen Bereichen einen Kompetenzzuwachs gegeben zu haben, was die Wichtigkeit einer Förderung der numerischen Basiskompetenzen nahelegt. Die grossen Effekte in der Kompetenzebene 3, welche sich zunehmend dem Operieren mit Zahlen widmet, sind im Hinblick auf den bevorstehenden Schuleintritt positiv zu werten. Es könnte zudem interpretiert werden, dass die vorliegende Intervention nicht nur die Basisfertigkeiten fördert, sondern auch die höheren Kompetenzebenen positiv zu beeinflussen vermag. Die dargestellten Ergebnisse decken sich mit vorhandenen Forschungsergebnissen dahingehend, dass eine mathematische Förderung im Vorschulbereich durchaus Wirkung zeigt. Natürlich hängen diese Ergebnisse von der Art und Weise der Förderung sowie des Erhebungsverfahrens ab (vgl. Kapitel 2.8; Hauser et al., 2014; Hellmich, 2008; Hildenbrand, 2016; Koch & Knopp, 2010; Landerl & Kaufmann, 2008; Ostertag, 2015; Schneider et al., 2013 u.a.). Aus der Literatur kann immer wieder entnommen werden, dass einer frühen mathematischen Förderung grosses Gewicht beigemessen werden sollte (vgl. Kapitel 2.7; Hellmich, 2008; Hildenbrand, 2016; Krajewski & Schneider, 2006; Kretschmann, 2006; Schneider et al., 2013 u.a.). Zum einen wird die Hoffnung auf Vorbeugung einer möglichen Rechenschwäche genannt und zum anderen soll eine Homogenisierung hinsichtlich mathematischer Vorläuferfertigkeiten / Basiskompetenzen erreicht werden, damit sich die teils grosse Spannweite an Leistungen verringert. Laut (2011) führen hohe Anfangsleistungen im schulischen Umfeld zu einer später höheren Motivation. Niedrige Anfangsleistungen jedoch sind mit Motivationsverlust gekoppelt.

Auf den Vergleich der Teilbereiche in der vorliegenden Erhebung wird in Kapitel 6.2.1 bereits eingegangen. Die Vermutung, dass die vorliegende Förderung nicht nur basale Kompetenzen (ZGV-Modell Ebenen 1 und 2), sondern auch die 3. Kompetenzebene des ZGV-Modells positiv beeinflussen kann, ist dahingehend interessant, dass nicht nur sogenannt „schwächere“ Kinder von der Förderung profitieren können. Hess (2012) betont, dass eine vorschulische Förderung nicht „nur“ eine Homogenisierung oder Aufarbeitung mathematischer Inhalte zum Ziel haben sollte, sondern dass ein reichhaltiges und differenziertes Angebot geschaffen werden muss, von dem auch starke Schülerinnen und Schüler profitieren können (vgl. ebd., S. 107).

Durch die sichtbaren (kleinen bis grossen) Effektstärken der Subtests in der Kompetenzebene 3 (vgl. Tabelle 13 und 14 in Kapitel 6.2) kann davon ausgegangen werden, dass auch durchschnittlich begabte und stärkere Kinder in der Zeit zwischen den Erhebungen Fortschritte erzielen konnten. Hauser (2016; vgl. Kapitel 2.9.2.2) betont in diesem Zusammenhang, dass Regelspiele einerseits die Anwendung von Basisstrategien erlauben, andererseits jedoch auch den mathematischen Kenntnissen fortgeschrittener Kinder gerecht werden.

7.1.2 Unterschiedliche Ergebnisse im Vergleich ≤45 und >45

Die Ausführungen in Kapitel 6.2.1 (Abbildung 22) zeigen einen deutlichen Unterschied zwischen schwächeren und durchschnittlich bis höher eingestuften Kindern.

Werden die Ergebnisse mit der Studie von Krajewski et al. (2008b) in Bezug gesetzt (vgl. Kapitel 2.6.4), können folgende Überlegungen von Bedeutung sein. Obwohl in der vorliegenden Arbeit keine altersspezifischen Gruppen gebildet wurden wie in der genannten Studie wird deutlich, dass die mathematischen Kompetenzen, welche bei der ersten Erhebung gemessen wurden, etwas darüber aussagen, auf welcher Kompetenzebene des ZGV-Modells mehr Zuwachs gemacht wurde. Während die schwächer eingeschätzten Kinder (≤45) in den ersten beiden Kompetenzebenen die grösseren Effekte erzielten als die stärker eingeschätzten Kinder (>45), zeigten diese grösseren Zuwachs in der Kompetenzebene 3 (siehe Tabelle 13 und 14 in Kapitel 6.2). Folglich spielt nicht nur das Alter der Kinder eine entscheidende Rolle, sondern auch die mathematischen Kompetenzen, welche bei einem Kind vorhanden sind. Laut Krajewski et al. (2008b) sollte sich eine Förderung zwingend am Entwicklungsstand der Kinder orientieren und die „Zone der nächsten Entwicklung“ soll beachtet und keinesfalls übersprungen werden (vgl. Kapitel 2.9.2.; Wullschleger & Stebler, 2016). Dahingehend kann das ZGV-Modell auch diagnostisch eingesetzt und verwendet werden, um Kinder einzuschätzen und eine angemessene Förderung zu planen. Krajewski et al. (2008b) betonen, dass sich die Förderung von Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter als besonders wirksam erweist und daraus folgende Einflüsse (Transfereffekte) auf schulische Leistungen deutlicher sind als bei einer Förderung, welche erst im Schulalter beginnt (vgl. dazu auch Kapitel 2.7). Zudem sollten die im ZGV-Modell vorhandenen drei Ebenen mit Vorschulkindern systematisch aufgebaut werden, um dadurch besonders „bei Kindern mit Schwächen in diesen Bereichen das Fundament für das Verständnis der Grundschulmathematik zu legen“ (ebd., S. 95). Die Forderung von Hess (2012) nach einer Förderung, welche schwachen sowie starken Kindern gerecht wird, legt nahe, dass mathematische Kompetenzen aller im ZGV-Modell vorhandenen Kompetenzebenen in einer vorschulischen Förderung individualisierend berücksichtigt werden sollten. Dies bezieht basale sowie höhere Kompetenzen ebenso mit ein wie die mögliche Öffnung des Zahlenraums. Damit ist gemeint, dass der Zahlenraum gerade auf das Zählen bezogen nicht eingeschränkt wird und gegebenenfalls Ebene-1-Kompetenzen in einem erweiterten Zahlenraum erworben werden können (Scherer & Moser Opitz, 2012; vgl. Kapitel 2.4.3). Wichtig ist an dieser Stelle anzumerken, dass nicht von einer schulischen Förderung gesprochen wird im Sinne von „Inhalte beibringen“, sondern dass die Inhalte den Kindern, welche dafür Interesse zeigen und lernen möchten, nicht verwehrt bleiben. Dem Gedanken an eine Öffnung der Unterrichtsinhalte dahingehend, dass eine Orientierung am Entwicklungsstand nicht nur vorwiegend bei leistungsschwächeren Kindern vollzogen wird, kann leider in dieser Arbeit nicht weiter nachgegangen werden.

7.1.3 Konsequenzen für die Praxis

Weisshaupt et al. (2006) untersuchten anhand einer Studie „den Einfluss mathematischen Vorwissens auf die Entwicklung von Rechenfertigkeiten und die Entstehung von Rechenschwierigkeiten“ (ebd., S. 236).

> Als gefährdet wurde ein Kind eingeschätzt, wenn es vor Schulbeginn noch kein sicheres Kardinalzahlverständnis entwickelt hat und über die Zahlwortreihe noch nicht flexibel verfügt. Damit sind wenig entwickelte Zählstrategien und eine kaum entwickelte Zahlvorstellung und fehlendes Teil-Ganzes-Verständnis verbunden, die Anwendung von Zahlwissen auf konkrete Situationen gelingt kaum. Das fehlende Verständnis der Anzahl erschwert vermutlich das Erkennen der Unabhängigkeit der Anzahl einer Menge von deren Anordnung (Mengeninvarianz). Kinder wurden als gefährdet eingeschätzt, wenn sie mindestens in diesen sieben Vorwissenskomponenten Risikopunkte erhalten.
> (Weisshaupt et al., 2006, S. 242f.)

Bedenklich stimmen diese Aussagen hinsichtlich der im Lehrplan der Kindergartenstufe (vgl. Anhang 9.1.1) genannten Ziele, welche inhaltlich eine Diskrepanz zeigen in Bezug auf die im Zitat genannten Gefährdungskomponenten. Mehrfach wurde bereits erwähnt, welches Gewicht einer vorschulischen Förderung beigemessen werden sollte – gerade auch in Hinblick auf die Entstehung einer Rechenschwäche. Auf Grund von HarmoS[25] treten die Kinder immer früher und somit auch jünger in die 1. Klasse ein. Viele von ihnen sind von der Entwicklung und der Zählkompetenz her noch nicht bereit, die Lernziele der 1. Klasse zu bewältigen. Auch dieser Umstand spricht für eine systematische Förderung der mathematischen (Basis-)Kompetenzen im Vorschulalter. Die Metapher „Gräser wachsen nicht schneller, wenn man daran zieht“ wird oft verwendet um dem Umstand Ausdruck zu verleihen, dass Kinder Zeit brauchen, um sich zu entwickeln. Hauser (2011, S. 13) betont in diesem Zusammenhang, dass es „für das kindliche Gehirn ... wohl kaum eine weniger zutreffende Metapher als wachsendes Gras“ gibt. Das Gehirn wolle an den Grenzen seines Könnens gefordert werden und rufe geradezu nach Herausforderungen (ebd.). Dieses Wissen im Zusammenhang mit dem Anspruch nach einer Förderung, welche sich am natürlichen Entwicklungsstand der Kinder und deren vorhandenen Kompetenzen orientiert (vgl. Krajewski et al, 2008c), lässt folgenden Schluss zu: Neben einer allgemeinen Förderung mathematischer Kompetenzen im Vorschulalter, welche schwächere und stärkere Kinder anspricht, ist es von grosser Bedeutung, dass Kinder, die in ihrem Kompetenzerwerb auffallen, näher betrachtet und diagnostisch beurteilt werden. So können Angebote geschaffen werden, die dem Entwicklungsstand der Kinder entsprechen und weder unter- noch überfordern.

Hellmich (2008) betont kritisch, dass das ZGV-Modell teils Bereiche wie Geometrie, Muster, Daten und Wahrscheinlichkeiten ausschliesse. Hauser et al. (2006) begründen denselben Sachverhalt bezogen auf die Förderung anhand der „spimaf“-Spiele dahingehend, dass sich anhand der spielintegrierten mathematischen Förderung vorwiegend arithmetische Kompetenzen im Kindergarten fördern lassen. Für den durch die Regelspiele nicht angesprochenen Kompetenzerwerb, beispielsweise in den Bereichen Formen und Muster, seien andere Fördermöglichkeiten vorhanden (ebd.). Das heisst bezogen auf die Praxis, dass oftmals von Nöten ist, sich nicht ausschliesslich auf fixfertige Produkte, Programme

[25] HarmoS wird laut der Schweizerischen Konferenz der kantonalen Erziehungsdirektion „Interkantonale Vereinbarung über die Harmonisierung der obligatorischen Schule“ genannt (edk.ch).

oder Modelle zu verlassen, sondern diese anhand der Literatur und Erfahrungswerten zu prüfen, zu entwickeln, zu hinterfragen und gegebenenfalls zu erweitern.

7.2 Fragestellung 2

7.2.1 Bewertung der Fördereinheiten durch die Kindergartenlehrpersonen

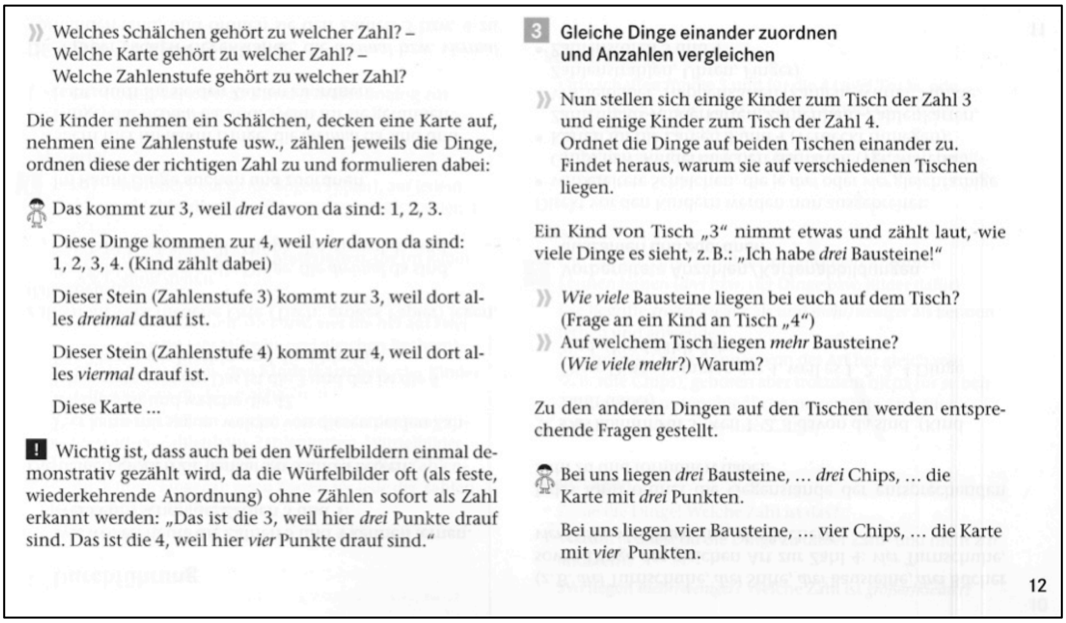
Den Beantwortungen des Fragebogens kann entnommen werden, dass die spielintegrierte Förderung der trainingsbasierten Förderung vorgezogen wird. Dies anhand folgender Feststellungen: Die Spiele erlaubten eine natürliche Differenzierung. Lernen am gleichen Gegenstand war möglich und die Kinder konnten aufgrund der vielseitigen Spielmöglichkeiten individuell und ihrem Entwicklungsstand entsprechend gefördert werden (Scherrer & Moser Opitz, 2012). Dies unter anderem dadurch, dass Differenzierungen innerhalb eines Spiels möglich waren und ein eher schwächeres Kind gut gemeinsam mit einem starken Kind spielen konnte (vgl. Kapitel 6.2.3). Genannt wurde zudem die Motivation, welche beim Spielen der zur Fördereinheit gehörenden Regelspiele intrinsisch gewesen schien (...*die Kinder konnten kaum aufhören, waren mit Freude dabei, die Motivation schien gross zu sein...).* Darauf wird in der Diskussion der nachfolgenden Fragestellung näher eingegangen.

Hess (2012, S. 31) beschreibt, dass sich „entwicklungsbedingte Verstehensleistungen nicht „fremdsteuert“ [Hervorhebung d. Verf.] beschleunigen lassen“. Er beschreibt die Wichtigkeit der Selbsterfahrung eben beispielsweise durch „spielen“. Lehrpersonen sollen in ihrer Begleitung darin nicht fachliche Ergebnisse suchen, sondern Lernbedürfnisse befriedigen. Hauser et al. (2014) bestätigen diese Aussage damit, dass sich durch spielintegrierte Mathematikförderung die frühen mathematischen Kompetenzen fördern lassen und dies weitgehend frei von fachspezifischen Instruktionen seitens der Lehrpersonen (vgl. S. 144). Zudem wird erwähnt, dass auch wenn die Lehrperson beim Spielen (Regelspiele) fachliche Lernziele anstrebt, von den Kindern erhebliche Fortschritte erzielt werden können, ohne dass die Ziele den Kindern bewusst gemacht werden (ebd.). Eine Stärke des Spiels ist laut Hauser (2011), dass durch die darin enthaltene Vielfalt an Möglichkeiten ein Gefühl vermittelt wird, dass die Kinder ihr Tun selber steuern können. Dies scheint gerade für schwächere Lernende wichtig zu sein, welche oft in einem eher eng geführten Setting geschult und gefördert werden, was sich negativ auf die intrinsische Motivation auswirkt. „Spielen ist enorm nachhaltiges Lernen“ (ebd., S. 12).

„Die Kinder konnten durch die Spiele auf ihrem Lernniveau abgeholt werden und durch Freude am Spiel gezielt (und von den Kindern unbemerkt) gefördert werden“ (E.K. Kindergarten Z)

Ein Kriterium, welches im Kriterienkatalog einer mathematischen Förderung genannt wird (vgl. Kapitel 2.7.2), ist die Qualifikation der pädagogischen Fachkräfte. Eine Fördereinheit kann noch so gut sein – sie ist dennoch abhängig von der Person, welche diese durchführt und begleitet. Das pädagogische Personal kann den Erfolg solcher Förderungen und gegebenenfalls auch Studienergebnisse entscheidend beeinflussen (Hildenbrand, 2016) - ein starkes und ausschlaggebendes Kriterium, welches nur anhand gezielter und anhaltender Begleitung überprüft werden kann. Die vorliegende Intervention wurde aus Ressourcengründen von verschiedenen Personen durchgeführt. Einerseits ergab sich dadurch eine Fremdbeurteilung, andererseits kannten die Lehrpersonen die individuellen Verhaltensweisen der Kinder gut und konnten diese möglicherweise besser unterstützen als eine externe Testleiterin.

Bezogen auf die oben erwähnte Aussage von Hess (2012) bezüglich fremdgesteuerter Verstehensleistungen zeigt sich ein Unterschied in beiden Fördereinheiten. Die MzZ-Förderung verfolgt in ihren Lektionen klare Ziele, gibt Fragen vor und fordert zugleich bestimmte Antworten der Kinder ein. Auch wenn mit dem Material aktiv umgegangen werden kann (Dinge legen, vergleichen, betrachten), erscheinen die Forderungen der Handreichung recht streng bezüglich der Art und Weise, wie etwas beispielsweise auch von den Kindern gesagt/ausgesprochen werden soll (Krajewski et al., 2010). Nachfolgend (vgl. Abbildung 24) wird eine Seite aus eben genannter Handreichung gezeigt:



» Welches Schälchen gehört zu welcher Zahl? –
Welche Karte gehört zu welcher Zahl? –
Welche Zahlenstufe gehört zu welcher Zahl?

Die Kinder nehmen ein Schälchen, decken eine Karte auf, nehmen eine Zahlenstufe usw., zählen jeweils die Dinge, ordnen diese der richtigen Zahl zu und formulieren dabei:

Das kommt zur 3, weil *drei* davon da sind: 1, 2, 3.

Diese Dinge kommen zur 4, weil *vier* davon da sind: 1, 2, 3, 4. (Kind zählt dabei)

Dieser Stein (Zahlenstufe 3) kommt zur 3, weil dort alles *dreimal* drauf ist.

Dieser Stein (Zahlenstufe 4) kommt zur 4, weil dort alles *viermal* drauf ist.

Diese Karte …

! Wichtig ist, dass auch bei den Würfelbildern einmal demonstrativ gezählt wird, da die Würfelbilder oft (als feste, wiederkehrende Anordnung) ohne Zählen sofort als Zahl erkannt werden: „Das ist die 3, weil hier *drei* Punkte drauf sind. Das ist die 4, weil hier *vier* Punkte drauf sind."

3 Gleiche Dinge einander zuordnen und Anzahlen vergleichen

» Nun stellen sich einige Kinder zum Tisch der Zahl 3 und einige Kinder zum Tisch der Zahl 4.
Ordnet die Dinge auf beiden Tischen einander zu.
Findet heraus, warum sie auf verschiedenen Tischen liegen.

Ein Kind von Tisch „3" nimmt etwas und zählt laut, wie viele Dinge es sieht, z. B.: „Ich habe *drei* Bausteine!"

» *Wie viele* Bausteine liegen bei euch auf dem Tisch?
(Frage an ein Kind an Tisch „4")

» Auf welchem Tisch liegen *mehr* Bausteine?
(*Wie viele mehr*?) Warum?

Zu den anderen Dingen auf den Tischen werden entsprechende Fragen gestellt.

Bei uns liegen *drei* Bausteine, … *drei* Chips, … die Karte mit *drei* Punkten.

Bei uns liegen vier Bausteine, … vier Chips, … die Karte mit *vier* Punkten.

12

Abbildung 24: Beispiel der Handreichung zur Förderung MzZ (Krajewski et al., 2010, S. 24)

Die Lehrpersonen gaben als Rückmeldung zu der zusammengefassten Anleitung, welche sie zu den Lektionen erhalten haben (Formulierungen wurden übernommen):

„Viel Text in den Anleitungen, muss viel abgelesen werden während der Durchführung" (N.S. Kindergarten K 1).

„Das ganze Projekt fand ich für mich als LP sehr aufwändig, vor allem auch die Lektionen, weil diese genau nach einem Schema durchgeführt werden mussten" (S.R. Kindergarten K 2).

„Die Lektionen sind sehr eng und lassen wenig Freiraum für eigene Denkwege – ausser über die Sprache – was jedoch wieder einen Teil der Kinder ausschliesst" (E.K. Kindergarten Z)

Die Spiele brauchen zwar eine gezielte und gute Einführung, können danach aber von den Kindern im Freispiel selbständig genutzt werden. Stärkere Kinder können schwächere Kinder entweder bewusst fördern, indem sie ihnen helfen oder aber schwächere Kinder orientieren sich an den Fähigkeiten der stärkeren Kinder und beobachten deren Handlungen. Kinder, welche ein Spiel bereits beherrschen, können anderen Kindern zudem erklären, wie die Regeln lauten und wie gespielt wird.

„Die Kinder profitierten von den Stärken von den anderen Kindern, mit denen sie spielen" (C.Z. Kindergarten W7).

„Egal ob schwach oder stark, das Zusammenspiel funktioniert und die schwächeren Kinder können von den stärkeren profitieren – wobei die stärkeren Kinder ebenfalls profitieren und Neues lernen (z.B. Denkweisen zu erklären, neue Wege suchen)" (E.K. Kindergarten Z).

Die Fördereinheit MzZ (vgl. Kapitel 0) orientiert sich an einem entwicklungsorientierten Aufbau der numerischen Kompetenzen. Die Materialien / didaktischen Hilfsmittel unterstützen eine abstrakte Zahlvorstellung und es wird besonders Wert gelegt auf die Verbalisierung der Inhalte (Krajewski et al., 2008b; vgl. Kapitel 2.7.2). In der Studie von Hauser et al. (2014) wurde bezogen auf die Regelspiele bewusst auf das Verbalisieren mathematischer Inhalte verzichtet. Dies einerseits im Hinblick darauf, dass eine gezielte Verbalisierung die Anwesenheit der Lehrpersonen fordert und andererseits der typische, eher spontane Spielverlauf dadurch beeinträchtigt werden würde (vgl. ebd., S. 142). Dieselbe Studie konnte laut Rechsteiner et al. (2014) jedoch anhand von Filmanalysen aufzeigen, dass die Kinder, welche anhand der „spimaf"-Spiele gefördert wurden, deutlich länger mathematisch aktiv waren, länger mathematische Inhalte verbalisierten und deutlich weniger auf die Lehrperson fokussiert waren als die Kinder der modellbasierten Förderung (MzZ). Zudem schauten die Kinder während dem Spielen nur „etwa während einem Zehntel der Zeit weg vom mathematischen Tun" (ebd., S. 28).

> Die Kinder der MzZ-Gruppe hingegen waren erheblich weniger lange mathematisch aktiv (zusammen mit mathematischem Verbalisieren weniger als ein Viertel der Zeit), schauten dafür während fast einem Drittel der Zeit zur Lehrperson. Auch schauten sie mehr als ein Fünftel der Zeit und damit mehr als doppelt so lange wie die SpiF-Gruppe [Abk. für spielintegrierte Förderung; Anm. d. Verf.] weg vom mathematischen Tun.
> (Rechsteiner et al., 2016, S. 28)

Die Verbalisierung von mathematischen Inhalten (vgl. Kapitel 2.2.4, Kapitel 2.6.1; Gasteiger, 2010; Hess, 2012; Hildenbrand, 2016; Krajewski, 2008c; Schneider et al., 2013; u.a.) wird in der Literatur stark gewichtet. Bezogen auf die sprachliche Begleitung von Regelspielen kann auf Schuler (2013a; vgl. Kapitel 2.9.4) verwiesen werden, welche anhand einer Beobachtungsstudie aufzeigt, inwiefern sich eine sprachliche Begleitung von Regelspielen positiv auf den Aufbau mathematischer Fähigkeiten auswirkt.

Die Materialien der MzZ-Förderung werden von den Lehrpersonen als vielfältig, variantenreich, qualitativ gut und ansprechend beschrieben. Ein Kind hat beispielsweise während der Durchführung einer Lektion gefragt, ob die Zahlen wirklich immer grösser werden so wie bei der Zahlentreppe (gemäss Aussage von N.S., Kindergarten K 1). Auch die Testleiterin empfand das Material als sehr wertvoll in der Veranschaulichung von Inhalten.

7.2.2 Beobachtungen der Kinder zu den Fördersequenzen

Von den Lehrpersonen wurden klare Unterschiede der beiden Fördereinheiten im Erleben der Kinder durch Beobachtungen festgehalten.

„Die Kinder waren bei der spielintegrierten Förderung mehr bei der Sache. Sie konnten mehr selber tätig sein und selbstbestimmter wirken" (N.S. Kindergarten K 1).

„Beim MzZ wurde reklamiert und die Kinder waren froh, wenn die Lektion vorbei war. Bei den Spielen waren sie mit Freude dabei und konnten kaum aufhören" (E.K. Kindergarten Z).

„Die Motivation wie auch die Freude war bei den Spielen bei allen Kindern viel grösser. Nur einige wenige Kinder zeigen auch bei den Kreissequenzen eine solch grosse Motivation. Der Rest machte mit, aber war nicht mit spürbarer Freude dabei" (C.Z. Kindergarten W7).

Genannt wird zudem die intrinsische Motivation, welche laut Schuler (2013a, vgl. Kapitel 2.9.1) so definiert wird, dass ein Spiel beispielsweise durch freie Wahl zustande kommt. Die Wahl der Spiele wurde den Kindern innerhalb der Intervention frei gestellt. Natürlich hatte die Lehrperson die Möglichkeit, mit einzelnen Kindern ein Spiel zu spielen und dadurch bestimmte Bereiche beobachten oder fördern zu können – dies wurde jedoch nicht vorausgesetzt.

„Die einen wollten möglichst alle Spiele einmal gespielt haben, andere machten immer nur diese, welche ihnen am meisten Spass machten“ (S.R. Kindergarten K 2).

Hauser et al. (2014) beschreiben, dass intrinsische Motivation im Zusammenhang steht mit positiver Aktivierung und Spass. Zudem hat intrinsische Motivation einen positiven Einfluss auf das Lernen (Schuler, 2013a; vgl. Kapitel2.9.1).

„Die Kinder lieben das Lernen im Spiel und werden intrinsisch motiviert“ (E.K. Kindergarten Z)

7.2.3 Konsequenzen für die Praxis

Eine der zentralen Fragen ist oft, „wie“ man Kinder am besten fördert. Was brauchen die Kinder und was hilft ihnen dabei, einen Sachverhalt zu verstehen, etwas zu begreifen, Neues zu entdecken und weitere Schritte zu gehen? Wichtig scheint nicht nur zu sein, dass ein Kompetenzerwerb geschieht und vollzogen wird, sondern vielmehr auch, wie dieser Kompetenzerwerb von den Lehrpersonen und vor allem den Kindern erlebt wird. Laut Hess (2012) ist eine Förderung dann nachhaltig, wenn der Erwerb von Fertigkeiten und Fähigkeiten auf Eigeninitiative beruht (vgl. Kapitel 7.2.1).

Vorangehende theoretische Auseinandersetzungen und Ergebnisse lassen vermuten, dass sich die spielintegrierte Förderung für Kinder besonders gut eignet. Dies, da mehrheitlich auf den motivationalen Faktor hingewiesen wurde, der im Spiel besonders gross zu sein scheint. Schuler (2013a) beschreibt Interventionsstudien welche darauf schliessen lassen, dass die Vorteile beim Einsatz von Lernspielen vor allem im motivationalen Bereich liegen. Spiele lassen zudem zu, dass Kinder mit unterschiedlichsten Kenntnissen und Kompetenzen zusammen spielen können, ohne unter- oder überfordert zu sein und die Kinder zeigten in der Studie von Hauser et al. (2014) eine hohe mathematische Aktivität (vgl. Kapitel 7.2.1). Laut Hildenbrand (2016) sollen Spiele möglichst wenig Instruktion der Lehrpersonen enthalten, sondern eine hohe Eigenaktivität und Selbständigkeit der Kinder fördern (vgl. Kapitel 2.9.4). Letzteres kann durch die spielintegrierte Förderung sicher erfüllt werden, jedoch hat sich im vorliegenden Projekt gezeigt, dass die Einführung der Spiele (bis sie von den Kindern selbständig gespielt werden konnten) zeitlich aufwändig schien und die Anwesenheit der Lehrpersonen forderte.

Das Material des MzZ-Programms wurde qualitativ als hochstehend und wertvoll bewertet. Qualitativ gutes Anschauungsmaterial wird in der Literatur immer wieder gefordert, um den Kindern die Struktur der Zahlen „greif- und sichtbar“ zu machen (vgl. Schneider et al., 2013, S. 85; Scherrer & Moser Opitz, 2012). Für die heilpädagogische Arbeit ist solch hochstehendes und wertvolles Anschauungsmaterial von grosser Bedeutung. Die Frage stellt sich im Bezug zur Förderung mit dem MzZ-Programm, ob eine Kindergartenlehrperson die Möglichkeit hat, dreimal pro Woche mit einer kleinen Gruppe eine halbe Stunde zu arbeiten, wie dies von den Autoren vorgesehen wäre (Krajewski et al. 2010). Hat diese Lehrperson keine Klassenassistenz oder schulische Heilpädagogin, welche mehrere Lektionen pro Woche

die Klasse unterstützt, stellt dies eine je nach Klasse grosse Herausforderung dar. Es liegt die Vermutung nahe, dass in vielen Kindergärten die doch relativ engen Vorgaben kaum so umgesetzt werden können. Bezugnehmend auf die Kritik, dass die MzZ-Förderung eher „schulisch" sei (vgl. Kapitel 7.2.1) wäre erneut zu prüfen, ob in einer kleinen Gruppe von ca. 4 Kindern das Erleben diesbezüglich ähnlich oder dann eben anders wäre. Die von Rechsteiner et al. (2016) beschriebenen Ergebnisse aus der getätigten Studie (Hauser et al., 2014) ergeben jedoch auch bei einer kleinen MzZ-Fördergruppe, dass die mathematische Aktivität weniger und die Fokussierung auf die Lehrperson stärker war als bei der spielintegrierten Fördergruppe.

An dieser Stelle soll zusätzlich angemerkt werden, dass ein paar Lehrpersonen das gesamte Projekt als aufwändig oder vom Zeitpunkt her unpassend empfunden haben (siehe Fragebögen im Anhang 9.22). Die Lehrpersonen wurden frühzeitig angefragt und über das Projekt informiert. Die Vermutung liegt nahe, dass das Projekt entweder unterschätzt oder aber im Alltag zu wenig Raum für dessen Umsetzung eingeplant wurde. Dies kann jedoch nicht abschliessend beurteilt werden. Eine Kindergartenlehrperson sagte zu den „spimaf"-Spielen:

„Die Spielauswahl lässt sich sehr gut in den Kindergartenalltag eingliedern, sofern man das Thema entsprechend anpasst" (C.Z. Kindergarten W7)

Allgemein kommt der Umstand dazu, dass Heilpädagoginnen und Heilpädagogen oft nur zwei Lektionen pro Woche in einem Kindergarten sind, um die Vorschulkinder zu unterstützen. Braucht es da nicht gegebenenfalls ein Umdenken in die Richtung, dass mehr Investitionen in den möglichst frühen Lebensphasen getätigt werden müssen und somit der Förderung im Kindergarten einen grösseren Stellenwert zugeschrieben werde sollte (Werner, 2009; vgl. Kapitel 2.6; Abbildung 6)? Es hat sich mehrfach herausgestellt, dass sich früh erworbene spezifische Kompetenzen als grundlegend für spätere Schulleistungen erweisen (u.a. Krajewski & Schneider, 2006; Schneider et al., 2013; Werner, 2009). Spannend wäre an dieser Stelle, die Haltungen der Kindergartenlehrpersonen diesbezüglich in Erfahrung zu bringen.

7.3 Schlussfolgerung

Die Erarbeitung des gesamten Projekts war mit viel theoretischer Auseinandersetzung und praktischer Arbeit verbunden und hat sich in seiner Gesamtheit als sehr wertvollen Prozess erwiesen. Die Herausforderung bestand unter anderem darin, nicht jeder weiteren Idee nachzugehen, sondern bei dem doch Vielen zu bleiben, das vorhanden war. Das Projekt befasste sich mit unterschiedlichen Themen – sei dies von der Überprüfung der Kompetenzen anhand eines Testverfahrens, deren Auswertung, über die Durchführung bis hin zum Vergleich der beiden Fördereinheiten. Auch wenn bereits Studien gemacht wurden, um den Vergleich zwischen einer trainingsbasierten Förderung und einer spielintegrierten Förderung aufzuzeigen (Hauser et al., 2014), wären weitere Untersuchungen diesbezüglich spannend. In der vorliegenden Erhebung wäre die Arbeit mit einer Kontrollgruppe ohne Förderung interessant gewesen. Dadurch hätte sich die Fördereinheit noch spezifischer beurteilen lassen. Dies war aus zeitlichen Gründen nicht möglich, da das gewählte Einzeltestverfahren viel Zeit beanspruchte. Die Erhebung mathematischer Vorkenntnisse könnte mit Tests erweitert werden, die weitere Kompetenzen erfassen und

so zu einem breiteren Profil eines Kindes beitragen könnten. Wie würde sich da ein Kompetenzzuwachs nach einer spezifischen Förderung zeigen? Weiter wären auch Untersuchungen bezüglich der Nachhaltigkeit besagter Förderungen von grosser Bedeutung.

Um zurück zu kommen zur vorliegenden Arbeit: Auch wenn die Kombination zweier Förderungen dabei half, Unterschiede im Erleben der Lehrpersonen und Kinder aufzuzeigen, liegt die Vermutung nahe, dass gerade die Umsetzung beider Förderungen in einem Kindergarten für die Lehrpersonen zeitlich herausfordernd war. Um den Umgang, die Handhabung mit und das Erleben von Lehrpersonen und Kindern von diesen unterschiedlichen Arten von Förderungen zu untersuchen, wären weiterführende Arbeiten und eine systematische Analyse sinnvoll und von Nöten (Videoaufnahmen, Interviews etc.).

Die Förderkisten (MzZ-Förderkisten sowie „spimaf“-Spielkisten), welche nun in fünffacher Ausführung vorhanden sind, können jederzeit ausgeliehen und genutzt aber auch weiterentwickelt und ergänzt werden - dies nicht nur von Kindergartenlehrpersonen, sondern auch von Unterstufenlehrpersonen oder schulischen Heilpädagoginnen oder Heilpädagogen. In einer Eingangsstufe sowie in der Arbeit mit Kindern, welche integrativ geschult werden, haben sich die Spiele des „spimaf“-Projekts bereits als hilfreich und lustvoll erwiesen. Auch die Materialien des MzZ-Projekts konnten bereits unterschiedlich eingesetzt und genutzt werden.

„Es ist nicht von Bedeutung, wie langsam du gehst, solange du nicht stehen bleibst.“
Konfuzius (551 – 479 v. Chr.; Schefter, 2016)

Dieses Zitat steht dafür, in Bewegung zu bleiben und sich weiter zu entwickeln. Massgebend ist dabei nicht die Geschwindigkeit des Voranschreitens oder die Masse an Produkten, die in einer gewissen Zeit erschaffen werden, sondern vielmehr der Umstand, dass man sich bewegt und das man erschafft. Dies hat sowohl im eigenen Leben seine Bedeutung sowie im Leben derer, die wir begleiten, unterstützen und weiter bringen möchten.

8 Verzeichnisse

8.1 Literaturverzeichnis

Altrichter H., Posch P. (2007). *Lehrerinnen und Lehrer erforschen ihren Unterricht*. 4. Auflage. Regensburg: Klinkhardt.

Bildungsdirektion des Kantons Zürich (Hrsg.) (2008). *Lehrplan für die Kindergartenstufe des Kantons Zürich.* Zürich: Lehrmittelverlag des Kantons Zürich.

Bildungsdirektion des Kantons Zürich (Hrsg.) (2010). *Lehrplan für die Volksschule des Kantons Zürich.* Zürich: Lehrmittelverlag des Kantons Zürich.

Böhringer, J., Hertling, D. & Rathgeb-Schnierer, E. (2017). Entwicklung, Erprobung und Evaluation von Regelspielen zur arithmetischen Frühförderung. In Schuler, S., Streit, C. & Wittmann, G. (Hrsg.). *Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule.* Heidelberg: Springer Spektrum.

Brandenberger, M., Diener, M., von Grünigen M. C., S. Höhtker, B., Keller, B., Keller, R. & Noelle Müller, B. (2010). *Mathematik Primarstufe 1. Handbuch*. Zürich: Lehrmittelverlag Zürich.

Burkhard, E. & Mock-Tributsch, S. (2008). *Praxis Buch. Erlebnis Mathematik. Fördern und begleiten im Anfangsunterricht*. Luzern: Edition SZH.

Büttner, G. (2008). Fragebögen und Ratingskalen. In Schneider, W. & Hasselhorn, M. (Hrsg.). *Handbuch der Pädagogischen Psychologie* (S. 360 – 370).Göttingen: Hogrefe Verlag.

Deci, L. & Ryan R. M. (1993). Die Selbstbestimmungstheorie der Motivation und ihre Bedeutung für die Pädagogik. In: *Zeitschrift für Pädagogik* 39, S. 223 – 238.

Deutschschweizer Erziehungsdirektoren-Konferenz (D- EDK) (2014). *Lehrplan 21.* Zugriff am 02.10.15 unter http://vorlage.lehrplan.ch/index.php?nav=150|43|1&code=a|5|0|3|1|2

Ennenmoser, M & Krajewski, K. (2013). Entwicklungsorientierte Diagnostik mathematischer Basiskompetenzen in den Klassen 5 bis 9. In Hasselhorn, M., Heinze, A., Schneider, W. & Trautwein, U. (Hrsg). *Diagnostik mathematischer Kompetenzen*. Tests und Trends. Band 11 (S. 41 – 66). Göttingen: Hogrefe Verlag.

Fritz, A. & Ricken, G. (2005). Früherkennung von Kindern mit Schwierigkeiten im Erwerb von Rechenfertigkeiten. In Hasselhorn M., Marx H. & Schneider, W. (Hrsg.). *Diagnostik von Mathematikleistungen.* Tests und Trends. Band 4 (S. 49 - 70). Göttingen: Hogrefe Verlag.

Gasser, P. (2003). *Lehrbuch Didaktik*. Bern: h.e.p. Verlag.

Gasteiger, H. (2010). *Elementare mathematische Bildung im Alltag der Kindertagesstätte*. Grundlegung und Evaluation eines kompetenzorientierten Förderansatzes. Münster: Waxmann Verlag GmbH.

Garrote, A., Moser Opitz, E. & Ratz, C. (2015). *Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung: Eine Querschnittstudie*. Zeitschrift Empirische Sonderpädagogik, Nr. 1, S. 24 – 40.

Handl, P. & Kaufmann, L. (2013). Numerische Frühförderung: Wie spezifisch sind Interventionseffekte? In Pixner, S. & Moellner, K. (Hrsg.). *Lernstörungen*. München-Deisenhofen: Hachinger Verlag.

Hasselhorn, M., Roick, T. & Gölitz, D. (2005). Stabilitäten und prognostische Validitäten der Mathematikleistungen: Eine Längsschnittstudie mit der DEMAT-Reihe in der Grundschule. In M. Hasselhorn, H. Marx & W. Schneider (Hrsg.). *Diagnostik von Mathematikleistungen*. Tests und Trends. Band 4 (S. 187–198). Göttingen: Hogrefe.

Hauser, B. (2011). Spielendes Lernen und intrinsische Motivation in der Primarschule. Zeitschrift *4 bis 8*. *Schweizerische Fachzeitschrift für Kindergarten und Unterstufe* Nr. 12 / 2011, S. 11 – 13.

Hauser, B. (2013). *Spielen. Frühes Lernen in Familie, Krippe und Kindergarten*. Stuttgart: Kohlhammer Verlag GmbH.

Hauser, B. (2014). Nachhaltiges frühes Lernen im Spiel – auch bei besonderem Förderbedarf. *Schweizerische Zeitschrift für Heilpädagogik*, Jg. 20, Nr. 6, S. 19 – 24.

Hauser, B. (2016). Spielen in der frühen Kindheit und frühes mathematisches Lernen. In Hauser, B., Rathgeb-Schnierer, E., Stebler, R. & Vogt, F. (Hrsg.). *Mehr ist mehr. Mathematische Frühförderung mit Regelspielen.* Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett Friedrich Verlag GmbH.

Hauser, B., Vogt, F., Stebler, F. & Rechsteiner, K. (2014). Förderung früher mathematischer Kompetenzen. Spielintegriert oder trainingsbasiert. *Frühe Bildung* 3, S. 139 – 145. Göttingen: Hogrefe Verlag.

Hasselhorn, M. & Gold, A. (2006). *Pädagogische Psychologie: Erfolgreiches Lernen und Lehren*. Stuttgart: Kohlhammer.

Hellmich, F. (2007). Möglichkeiten der Förderung mathematischer Vorläuferfähigkeiten im vorschulischen Bereich. *Bildungsforschung*, 4(1). Zugriff am 10.10.2016 unter: http://www.bildungsforschung.org/index.php/bildungsforschung/issue/view/7/showToc

Hellmich, F. (2008). Förderung mathematischer Vorläuferfähigkeiten im vorschulischen Bereich – Konzepte, empirische Befunde und Forschungsperspektiven. In Hellmich, F. & Köster, H. (Hrsg.). *Vorschulische Bildungsprozesse in Mathematik und Naturwissenschaften*. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt.

Hemmerich, W. A. (2011 - 2016). *t-Test-Rechner*. Zugriff am 15.11.2016 unter http://matheguru.com/stochastik/267-t-test.html#t-Test_Rechner-17

Hemmerich, W. A. (2011 - 2016). *Zweistichproben-t-Test für abhängige Stichproben (gepaarter t-Test).* Zugriff am 21.11.2016 unter http://matheguru.com/stochastik/267-t-test.html#t-Test_Rechner-17

Hertling, D., Rechsteiner, K., Stemmer, J. und Wullschleger, A. (2016). Kriterien mathematisch gehaltvoller Regelspiele für den Elementarbereich. In Hauser, B., Rathgeb-Schnierer, E., Stebler, R. & Vogt, F. (Hrsg.). *Mehr ist mehr. Mathematische Frühförderung mit Regelspielen.* Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett Friedrich Verlag GmbH.

Hess, K. (2012). *Kinder brauchen Strategien. Eine frühe Sicht auf mathematisches Verstehen*. Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett Friedrich Verlag GmbH.

Hildenbrand, C. (2016). *Förderung früher mathematischer Kompetenzen*. Eine Interventionsstudie zu den Effekten unterschiedlicher Förderkonzepte. Münster: Waxmann Verlag GmbH.

Kamii, C. (2000): *Number in preschool & kindergarten (8th Printing)*. Washington: National Association for the Education of Young Children. Übersetzung und Zusammenfassung von Ursula Stiefel, SHP, redigiert von Regula Walter, 2005. Zugriff am 25.08.2015 unter http://www.ilias.hfh.ch/ilias.php?baseClass=ilSearchController&cmd=post&rtoken=94cd4396ae935ea4f900a0553b0ce030&fallbackCmd=remoteSearch

Kammermeyer., G. (2001): Schuleingangsdiagnostik. In Faust-Siehl, G., Speck-Hamdan, A. (Hrsg.). *Schulanfang ohne Umwege*. Frankfurt am Main: Grundschulverband.

Kaufmann, L., Handl, P., Delazer, M. & Pixner, S. (2013). Wie Kinder rechnen lernen und was ihnen dabei hilft. Eine kognitiv-neuropsychologische Perspektive. In von Aster M. & Lorenz J. H. (Hrsg.). *Rechenstörungen bei Kindern. Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik* (S. 155 – 179). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Kaufmann, L., Nuerk, H-Ch., Graf, M., Krinzinger, H., Delazer, M.& Willmes, K. (2009): *TEDI-MATH. Test zur Erfassung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3. Klasse*. Deutschsprachige Adaption. Bern: Hogrefe AG.

Koch K., Knopp E. (2010): Mathematisches Lernen. In Hartke B., Koch K. & Diehl K. (Hrsg.). *Förderung in der schulischen Eingangsstufe*. Stuttgart: Kohlhammer GmbH.

Krajewski, K. (2005). Vorschulische Mengenbewusstheit von Zahlen und ihre Bedeutung für die Früherkennung von Rechenschwäche. In Hasselhorn M., Marx H. & Schneider, W. (Hrsg.). *Diagnostik von Mathematikleistungen.* Tests und Trends. Band 4 (S. 49 - 70). Göttingen: Hogrefe Verlag.

Krajewski, K. (2008a). *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule* (2. Aufl.). Hamburg: Verlag Dr. Kovac.

Krajewski, K. (2008b). Vorschulische Förderung mathematischer Kompetenzen. In F. Petermann & W. Schneider (Hrsg.). *Angewandte Entwicklungspsychologie* (S. 275 – 304). Göttingen: Hogrefe Verlag.

Krajewski, K. (2008c). Prävention der Rechenschwäche. In Schneider, W. & Hasselhorn, M. (Hrsg.). *Handbuch der Pädagogischen Psychologie* (S. 360 – 370).Göttingen: Hogrefe Verlag.

Krajewski, K. (2013). Wie bekommen die Zahlen einen Sinn? Ein entwicklungspsychologisches Modell der zunehmenden Verknüpfung von Zahlen und Grössen. In von Aster M. & Lorenz J. H. (Hrsg.). *Rechenstörungen bei Kindern. Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik* (S. 155 – 179). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Krajewski, K. & Ennenmoser, M. (2013). Entwicklung und Diagnostik der Zahl-Grössen-Verknüpfung zwischen 3 und 8 Jahren. In Hasselhorn, M., Heinze, A., Schneider, W. & Trautwein, U. (Hrsg). *Diagnostik mathematischer Kompetenzen*. Tests und Trends. Band 11 (S. 41 – 66). Göttingen: Hogrefe Verlag.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2006). Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. *Psychologie in Erziehung und Unterricht, 53*, 246 – 262.

Krajewski, K., Nieding G. & Schneider, W. (2010). *Mengen, zählen, Zahlen – Die Welt der Mathematik verstehen. Förderkonzept & Handreichung zur Durchführung der Förderung* aus: Die grosse Förderbox. Berlin: Cornelsen Verlag.

Krajewski, K., Schneider, W. & Nieding G. (2008a). Zur Bedeutung von Arbeitsgedächtnis, Intelligenz, phonologischer Bewusstheit und früher Mengen-Zahlen-Kompetenz beim Übergang vom Kindergarten in die Grundschule. *Zeitschrift Psychologie in Erziehung und Unterricht, 55,* 118-131.

Krajewski K., Renner A., Nieding G. & Schneider W. (2008b). Frühe Förderung von mathematischen Kompetenzen im Vorschulalter. In Rossbach, H.-G. & Blossfeld H.-P. (Hrsg.). *Frühpädagogische Förderung in Institutionen*. Zeitschrift für Erziehungswissenschaft. Sonderheft. 11/2008. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Krajewski, K., Nieding, G. & Schneider, W. (2008c). Kurz- und langfristige Effekte mathematischer Frühförderung im Kindergarten durch das Programm „Mengen, zählen, Zahlen“. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 40(3), S. 135–146.

Kretschmann, R. (2006). „Pädagogik“ – Optimierung pädagogischer Angebote durch differenzierte Lernstandsdiagnosen, unter besonderer Berücksichtigung mathematischer Kompetenzen. In Grüssing, M. & Peter-Koop, A. (Hrsg.). *Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren*. Offenburg: Mildenberger Verlag GmbH.

Kuckartz, U., Rädiker, S., Ebert, T. & Schehl, J. (2013). *Statistik*. Eine verständliche Einführung. Wiesbaden: Springer Fachmedien.

Lambert K. (2015): *Rechenschwäche. Grundlagen, Diagnostik und Förderung*. Göttingen: Hogrefe Verlag.

Landerl, K., Kaufmann, L. (2008). *Dyskalkulie*. Modelle, Diagnostik, Intervention. München: Ernst Reinhardt Verlag.

Lehrmittelverlag Zürich (2012): *Kinder begegnen Mathematik*. 4. Korrigierte Auflage. Zürich: Lehrmittelverlag.

Lenhard, W. & Lenhard, A. (2016). Calculation of Effect Sizes. Zugriff am 30.10.2016 unter: https://www.psychometrica.de/effect_size.html

Lonnemann, J., Linkersdörfer, J. & Lindberg, S. (2013). Approximative Mengenrepräsentationen als Grundlage arithmetischer Fertigkeiten. In Hasselhorn, M., Heinze, A., Schneider, W. & Trautwein, U. (Hrsg). *Diagnostik mathematischer Kompetenzen*. Tests und Trends. Band 11 (S. 41 – 66). Göttingen: Hogrefe Verlag.

Lorenz J.H. (2012): *Kinder begreifen Mathematik. Frühe mathematische Bildung und Förderung*. Stuttgart: W. Kohlhammer GmbH.

Lorenz J.H. (2013): Zahlen und Rechenoperationen. Wie sind sie im Kopf des Lernenden? In Sprenger J., Wagner A. & Zimmermann M. (Hrsg). *Mathematik lernen, darstellen, deuten, verstehen. Didaktische Sichtweisen vom Kindergarten bis zur Hochschule*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Mann, A., Fischer, U. & Nürk,H.-C. (2013). TEDI-MATH – Test zur Erfassung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3. Klasse. In Hasselhorn, M., Heinze, A., Schneider, W. & Trautwein, U. (Hrsg). *Diagnostik mathematischer Kompetenzen*. Tests und Trends. Band 11 (S. 97 - 111). Göttingen: Hogrefe Verlag.

Moser Opitz E. (2008): *Zählen - Zahlbegriff – Rechnen. Theoretische Grundlagen und eine empirische Untersuchung zum mathematischen Erstunterricht in Sonderklassen*. 3. Auflage. Bern: Haupt Verlag.

Mummendey, H.D. & Grau, I. (2008). *Die Fragebogenmethode*. Göttingen: Hogrefe.

Niklas F. (2011): *Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter zur Vorhersage der Schulfähigkeit, späterer Rechenschwäche und Lese- und Rechtschreibschwäche*. Diagnostik, Zusammenhänge und Entwicklung in Anbetracht der bevorstehenden Einschulung. Hamburg: Verlag Dr. Kovac.

Online Lexikon für Psychologie und Pädagogik. Begriff: *Zone der proximalen Entwicklung*. Zugriff am 25.09.16 unter http://lexikon.stangl.eu/5750/proximale-entwicklung/

Ostertag, C. (2015): *Rechenschwierigkeiten vorbeugen.* Kinder mit Lernschwierigkeiten in der Entwicklung ihrer frühen mathematischen Kompetenzen unterstützen. Frankfurt am Main: Peter Lang GmbH.

Rechsteiner, K., Hauser, B., Vogt, F. & Stebler, R. (2016). Frühe Mathematik-Förderung: Regelspiele oder Training. In Hauser, B., Rathgeb-Schnierer, E., Stebler, R. & Vogt, F. (Hrsg.). *Mehr ist mehr. Mathematische Frühförderung mit Regelspielen.* Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett Friedrich Verlag GmbH.

Rechsteiner, K., Vogt, F., Mock, S., Schwitter, M., Stemmer, J., Bussmann, D., Rathgeb-Schnierer, E., Hauser, B., Link, M., Stebler, R. & Wullschleger, A. (2014). *Anleitung für die spimaf-Spiele*. Überarbeitete Fassung September 2014. Pädagogische Hochschule St.Gallen.

Resnick, L. (1989). Developing mathematical knowledge. In *American Psychologist* Nr. 44, S. 162 – 169.

Richter, S. (1999). „Schulfähigkeit des Kindes“ oder „Kindfähigkeit der Schule“? In: Brügelmann, H.; Fölling-Albers, M.; Richter, S. & Speck-Hamdan, A. (Hrsg.). Jahrbuch Grundschule 99. Seelze: Kallmeyer.

Schefter, T. (2016). Aphorismen.de. Aphorismen, Zitate, Sprüche und Gedichte. Zugriff am 22.11.2016 unter https://www.aphorismen.de/suche?f_thema=Entwicklung%2C+Tendenz

Schneider, W., Küspert, P. & Krajewski, K. (2013). *Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen.* Paderborn: Ferdinand Schöningh.

Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2012). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe.* (1. Aufl.). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag

Schuler, S. (2013a). *Mathematische Bildung im Kindergarten in formal offenen Situationen*. Eine Untersuchung am Beispiel von Spielen zum Erwerb des Zahlbegriffs. Münster: Waxmann Verlag.

Schuler, S. (2013b). Spielend Mathematik lernen? Bedingungen für die Entstehung mathematischer Lerngelegenheiten im Kindergarten. In Sprenger, J., Wagner, A. & Zimmermann, M. (Hrsg). *Mathematik lernen, darstellen, deuten, verstehen*. Didaktische Sichtweisen vom Kindergarten bis zur Hochschule. Wiesbaden: Spektrum.

Schweizerische Konferenz der kantonalen Erziehungsdirektion (EDK). Zugriff am 21.11.2016 unter http://www.edk.ch

Tenorth, H.-E. & Tippelt, R. (2007). *Lexikon Pädagogik*. Weinheim und Basel: Beltz.

von Aster, M., Schweiter, M. & Weinhold Zulauf, M. (2007). Rechenstörungen bei Kindern. Vorläufer, Prävalenz und psychische Symptome. In *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 39(2), S. 85–96.

Weisshaupt, S., Peucker, S. & Wirtz, M. (2006). Diagnose mathematischen Vorwissens im Vorschulalter und Vorhersage von Rechenleistungen und Rechenschwierigkeiten in der Grundschule. Zeitschrift *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 53, S. 236 – 245. München Basel: Ernst Reinhardt Verlag.

Werner B. (2009): *Dyskalkulie – Rechenschwierigkeiten.* Diagnose und Förderung rechenschwacher Kinder an Grund- und Sonderschulen. Stuttgart: W. Kohlhammer GmbH.

Wittmann, E. Ch. (1994). Wider die Flut der „bunten Hunde“ und der „grauen Päckchen“: Die Konzeption des aktiv-entdeckenden Lernens und des produktiven Übens. In: Wittmann, E. Ch. & Müller, G.N.: *Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1.* Stuttgart – Düsseldorf – Berlin –Leipzig: Klett.

Wittmann, E. Ch. (2004). Design von Lernumgebungen zur mathematischen Frühförderung. In Faust, G., Götz, M., Hacker, H. & Rossbach, H.-G. *Anschlussfähige Bildungsprozesse im Elementar- und Primarbereich*. Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt Verlag.

Wullschleger, A. & Stebler, R. (2016). Individuelle Lernunterstützung bei Regelspielen. In Hauser, B., Rathgeb-Schnierer, E., Stebler, R. & Vogt, F. (Hrsg.). *Mehr ist mehr. Mathematische Frühförderung mit Regelspielen.* Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett Friedrich Verlag GmbH.

8.2 Abbildungsverzeichnis

8.3 Tabellenverzeichnis

Anhang

Abbildung 25: Fotografie Spiel "5er-Raus" Kindergarten W7

9 Anhang

9.1 Lehrplanbezüge

9.1.1 Lehrplan für die Kindergartenstufe

Im Lehrplan für die Kindergartenstufe des Kantons Zürich (2008) lassen sich in Bezug auf das Zählen folgende Basiskompetenzen im Bildungsbereich *Mathematische Erfahrungen* finden:

- Das Kind kann die Zahlwortreihe vorwärts von 1 bis 20 und rückwärts von 10 bis 0 aufsagen. Es kann Mengen bis zu 20 abzählen und verschieden grosse Mengen von bis zu 10 Gegenständen miteinander vergleichen.
- Das Kind kann Muster erkennen, einfache Muster wiederholen und die Regel des Musters beschreiben.
- Das Kind erkennt bis zu drei Gegenstände sowie die Würfelaugen simultan und kann deren Menge nennen.

9.1.2 Lehrplan für die Volksschule des Kantons Zürich

Im Lehrplan für die Volksschule des Kantons Zürich (1993) werden im Bereich Mathematik Unterstufe folgende Fertigkeiten bezüglich des Zählens genannt (es werden ausschliesslich die auf die 1. Klasse bezogenen Punkte notiert):
A= Aufgreifen / D= Durcharbeiten / F= Festigen

<u>Mengen/Eigenschaften von Zahlen:</u>

- Mengenbildung nach einem Merkmal (A)
- Ordnen von Objekten (Zahlen) nach Beziehungseigenschaften (gleich, grösser etc.) (A)

<u>Zahlenbereich (natürliche Zahlen):</u>

- Zählübungen, die den für das Rechnen vorgeschriebenen Zahlenbereich auch überschreiten dürfen (D)
- Rhythmisch gestaltete Zählübungen (A)
- Natürliche Zahlen von 0-20 (F)
- Verschiedene Aspekte des Zahlbegriffs anwenden: (A)
    - Zahlen als Mächtigkeit von Mengen (Kardinalzahl)
    - Zahlen als Bezeichnung für eine bestimmte Stelle in einer Reihenfolge (Ordinalzahl)
    - Zahlen in Verbindung mit Masseinheiten (Masszahl, Grössen)
- Veranschaulichungen für Zahlen verwenden wie Zahlbilder, Zahlentafel, Zahlenstrahl, strukturiertes Material (A)

9.1.3 Lehrplan 21

Im Lehrplan 21 werden folgende mathematische Kompetenzen zur Erarbeitung im 1. Zyklus (Kindergarten bis Ende 2. Klasse) genannt, die sich auf die Zählentwicklung beziehen (Zahlenraum bis 20):

Die Schülerinnen und Schüler...

- können Anzahlen vergleichen
- können bis zu 20 Elemente auszählen
- können von beliebigen Zahlen vorwärts weiterzählen bis 10
- können Anzahlen ordnen, insbesondere solche mit verschiedenen oder verschieden angeordneten Elementen (z.B. Mengenbilder)
- können im Zahlenraum bis 20 von beliebigen Zahlen aus vorwärts und rückwärts zählen.
- können in 2er-Schritten vorwärts zählen, von 2-20
- können Fingerbilder von 1 bis 10 spontan zeigen sowie Anzahlen bis 5 ohne Zählen erfassen.
- können die Auswirkungen von Zunahme und Abnahme beschreiben (z.B. eine Anzahl wird grösser bzw. kleiner, wenn ich dazulege bzw. wegnehme).
- können Anzahlen und Anordnungen verändern und Auswirkungen beschreiben (z.B. 1 dazulegen gibt 1 mehr, 1 wegnehmen gibt eins weniger).
- können zeigen, wie sie zählen (z.B. mit Ordnen, durch aktives Verschieben und mit Fingern).
- können Anzahlen und Zahlpositionen vergleichen und beschreiben (z.B. mehr/weniger, kommt vorher/nachher).
- können Anzahlen verschieden darstellen (z.B. mit Punkten oder Strichen notieren) und verschieden anordnen (z.B. auf einer Linie und in der Fläche verteilt).

9.2 Auszug Jahresplan aus dem Lehrmittel 1 Mathematik

Jahresplanung «Mathematik 1 Primarstufe»

	ungefährer Zeitpunkt	Thema	Handbuch	Arbeitsheft	Arbeitsblätter	Fertigkeits-training
1	Aug	Zählen	S. 57			
2	Aug	Zahlen	S. 63	Zahlen und Ziffern S. 3	A 1	
3	Aug/Sept	Orte und Wege	S. 69			
4	Sept	Zahlvorstellungen	S. 77			
5	Sept	Ziffern schreiben	S. 83	Ziffern schreiben	A 2	
6	Sept/Okt	Bündeln	S. 89	Zahlen und Ziffern S. 6	A 3	R 1
7	Sept/Okt	Nachbarzahlen	S. 97	Zahlen und Ziffern S. 12	A 4, A 5	R 2
8	Okt	Punktefeld	S. 105	Zahlen und Ziffern S. 18	A 6	R 3
9	Okt/Nov	Rechengeschichten	S. 113			
10	Nov	Ordnen	S. 119	Zahlen und Ziffern S. 22	A 7, A 8	R 4
11	Nov	Zerlegen	S. 127	Zahlen und Ziffern S. 28	A 9	R 5
12	Nov/Dez	Verdoppeln	S. 135	Zahlen und Ziffern S. 32	A 10	R 6
13	Nov/Dez	Grundformen	S. 141			
14	Dez	Plusrechnen	S. 151	Plus und Minus S. 3	A 11	R 7
15	Dez	Minusrechnen	S. 159	Plus und Minus S. 8	A 12	R 8, R 9
16	Dez/Jan	Zahlenmauern	S. 167	Plus und Minus S. 14	A 13, A 14	
17	Jan	Schlüsselrechnungen	S. 173	Plus und Minus S. 20	A 15	R 10
18	Jan	Formen	S. 183			
19	Jan/Feb	Längen	S. 191	Erkunden und Messen S. 3		
20	Jan/Feb	Geldbeträge	S. 197	Erkunden und Messen S. 4		
21	Feb	Nachbarrechnungen	S. 203	Plus und Minus S. 24	A 16	
22	Feb/März	Gleichungen umformen	S. 211	Plus und Minus S. 28	A 17	R 11
23	Feb/März	Einsminuseins	S. 217	Plus und Minus S. 31	A 18	
24	März	Körper	S. 223			
25	März/April	Rechnungen vergleichen	S. 229	Plus und Minus S. 36	A 19, A 20	
26	April	Zahlenfolgen	S. 235	Plus und Minus S. 42	A 21	R 12
27	April	Verwandte Rechnungen	S. 243	Plus und Minus S. 46	A 22, A 23	
28	April/Mai	Rechnungsfolgen	S. 249	Plus und Minus S. 52	A 24, A 25	
29	April/Mai	Strategien Plusrechnen	S. 257	Plus und Minus S. 56	A 26	
30	Mai	Strategien Minusrechnen	S. 263	Plus und Minus S. 60	A 27	
31	Mai/Juni	Pläne	S. 269			
32	Mai/Juni	Zeit	S. 275	Erkunden und Messen S. 10		
33	Juni	Daten und Messungen	S. 281	Erkunden und Messen S. 14		
34	Juni	Geld	S. 291	Erkunden und Messen S. 16		
35	Juni/Juli	Symmetrie	S. 297			
36	Juli	Regeln und Strategien	S. 305	Erkunden und Messen S. 24	A 28	

Mathematische Bereiche:

Zahlen und Ziffern	Formen und Bewegung	Plus und Minus	Erkunden und Messen

Abbildung 26: Jahresplanung aus dem Handbuch Lehrmittel Mathematik 1 (Brandenberger et al., 2010)

9.3 Projektbeschrieb

Den vorliegenden Projektbeschrieb (siehe Abbildung 27) erhielten die Lehrpersonen, um sich mit einer Teilnahme auseinanderzusetzen.

Projektbeschrieb | Masterarbeit

Förderung der mathematischen Basiskompetenzen

Eine quantitative Studie zu einer modellbasierten Förderung der mathematischen Basiskompetenzen im Kindergarten

---

Kurze Zusammenfassung

Das Projekt richtet sich an Kinder des letzten Kindergartenjahres kurz vor Eintritt in die Primarstufe. Durch eine mathematische Fördereinheit sollen Basiskompetenzen gefördert werden. Ausgewählte Kindergartenkinder (ca. 5 pro Kindergarten) werden vor und nach der Fördereinheit getestet, um mögliche Fortschritte zu überprüfen.

Durchführung

Pro Woche ist eine geführte Fördersequenz von ca. 30 – 40 Min. (Material vorhanden) geplant und Freispielangebote (mathematische Regelspiele) werden zur Verfügung gestellt. Die Kinder der Testgruppe sollten sich pro Woche mind. 3x ca. 20 min. mit den genannten Spielen (im Freispiel) beschäftigen und zwingend an der geführten Fördersequenz teilnehmen. Die Wahl der Regelspiele ist den Kindern jeweils selbst überlassen. Die Einführung der Spiele wird von den Kindergartenlehrpersonen übernommen. An einem gemeinsamen Treffen vor Beginn der Förderung werden die Spiele gezeigt, Regeln erklärt und Fragen beantwortet.

Aus einem Zeitplan, welcher frühzeitig versendet wird, kann entnommen werden, wann die Tests vorher und nachher stattfinden werden und wie die Intervention (Förderung) geplant wird.

Anfrage

Wenn ihr euch vorstellen könnt, das Projekt zu uterstützen respektive daran teilzunehmen, teilt mir dies bitte bis am 20. Januar 2016 mit. Fragen beantworte ich selbstverständlich gerne.

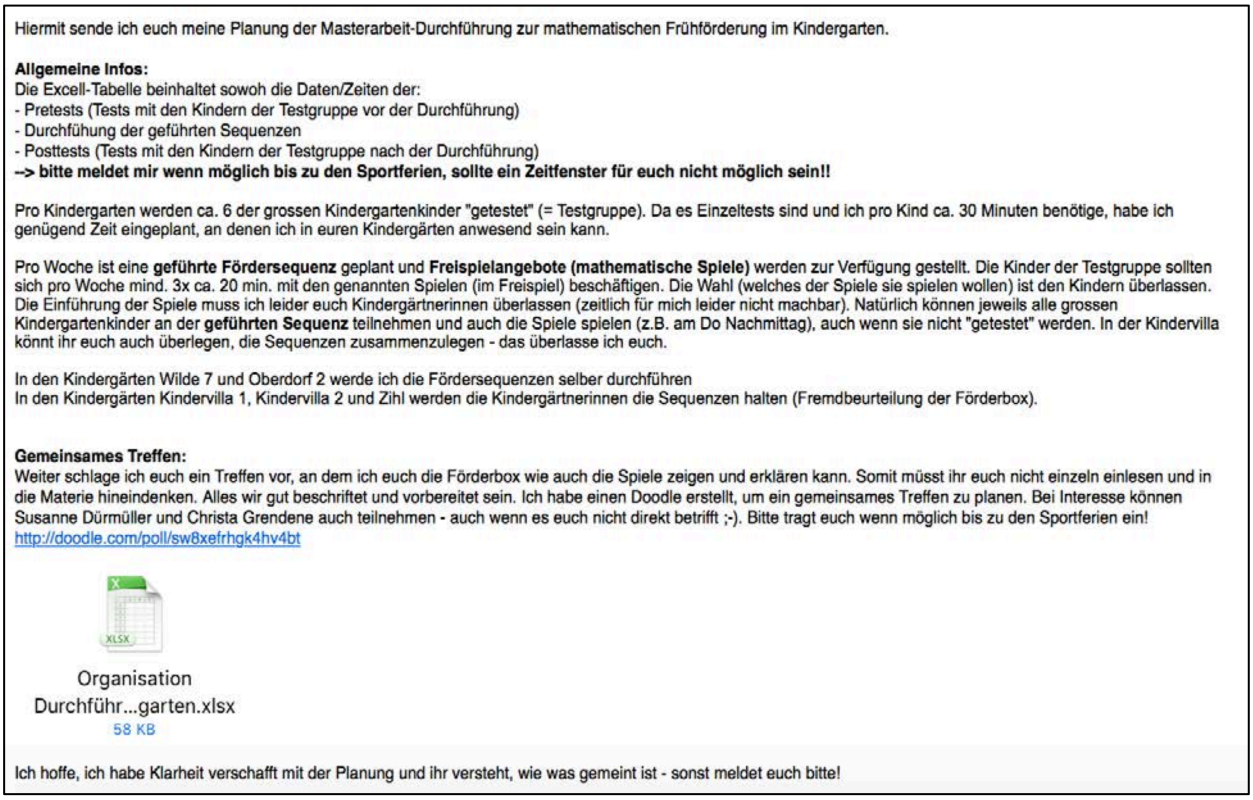
Mit lieben Grüssen

Kathrin

Abbildung 27: Projektbeschrieb

9.4 Informationen an die durchführenden Lehrpersonen

Nach Zusage der Kindergartenlehrpersonen wurde nachfolgende E-Mail (siehe Abbildung 28) zusammen mit dem Zeitplan (vgl. Kapitel 9.4.1 / Tabelle 16) im Februar 2016 versendet.



Hiermit sende ich euch meine Planung der Masterarbeit-Durchführung zur mathematischen Frühförderung im Kindergarten.

Allgemeine Infos:
Die Excell-Tabelle beinhaltet sowoh die Daten/Zeiten der:
- Pretests (Tests mit den Kindern der Testgruppe vor der Durchführung)
- Durchfühung der geführten Sequenzen
- Posttests (Tests mit den Kindern der Testgruppe nach der Durchführung)

--> bitte meldet mir wenn möglich bis zu den Sportferien, sollte ein Zeitfenster für euch nicht möglich sein!!

Pro Kindergarten werden ca. 6 der grossen Kindergartenkinder "getestet" (= Testgruppe). Da es Einzeltests sind und ich pro Kind ca. 30 Minuten benötige, habe ich genügend Zeit eingeplant, an denen ich in euren Kindergärten anwesend sein kann.

Pro Woche ist eine **geführte Fördersequenz** geplant und **Freispielangebote (mathematische Spiele)** werden zur Verfügung gestellt. Die Kinder der Testgruppe sollten sich pro Woche mind. 3x ca. 20 min. mit den genannten Spielen (im Freispiel) beschäftigen. Die Wahl (welches der Spiele sie spielen wollen) ist den Kindern überlassen. Die Einführung der Spiele muss ich leider euch Kindergärtnerinnen überlassen (zeitlich für mich leider nicht machbar). Natürlich können jeweils alle grossen Kindergartenkinder an der **geführten Sequenz** teilnehmen und auch die Spiele spielen (z.B. am Do Nachmittag), auch wenn sie nicht "getestet" werden. In der Kindervilla könnt ihr euch auch überlegen, die Sequenzen zusammenzulegen - das überlasse ich euch.

In den Kindergärten Wilde 7 und Oberdorf 2 werde ich die Fördersequenzen selber durchführen
In den Kindergärten Kindervilla 1, Kindervilla 2 und Zihl werden die Kindergärtnerinnen die Sequenzen halten (Fremdbeurteilung der Förderbox).

Gemeinsames Treffen:
Weiter schlage ich euch ein Treffen vor, an dem ich euch die Förderbox wie auch die Spiele zeigen und erklären kann. Somit müsst ihr euch nicht einzeln einlesen und in die Materie hineindenken. Alles wir gut beschriftet und vorbereitet sein. Ich habe einen Doodle erstellt, um ein gemeinsames Treffen zu planen. Bei Interesse können Susanne Dürmüller und Christa Grendene auch teilnehmen - auch wenn es euch nicht direkt betrifft ;-). Bitte tragt euch wenn möglich bis zu den Sportferien ein!
http://doodle.com/poll/sw8xefrhgk4hv4bt

XLSX
Organisation
Durchführ...garten.xlsx
58 KB

Ich hoffe, ich habe Klarheit verschafft mit der Planung und ihr versteht, wie was gemeint ist - sonst meldet euch bitte!

Abbildung 28: Informations-Email an die betreffenden Lehrpersonen

9.4.1 Organisation und Zeitplan für die Pretests, die Durchführung und die Posttests

Tabelle 16: Zeitplan der Projektdurchführung

Masterarbeit mathematische Förderung im Kindergarten: Pretest, Durchführung und Posttest

Legende:

Pre-Tests	geführte Einheiten (D)	IF-Unterricht normal	Post-Test	Bewegungs-landschaft (BL)		

Wo	Tag	Kindervilla 2	Wilde 7	Kindervilla 1	Zihl	Oberdorf 2	Oberdorf 1
15	Mo, 11.04.	8:30 - 10:00	BL	BL			BL
	Di, 12.04.		08:30 - 11:45				
	Do, 14.04.			08:30 - 11:45			
		13:30 - 14:25					
	Fr, 15.04.				08:30 - 11:45		
16	Di, 19.04.					08:30 - 11:45	
	Fr, 22.04.						10:15 - 11:45 IF
17	Frühlingsferien						
18	Frühlingsferien						
19	Di, 10.05.		08:30 - 09:15 D1				
			09:15 - 10:00 IF				
		10:15 - 11:45 IF		10:15 - 11:45 IF			
	Fr, 13.05.					08:30 - 09:15 D1	
						09:15 - 10:00 IF	09:15 - 10:00 IF
							10:15 - 11:00 IF
20	Di, 17.05.		08:30 - 09:15 D2				
			09:15 - 10:00 IF				
						10:15 - 11:00 D2	
						11:00 - 11:45 IF	11:00 - 11:45 IF
21	Di, 24.05		8:30 - 10:00 IF				
		10:15 - 11:45 IF		10:15 - 11:45 IF			
	Fr, 27.05.					08:30 - 09:15 IF	08:30 - 09:15 IF
						09:15 - 10:00 D3	
			10:15 - 11:00 D3				
			11:00 - 11:45 IF				
22	Projektwoche						
23	Di, 07.06.		08:30 - 09:15 D4				
			09:15 - 10:00 IF				
						10:15 - 11:45 IF	10:15 - 11:45 IF
	Fr, 10.06.					08:30 - 09:15 D4	
							09:15 - 10:00 IF
24	Di, 14.06.		08:30 - 10:00 IF				
		10:15 - 11:45 IF		10:15 - 11:45 IF			
	Fr, 17.06.		09:45 - 10:00 D5				
						10:15 - 11:00 D5	
						11:00 - 11:45 IF	11:00 - 11:45 IF
25	Di, 21.05.		08:30 - 09:15 D6				
			09:15 - 10:00 IF				
						10:15 - 11:45 D6	
						11:00 - 11:45 IF	11:00 - 11:45 IF
	Fr, 24.06.	08:30 - 10:00 IF		08:30 - 10:00 IF			
26	Di, 28.06.		08:30 - 09:15 D7				
			09:15 - 10:00 IF				
						10:15 - 11:00 D7	
						11:00 - 11:45 IF	11:00 - 11:45 IF
27	Di, 05.07.		08:30 - 09:15 D8				
			09:15 - 10:00 IF				
		10:15 - 11:45 IF		10:15 - 11:45 IF			
	Fr, 08.07.		08:30 - 10:00				
						10:15 - 11:00 D8	
						11:00 - 11:45 IF	11:00 - 11:45 IF
28	Mo, 11.07.	BL		08:30 - 11:45	BL	BL	
	Di, 12.07.	08:30 - 10:00					
			10:15 - 11:45				
	Mi, 13.07.				08:30 - 11:45		
	Do, 14.07.					08:30 - 11:45	
		13:30 - 14:25					

9.5 Auszug aus dem Heft zur Beschreibung der Förderung nach dem Programm MzZ

9.5.1 Auszug einer Lektion aus der Handreichung zur Durchführung der MzZ-Förderung

Folgende Abbildung 29 zeigt die Lektion 5 („Die Zahlen 9 und 10“) aus der Handreichung zur MzZ-Förderbox (Krajewski et al., 2010, S. 22 - 25).

Schwerpunkt 1 Zahlen als Anzahlen (Anzahlkonzept)

1.5 Die Zahlen 9 und 10

Die Erarbeitung der Zahlen 9 und 10 findet analog zur Einführung der Zahlen 1 und 2 statt.

Material

- zwei **Tische** (oder zwei große Bogen Papier), auf jedem eine **große Zahlenkarte** (aus der Zahlenstraße, Zahlen 9 und 10)
- je neun und zehn Stück gleiche **Materialien**, die im Raum zur Verfügung stehen (z. B. neun bzw. zehn Schuhe, neun bzw. zehn Bausteine in zwei gleichen Schälchen, neun bzw. zehn Bücher auf zwei Stapeln, neun bzw. zehn Stifte in zwei gleichen Bechern)
- neun **Chips**, zehn Chips, neun **Kinderkärtchen**, zehn Kinderkärtchen jeweils in einem Schälchen
- **Karten** passend für die Zahlen 9 und 10: Zahlenhaus-Kinderkarten, Zahlenhaus-Zahlenkarten, Treppenkarten (mit Zahlen, Punkten, Zahlenstrahl, Uhren, Fingern, Würfeln); acht Karten für jede der Zahlen, insgesamt also 16 Karten
- **Zahlenstufen** 9 und 10
- **Zahlenhaus**

Vorbereitung

- Orte schaffen für die 9 und für die 10 (zwei Tische oder große Bogen Papier); aus Sicht der Kinder Ort für die 9 links, Ort für die 10 rechts
- Anzahlen aus neun und zehn Dingen (vgl. Material) bereitstellen

Ziele

- Die Zahlen 9 und 10 und die zugehörigen Anzahlen kennen lernen (*neun* bzw. *zehn* Dinge bzw. Bilder dafür)
- Die Begriffe *größer/kleiner* als und *mehr/weniger* als kennen lernen und anwenden
- Erkenntnis: Dinge können von der Art her gleich sein (z. B. rote Chips), gehören aber trotzdem nicht zur selben Zahl, weil sie unterschiedliche ausgezählte Anzahlen haben (z. B. *neun* Chips – *zehn* Chips)

Leitfragen

- Zähle die Dinge! Welche Zahl ist das?
- Warum ordnest du die Dinge zu dieser Zahl (und nicht zur anderen)?
- Wo liegen *mehr/weniger*? Welche Zahl ist *größer/kleiner*?

22

Durchführung

» Wir wollen heute die Zahlen 9 und 10 kennen lernen. Wer kennt schon die Zahlen 9 und 10?

Die beiden großen Zahlenkarten 9 und 10 zeigen.

» Wer kann mir sagen, welche von diesen beiden Zahlen die 9 ist und welche die 10?
Ich verrate es euch: Das ist die 9 und das ist die 10.
Die 9 legen wir hierhin und die 10 hierhin.

Zahlen an verschiedene Orte (Tisch, großes Papier) legen, dabei betonen:
» Zur Zahl 9 gehören alle Dinge, die *neunmal* da sind.
Zur Zahl 10 gehören alle Dinge, die *zehnmal* da sind.

1 Im Raum Dinge suchen und zuordnen

» Sucht hier im Raum Dinge, die *neunmal* da sind und Dinge, die *zehnmal* da sind. Wenn ihr sie gefunden habt, dürft ihr sie den Zahlen zuordnen.

Die Kinder suchen Gegenstände, die *neunmal* bzw. *zehnmal* vorhanden sind, und ordnen sie den Zahlen 9 bzw. 10 zu (z. B. *neun* Turnschuhe, *neun* Stifte, *neun* Bausteine, *neun* Bücher sowie Dinge der gleichen Art zur Zahl 10: *zehn* Turnschuhe, *zehn* Stifte, *zehn* Bausteine, *zehn* Bücher).

Jedes Kind ordnet die Gegenstände der entsprechenden Zahl zu und formuliert dabei:

Das kommt zur 9, weil 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 davon da sind. (Kind zählt dabei)

Diese Dinge kommen zur 10, weil es 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 Dinge sind. (Kind zählt dabei)

2 Vorbereitete Anzahlen/Kartenabbildungen auszählen und zuordnen

Direkt vor den Kindern werden nun ausgebreitet:
- vorbereitete Schälchen, die je *neun* oder *zehn* gleichfarbige Chips bzw. Kinderkärtchen enthalten (vgl. Material)
- Karten für die Zahlen 9 und 10 (verdeckt hinlegen): Zahlenhaus-Kinderkarten, Zahlenhaus-Zahlenkarten, Treppenkarten (Zahlen, Punkte, Zahlenstrahlen, Uhren, Finger, Würfel)
- Zahlenstufen 9 und 10

23

Schwerpunkt 1 Zahlen als Anzahlen (Anzahlkonzept)

Schwerpunkt 1 Zahlen als Anzahlen (Anzahlkonzept)

» Welches Schälchen gehört zu welcher Zahl? –
Welche Karte gehört zu welcher Zahl? –
Welche Zahlenstufe gehört zu welcher Zahl?

Die Kinder nehmen ein Schälchen, decken eine Karte auf, nehmen eine Zahlenstufe usw., zählen jeweils die Dinge, ordnen diese der richtigen Zahl zu und formulieren dabei:

Das kommt zur 9, weil *neun* davon da sind: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. (Kind zählt dabei)

Diese Dinge kommen zur 10, weil *zehn* davon da sind: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. (Kind zählt dabei)

Dieser Stein (Zahlenstufe 9) kommt zur 9, weil dort alles *neunmal* drauf ist.

Dieser Stein (Zahlenstufe 10) kommt zur 10, weil dort alles *zehnmal* drauf ist.

Diese Karte ...

3 Gleiche Dinge einander zuordnen und Anzahlen vergleichen

» Nun stellen sich einige Kinder zum Tisch der Zahl 9 und einige Kinder zum Tisch der Zahl 10.
Ordnet die Dinge auf beiden Tischen einander zu. Findet heraus, warum sie auf verschiedenen Tischen liegen.

Ein Kind von Tisch „9" nimmt etwas und zählt laut, wie viele Dinge es sieht, z. B.: „Ich habe *neun* Bausteine!"

» *Wie viele* Bausteine liegen bei euch auf dem Tisch? (Frage an ein Kind an Tisch „10")
» Auf welchem Tisch liegen *mehr* Bausteine? (*Wie viele mehr*?) Warum?

Zu den anderen Dingen auf den Tischen werden entsprechende Fragen gestellt.

Bei uns liegen *neun* Bausteine, ... *neun* Chips, ... die Karte mit *neun* Punkten.

Bei uns liegen *zehn* Bausteine, ... *zehn* Chips, ... die Karte mit *zehn* Punkten.

24

Auf unserem Tisch liegen *mehr* Bausteine, weil *zehn* Bausteine (*einer*) *mehr* sind als *neun* Bausteine.

Abschließend werden die Zahlenstufen nebeneinander gestellt.

10 ist *größer* als 9. Denn zur 10 gehören *mehr* Dinge (*eins mehr*) als zur 9.

Man kann auch sagen:
9 ist *kleiner* als 10. Zur 9 gehören *weniger* Dinge (*eins weniger*) als zur 10.

4 Zahlenstufen und Zahlenhaus ergänzen

Schließlich werden die beiden neuen Zahlenstufen zusammen mit den bisher gelernten Zahlenstufen gemischt und dann die Zahlentreppe (von links nach rechts: 1 bis 10) aufgebaut.
Die Zahlenhaus-Kinderkarten und Zahlenhaus-Zahlenkarten aller bisher gelernten Zahlen von 1 bis 10 werden umgedreht und gemischt. Die Kinder ziehen die Karten in zufälliger Folge und heften sie jeweils an den richtigen Platz im Zahlenhaus (Zahlen links, Kinder rechts; kleinste Zahl unten, größte oben).

Abschluss

» Wer möchte noch einmal erzählen, was wir heute gelernt haben?

Ein Kind fasst zusammen, was im heutigen Spiel gemacht und was dabei gelernt wurde.
Ggf. ein Kind direkt ansprechen und zum Sprechen ermutigen.

25

Schwerpunkt 1 Zahlen als Anzahlen (Anzahlkonzept)

Abbildung 29: Auszug aus der Handreichung der MzZ-Förderung Lektion 5 (Krajewski et al., 2010, S. 22 - 25)

9.6 Auszug einer Lektion aus dem Begleitheft der angepassten MzZ-Förderung

Nachfolgend wird neben der Titelseite und dem Inhaltsverzeichnis (Abbildung 30), der Inhaltsübersicht und dem beschriebenen Schwerpunkt 2 (Abbildung 31) die 7. Lektion der angepassten MzZ-Förderung dargestellt (Abbildung 32):

Die grosse Förderbox

Mengen, zählen, Zahlen
Die Welt der Mathematik verstehen

Diese Arbeit umfasst acht aus der Förderbox „Mengen, zählen, Zahlen“ zusammengestellte Lektionen. Diese werden in fünf Kindergärten im Rahmen einer Masterarbeit durchgeführt.

Quellenangabe:
Die bereits bestehenden Lektionen aus der Handreichung zur Durchführung der Förderbox mussten teils abgeändert, zusammengefasst oder gekürzt werden. Sie beziehen sich auf folgende Quelle:

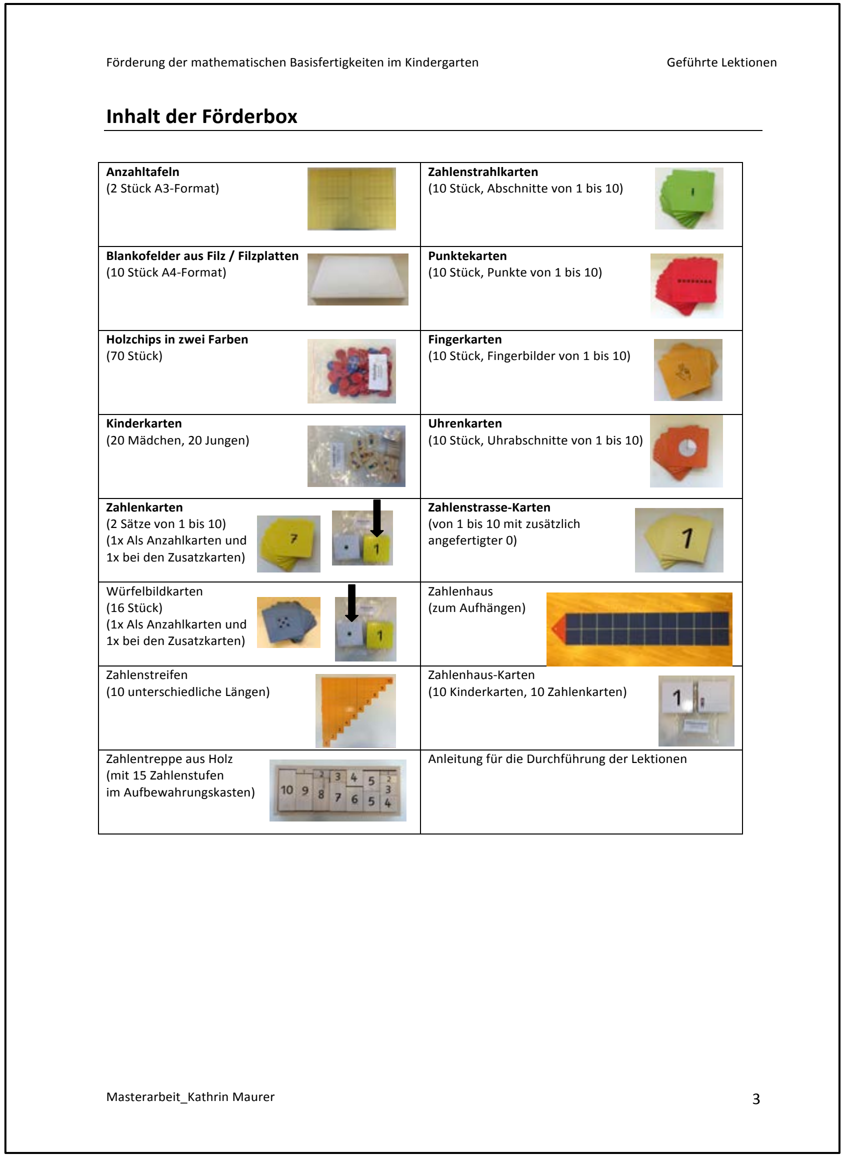
Krajewski K., Niedling G. und Schneider W. (2010): Mengen, zählen, Zahlen. Die Welt der Mathematik verstehen. Handreichung zur Durchführung der Förderung. Berlin. Cornelsen Verlag.

Einige Abschnitte wurden wortwörtlich übernommen, andere verändert. Dies ist nicht ausführlich gekennzeichnet, da diese Anleitung der praktischen Umsetzung im Rahmen einer Masterarbeit dient.

Datum: 03. Mai 2016
Zusammengestellt von: Kathrin Maurer

Inhaltsverzeichnis

Abbildung 30: Titelseite und Inhaltsverzeichnis des angepassten MzZ-Förderprogramms

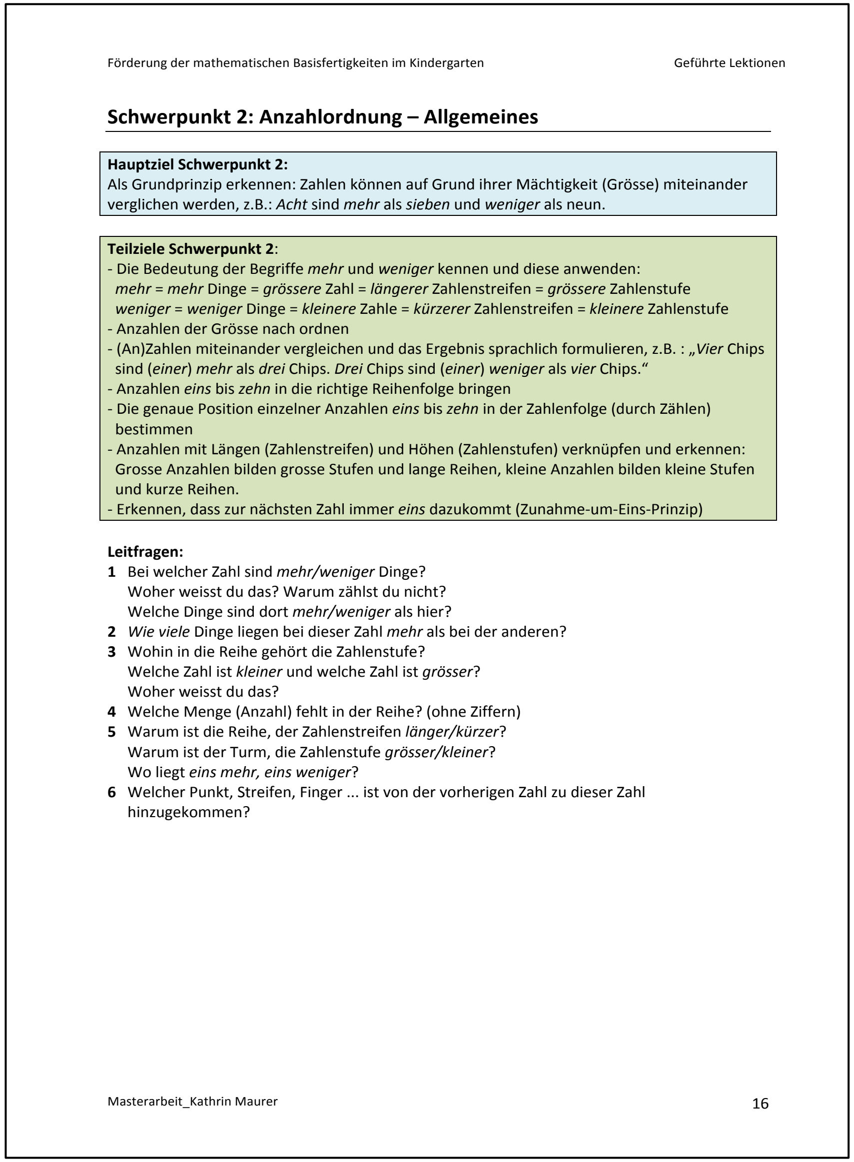


Förderung der mathematischen Basisfertigkeiten im Kindergarten Geführte Lektionen

Inhalt der Förderbox

Anzahltafeln (2 Stück A3-Format)	**Zahlenstrahlkarten** (10 Stück, Abschnitte von 1 bis 10)
Blankofelder aus Filz / Filzplatten (10 Stück A4-Format)	**Punktekarten** (10 Stück, Punkte von 1 bis 10)
Holzchips in zwei Farben (70 Stück)	**Fingerkarten** (10 Stück, Fingerbilder von 1 bis 10)
Kinderkarten (20 Mädchen, 20 Jungen)	**Uhrenkarten** (10 Stück, Uhrabschnitte von 1 bis 10)
Zahlenkarten (2 Sätze von 1 bis 10) (1x Als Anzahlkarten und 1x bei den Zusatzkarten)	**Zahlenstrasse-Karten** (von 1 bis 10 mit zusätzlich angefertigter 0)
Würfelbildkarten (16 Stück) (1x Als Anzahlkarten und 1x bei den Zusatzkarten)	Zahlenhaus (zum Aufhängen)
Zahlenstreifen (10 unterschiedliche Längen)	Zahlenhaus-Karten (10 Kinderkarten, 10 Zahlenkarten)
Zahlentreppe aus Holz (mit 15 Zahlenstufen im Aufbewahrungskasten)	Anleitung für die Durchführung der Lektionen

Masterarbeit_Kathrin Maurer 3



Förderung der mathematischen Basisfertigkeiten im Kindergarten Geführte Lektionen

Schwerpunkt 2: Anzahlordnung – Allgemeines

Hauptziel Schwerpunkt 2:
Als Grundprinzip erkennen: Zahlen können auf Grund ihrer Mächtigkeit (Grösse) miteinander verglichen werden, z.B.: *Acht* sind *mehr* als *sieben* und *weniger* als neun.

Teilziele Schwerpunkt 2:
- Die Bedeutung der Begriffe *mehr* und *weniger* kennen und diese anwenden:
  mehr = *mehr* Dinge = *grössere* Zahl = *längerer* Zahlenstreifen = *grössere* Zahlenstufe
  weniger = *weniger* Dinge = *kleinere* Zahle = *kürzerer* Zahlenstreifen = *kleinere* Zahlenstufe
- Anzahlen der Grösse nach ordnen
- (An)Zahlen miteinander vergleichen und das Ergebnis sprachlich formulieren, z.B. : „*Vier* Chips sind (*einer*) *mehr* als *drei* Chips. *Drei* Chips sind (*einer*) *weniger* als *vier* Chips.“
- Anzahlen *eins* bis *zehn* in die richtige Reihenfolge bringen
- Die genaue Position einzelner Anzahlen *eins* bis *zehn* in der Zahlenfolge (durch Zählen) bestimmen
- Anzahlen mit Längen (Zahlenstreifen) und Höhen (Zahlenstufen) verknüpfen und erkennen: Grosse Anzahlen bilden grosse Stufen und lange Reihen, kleine Anzahlen bilden kleine Stufen und kurze Reihen.
- Erkennen, dass zur nächsten Zahl immer *eins* dazukommt (Zunahme-um-Eins-Prinzip)

Leitfragen:

1 Bei welcher Zahl sind *mehr/weniger* Dinge?
Woher weisst du das? Warum zählst du nicht?
Welche Dinge sind dort *mehr/weniger* als hier?
2 *Wie viele* Dinge liegen bei dieser Zahl *mehr* als bei der anderen?
3 Wohin in die Reihe gehört die Zahlenstufe?
Welche Zahl ist *kleiner* und welche Zahl ist *grösser*?
Woher weisst du das?
4 Welche Menge (Anzahl) fehlt in der Reihe? (ohne Ziffern)
5 Warum ist die Reihe, der Zahlenstreifen *länger/kürzer*?
Warum ist der Turm, die Zahlenstufe *grösser/kleiner*?
Wo liegt *eins mehr, eins weniger*?
6 Welcher Punkt, Streifen, Finger ... ist von der vorherigen Zahl zu dieser Zahl hinzugekommen?

Masterarbeit_Kathrin Maurer 16

Abbildung 31: Inhalt der Förderbox MzZ und Darstellung Schwerpunkt 2

Lektion 7

Schwerpunkt 2: Anzahlanordnung

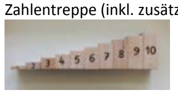
Längen und Höhen - Treppauf

Material:
- Chips (55 gleichfarbige in zehn Schälchen mit Anzahlen 1-10 / später 56 Stk.)
- Ein Schälchen mit keinen Chips = 0 Chips drin

- Zahlenstreifen (1-10)

- Anzahltafel (im Verlauf werden beide gebraucht → Verlängerung)

- Zahlentreppe (inkl. zusätzlichen Zahlenstufen)




Längen und Höhen

Ziele:
- Erkennen, dass *grosse* Zahlen *grosse* Stufen und *lange* Reihen bilden, weil *viele* Chips dazugehören
- Erkennen, dass *kleine* Zahlen *kleine* Stufen und *kurze* Reihen bilden, weil *wenige* Chips dazugehören
- Unterschiede zwischen Mengen exakt bestimmen

Leitfragen:
- Warum ist die Reihe *länger*? Warum ist der Turm *grösser*?
- Wie viele sind hier *mehr* als dort?
- Warum ist die Reihe *kürzer*? Warum ist der Turm *kleiner*?
- Wie viele sind hier *weniger* als dort?

Durchführung:
„Heute schauen wir, was es bedeutet, wenn von etwas *mehr* Dinge da sind oder wenn von etwas *weniger* Dinge da sind."

→ Jedes Kind darf sich ein Schälchen mit Chips aussuchen. Nehmt die Chips heraus und zählt aus, wie viele Chips ihr habt. Sucht den Zahlenstreifen heraus, der zur Zahl passt und legt diesen neben eure Chips.


Anzahlen schätzen

„Was glaubt ihr, welches Kind hat die *meisten* Chips?"
„Welches Kind hat die *wenigsten* Chips?"

Warum wisst/glaubt ihr das?
→ Das wollen wir nun überprüfen

Längen feststellen: Chips und Zahlenstreifen auf Anzahltafel auflegen und vergleichen

„Hierfür habe ich euch die Anzahltafel mitgebracht. Mit der Anzahltafel können wir vergleichen, ob von etwas *mehr* oder *weniger* da ist oder ob *gleich viele* da sind.

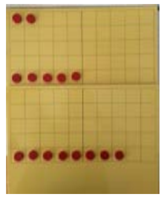
→ Dafür legt ihr eure Chips immer in eine Zeile (Zeilen mit dem Finger andeuten). Es ist wichtig, dass ihr in jedes Kästchen immer ganz genau nur einen Chip legt. Nur dann können wir vergleichen, ob *mehr* oder *weniger* oder *gleich viele* Dinge da sind.

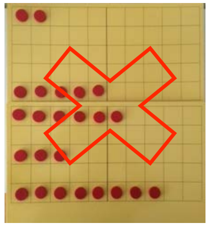
→ Jedes Kind legt nun seine Chips in eine Zeile der Anzahltafel

Zuerst werden die Chips, von denen die Einschätzung besteht, dass sie die *wenigsten* sind, in die oberste Reihe der Anzahltafel gelegt. Danach werden die Chips, von denen die Einschätzung besteht, dass sie die *meisten* sind, in die unterste Reihe der Anzahltafel gelegt.

Die Chips der übrigen Kinder werden entsprechend den Schätzungen (*weniger/mehr*) in die Reihen dazwischen gelegt.

Die Chips müssen nicht von Anfang an auf dem Korrekten Feld (in der korrekten **Rang**folge 1 Chips ins 1. Feld, 2 Chips ins 2. Feld usw.) daliegen. Jedoch muss thematisiert werden (wenn dies nicht automatisch von Kindern korrigiert wird), wenn die Anzahlen nicht korrekt (z.B. nach 2 Chips folgen 6 Chips dann wieder 5 Chips etc.) in die Zwischenräume gelegt werden Bei 10 Kindern oder mehr wird die Rangfolge automatisch bestimmt, da am Schluss keine „Lücken" bleiben.





„Ich habe euch auch Zahlenstreifen mitgebracht. Bei den Zahlenstreifen kann man genau sehen, wie lange man für eine Zahl zählen muss."

„Zählt nun, wie viele Chips in eurer Zeile liegen."
„Sucht den passenden Zahlenstreifen und legt ihn auf eure Chips."

→ Die Kinder legen die Zahlenstreifen auf ihre Chips und begründen wenn möglich die Position ihres Streifen/ihrer Chips in Relation zu den anderen.
Wichtig: ganz oben = *wenigste* Chips, ganz unten = *meiste* Chips

Zum Beispiel:

Meine Chips bilden eine längere Reihe als die von Linda, Paul und Tom. Deshalb sind meine (acht) Chips mehr als die (drei) Chips von Linda, mehr als die (fünf) Chips von Paul und mehr als die (sieben) Chips von Tom.
Meine Chips bilden aber ein kürzere Reihe als die von Max. Deshalb sind meine (acht) Chips weniger als die (zehn) Chips von Max.

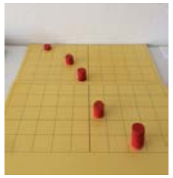
Höhen schätzen

„Was glaubt ihr, welches Kind kann mit seinen Chips in der Anzahltafel den grössten Turm bauen?
Welches Kind kann mit seinen Chips den kleinsten Turm bauen?"

→ Warum glaubt ihr das?

Höhen feststellen: mit Chips Türme bauen und vergleichen

Die Zahlenstreifen werden abgenommen.
Jedes Kind schichtet seine Chips zu einem Turm. Diesen Turm stellt das Kind jeweils auf den letzte Chip in der Reihe (den *Siebten*, den *Achten*, usw.).



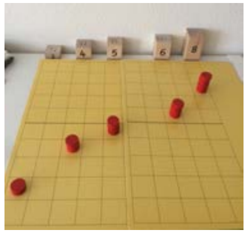
→ Die Kinder erkennen, dass Türme aus *grösseren* Anzahlen nicht nur weiter hinten stehen, sondern auch *grösser* sind.

Die Kinder vergleichen ihre Türme und begründen wenn möglich folgendermassen:

Mit meinen (acht) Chips kann ich einen grösseren Turm als Linda, Paul und Tom bauen.
Denn meine Chips sind mehr als die (drei) von Linda, mehr als die (fünf) Chips von Paul und mehr als die (sieben) Chips von Tom.
Mein Turm ist aber kleiner als der von Max, denn meine Chips sind weniger als die zehn Chips von Max.

Zahlenstufe zuordnen

Nun sucht sich jedes Kind die passende Zahlenstufe, stellt sie rechts neben die entsprechende Reihe der Anzahltafel und vergleicht auch die Zahlenstufen.



KURZE BEWEGUNGSPAUSE (ODER EIN LIED SINGEN)

Treppauf

Vorbereitung:
- in ein Schälchen 4 und in ein zweites Schälchen 5 Chips legen → diese bereithalten.
- Material der Lektion 7 bereithalten.

Ziele:
- Erkennen, dass man die nächste Zahl erhält, wenn man noch eins dazulegt.

Leitfragen:
- Warum ist diese Stufe *grösser* als die vorherige Stufe?
- Welche Zahl erhältst du, wenn du noch *eins* hinzulegst?
- Bei welcher Zahl liegt *eins mehr*?

Durchführung:
„Wir kennen die Zahlentreppe schon. Wir wissen, dass auf allen Seiten einer Zahlenstufe immer gleich viele Dinge zu sehen sind.
Heute schauen wir uns an, wie man von einer Zahlenstufe zur nächsten kommt. Dafür brauchen wir die Anzahltafel und die Zahlentreppe.“

- Zahlenstufen 4 sowie das Schälchen mit den 4 Chips liegen auf der linken, die Zahlenstufe 5 sowie das Schälchen mit den 5 Chips liegen auf der rechten Seite.

Aufeinanderfolgende Anzahlen an Chips auf der Anzahltafel vergleichen und angleichen

→ Die Chips und dazugehörigen Stufen werden wie abgebildet auf die Anzahltafel gelegt.

„Was können wir nun tun, damit in beiden Reihen *gleich viele* Chips liegen? (Antwort der Kinder abwarten.)

„Wir müssen in die Reihe mit *vier* Chips noch *einen* (weiteren Chip) hinzulegen. Nun liegen in dieser Reihe auch *fünf* Chips.“

→ Jedes Kind vergleicht nach dem bekannten Vorgehen zwei aufeinanderfolgende Zahlen (mit Chips auf Zahlenstreifen) und formuliert eine Aussage.

Zum Beispiel:

Fünf Dinge sind ein Ding mehr als vier Dinge (Chips auf Anzahltafel zeigen).

Wenn wir zu vier Chips noch einen dazulegen, haben wir fünf Chips (auf Anzahltafel einen Chip hinzufügen).

Aufeinanderfolgende Zahlenstufen vergleichen und angleichen

„Das Gleiche können wir nun auch mit der Zahlentreppe machen. Dazu schauen wir uns die Seiten mit den Punkten an.“

„Zur 4 gehören 1, 2, 3, 4 Punkte und zur 5 gehören 1, 2, 3, 4, 5 Punkte.“
(Punkte der Zahlenstufen nach vorn drehen und vorzählen.)

„Was müssen wir tun, damit es hier bei der Zahlenstufe 4 genauso viele sind wie bei der Zahlenstufe 5?“
(Antwort der Kinder abwarten.)

„Wir legen auf die Zahlenstufe 4 noch einen Punkt drauf.“
(Zahlenstufe 1 mit Punkt nach vorn auf Zahlenstufe 4 legen.)

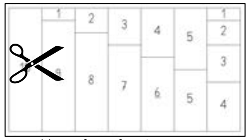
→ Beide Stufen sind nun gleich gross.

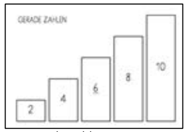
Nun drehen wir die Zahlenstufen einzeln.
→ Zahlenstufen anhand der Zahlen vergleichen und angleichen.

„Was seht ihr da?“

„Nun wollen wir schauen, ob es mit den anderen Zahlen auch so ist.“

→ Beide Gruppen schneiden jeweils die Zahlenstufen auf dem Arbeitsblatt „Zahlenstufen auf Papier“ aus (je nach Gruppengrösse werden jeweils 2 ABs ausgeschnitten).


AB: Zahlenstufen auf Papier



AB: gerade Zahlen

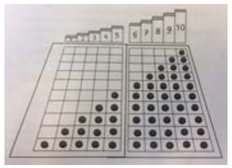
AB: ungerade Zahlen

Gemeinsam legt man nochmals 2 – 3 Beispiele mit benachbarten Zahlenstufen (siehe oben) jedoch mit den Papierstreifen:

Nun versucht eine Gruppe die geraden Anzahlen (AB gerade Zahlen) mit jeweils zwei Zahlenstufen (wenn möglich) zu legen und die andere Gruppe versucht jeweils mit zwei Zahlenstufen die ungeraden Anzahlen (AB ungerade Zahlen) zu legen.

<u>Abschluss</u>

Zum Schluss legt man gemeinsam mit den Kindern die Anzahltafel mit der Verlängerung auf den Boden. Versetzt diese mit jeweils 1 – 10 Chips und stellt die dazugehörigen Treppenstufen oben an die Felder.
Links ist die *kleinste* Zahl / die *tiefste* Stufe / die *wenigste* Anzahl und rechts ist die *grösste* Zahl / die *höchste* Stufe / die *meiste* Anzahl.



Wenn die Kinder noch mögen:
„Was seht ihr da?“
„Was fällt euch auf?“

Abbildung 32: 7. Lektion des angepassten MzZ-Förderprogramms

9.7 Vertiefungsübung zur Lektion 7 der MzZ-Förderung

Folgende Abbildung 33 zeigt Zahlenstufen mit „Zahlen“ und „Punkten“ zum Ausschneiden:

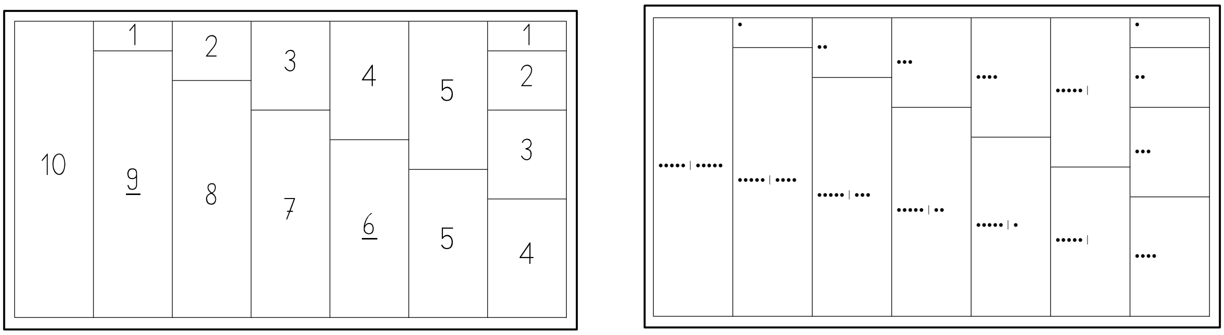


Abbildung 33: Zahlen- und Punktestufen zum Ausschneiden

Die Abbildung 34 zeigt laminierte Vorlagen mit Zahlenstufen (gerade und ungerade), welche mit den ausgeschnittenen Zahlenstufen belegt werden können. Hierbei geht es darum, verschiedene Möglichkeiten zu finden, um beispielsweise mit zwei ausgeschnittenen Zahlenstufen eine weitere Zahlenstufe zu belegen (auf die Zahlenstufe 6 können die Zahlenstufen 4 und 2 gelegt werden). Diese sind dann „gleich gross“. Zuvor wurde die Übung anhand der Zahlentreppe (aus Holz) aus der MzZ-Förderkiste gemacht. Die Fotodokumentation (Abbildung 35) zeigt verschiedene Kindergartenkinder beim Suchen von möglichen Lösungen.

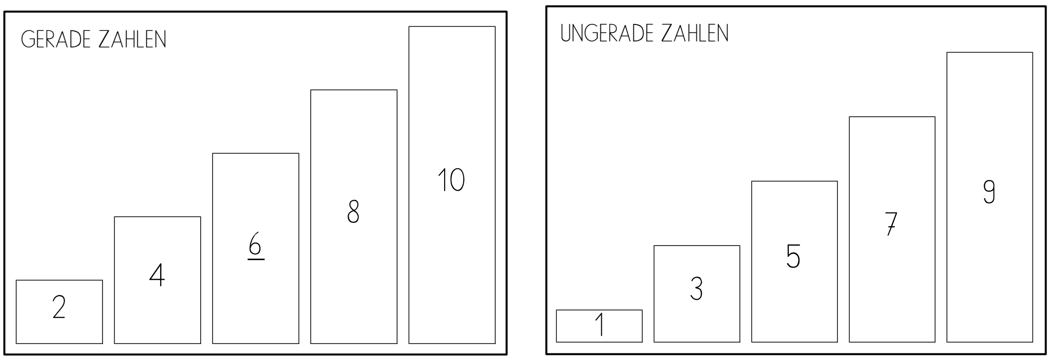


Abbildung 34: Vorlagen zum Belegen

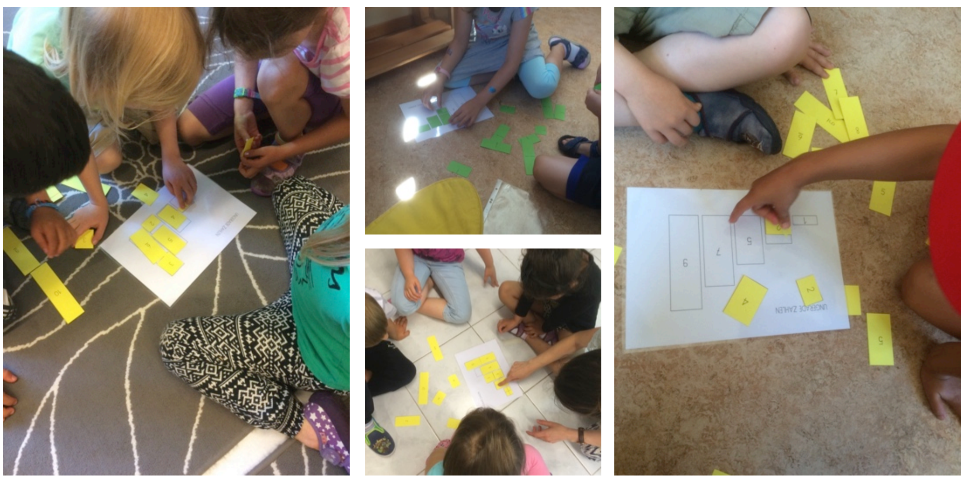


Abbildung 35: Fotodokumentation zur Vertiefungsübung der Lektion 7 des MzZ-Programms

9.8 Fotodokumentation der Spielherstellung in Anlehnung an das „spimaf"-Projekt und Eindrücke der Umsetzung in den Kindergärten

9.8.1 Spiel „Ab in die Mitte"

Das Spiel Dreh wurde aus zwei Filzplatten erstellt, welche zusammengenäht wurden (vgl. Abbildung 36). Die jeweiligen Start und Zielfelder wurden mit farbigem Filz hinterlegt, um später die farbigen Kugeln zuordnen zu können. Zudem wurden Pfeile aufgenäht, um die Spielrichtung anzuzeigen. Die zugehörigen Karten konnten inklusive Kartenschachtel bei einer Druckerei bestellt werden. Die Vorlagen der Spielkarten aus dem „spimaf"-Projekt wurden von Herrn B. Hauser der PH St. Gallen für einen limitierten Druckauftrag zur Verfügung gestellt.

Abbildung 36: Spielherstellung "Ab in die Mitte" und Fotodokumentation aus den Kindergärten

9.8.2 Spiel „Dreh“

Das Spiel „Dreh“ erforderte ein paar Materialerprobungen, da sich die Scheibe mühelos drehen muss (vgl. Abbildung 38). Durch wertvolle Unterstützung und Beratung konnte eine gute Lösung gefunden werden. Die unterschiedlichen (strukturierten und unstrukturierten) Spielscheiben (Abbildung 37) wurden per Power-Point hergestellt und laminiert.

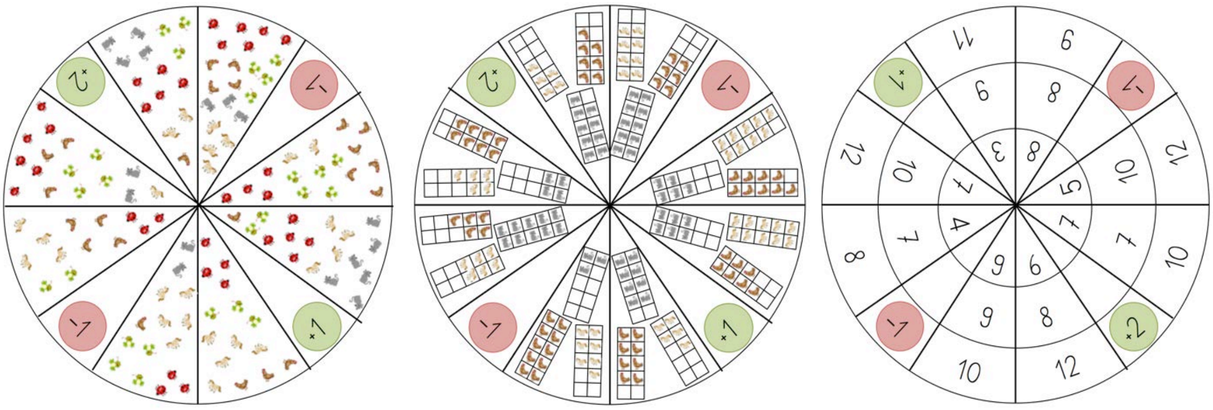


Abbildung 37: Drehscheiben mit strukturierten und unstrukturierten Darstellungen

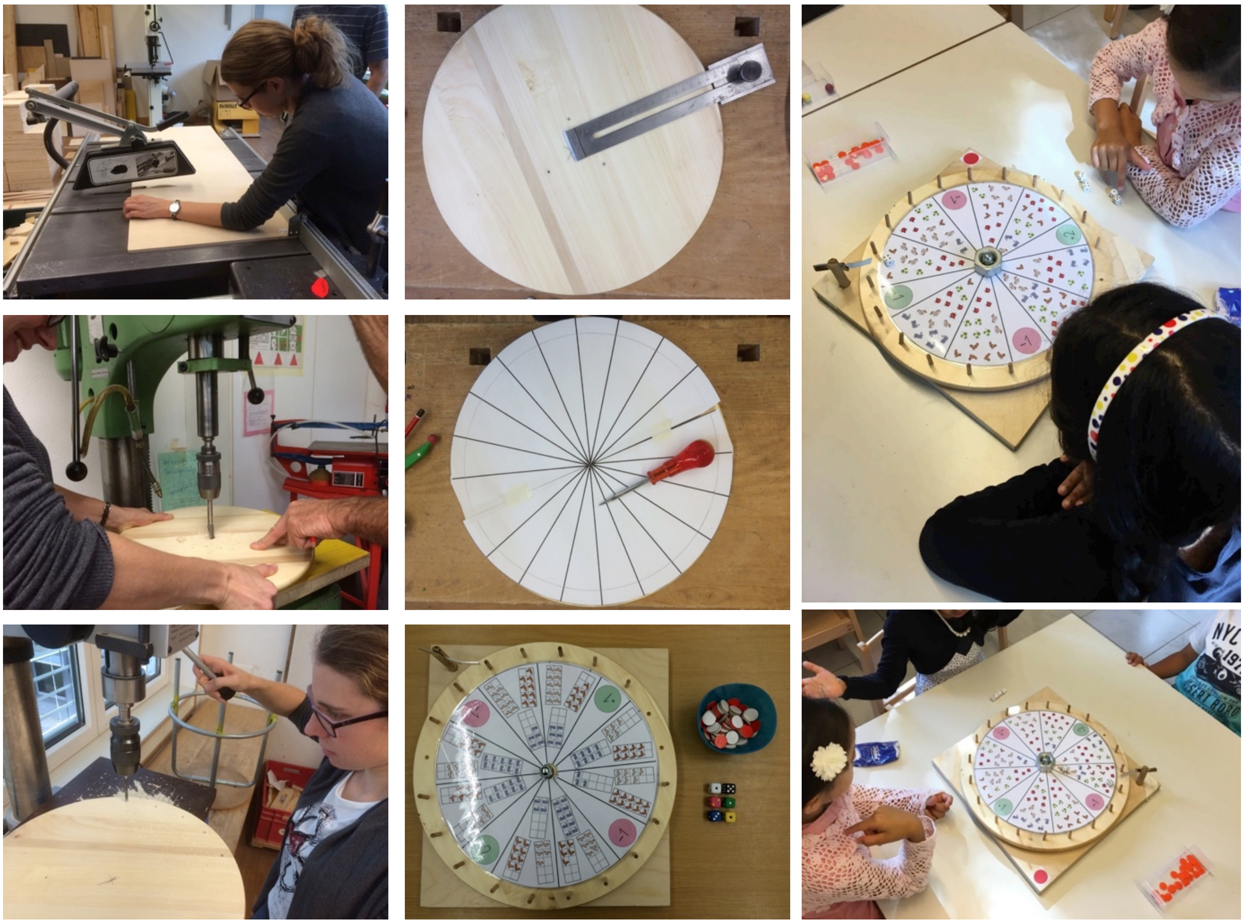


Abbildung 38: Spielherstellung "Dreh" und Fotodokumentation aus den Kindergärten

9.8.3 Spiel „Plopp“

Das Spiel „Plopp“ wurde in der Ausführung verändert. Das von der PH St. Gallen verwendete Spiel war aus einer runden Kartonbox hergestellt (vgl. Abbildung 39).

Abbildung 39: Spiel "Plopp" der PH St. Gallen

In der geplanten Förderung wurde das Spiel dahingehend verändert, dass mehr Spielplatten (gesamthaft zehn) mit verschiedenen Mengendarstellungen hergestellt wurden (vgl. Abbildung 40). Zudem diente als Gehäuse eine kleine Holzbox, welche im Deckel ein Loch hatte. Zwei aufgeklebte Plättchen fixierten die Spielplatten, welche an den Ecken zwei Löcher hatten. Die Mengenbilder wurden (nachdem sie spiegelverkehrt gedruckt wurden) mit einem speziellen Leim auf die Spielplatten übertragen.

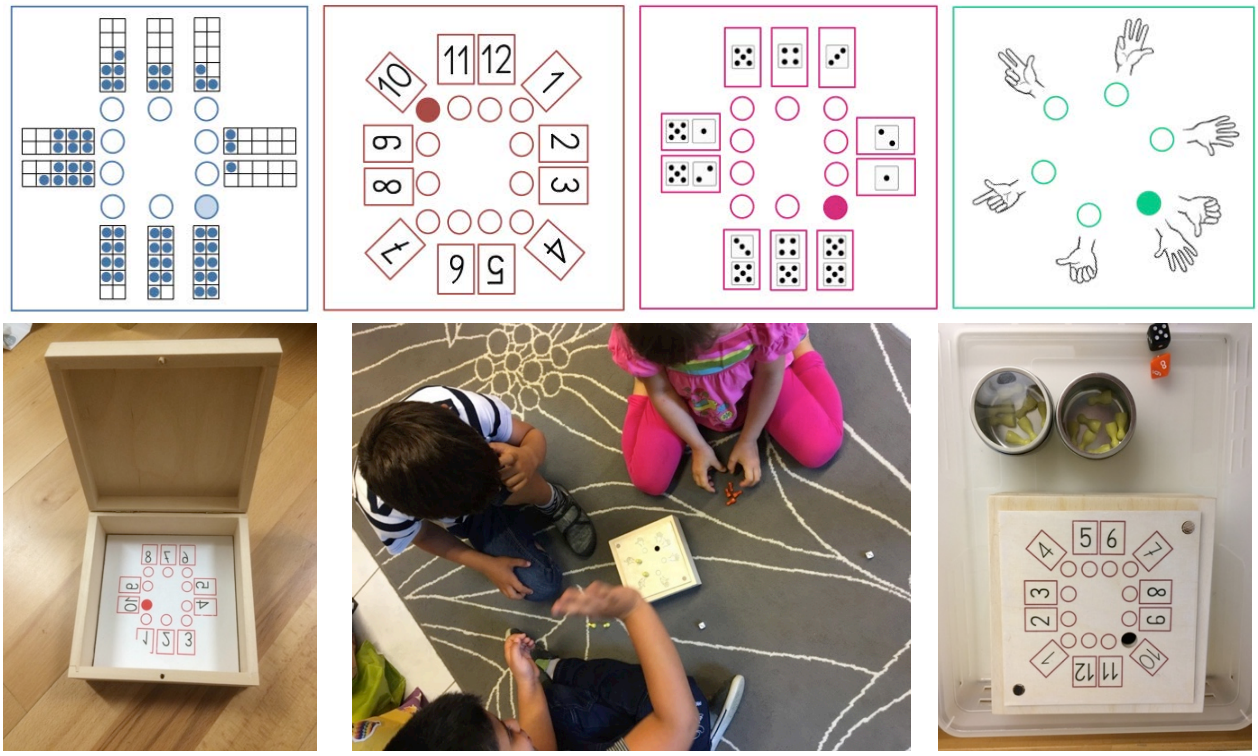


Abbildung 40: Spielanleitung "Plopp" und Fotodokumentation aus den Kindergärten

9.8.4 Spiel „Rüeblijagd“ und „Klipp Klapp“

Die Spiele „Rüeblijagd“ und „Klipp Klapp“ wurden ähnlich hergestellt. Das Spiel „Klipp Klapp“ hätte bestellt werden können, jedoch nur mit Zahlen bis und mit 10. Da jedoch 12-er Spiele geplant waren, wurden diese zusätzlich hergestellt. Die Herausforderung bei dieser Herstellung war das Sägen der kleinen Hölzer, welche alle gleich gross sein mussten, um dann reibungslos aufgeklappt werden zu können. Auch hierbei gab es ein paar Versuche und Materialerprobungen (siehe Abbildung 41).

Abbildung 41: Herstellung der Spiele "Rüeblijagd" und "Klipp Klapp" und Fotodokumentation aus den Kindergärten

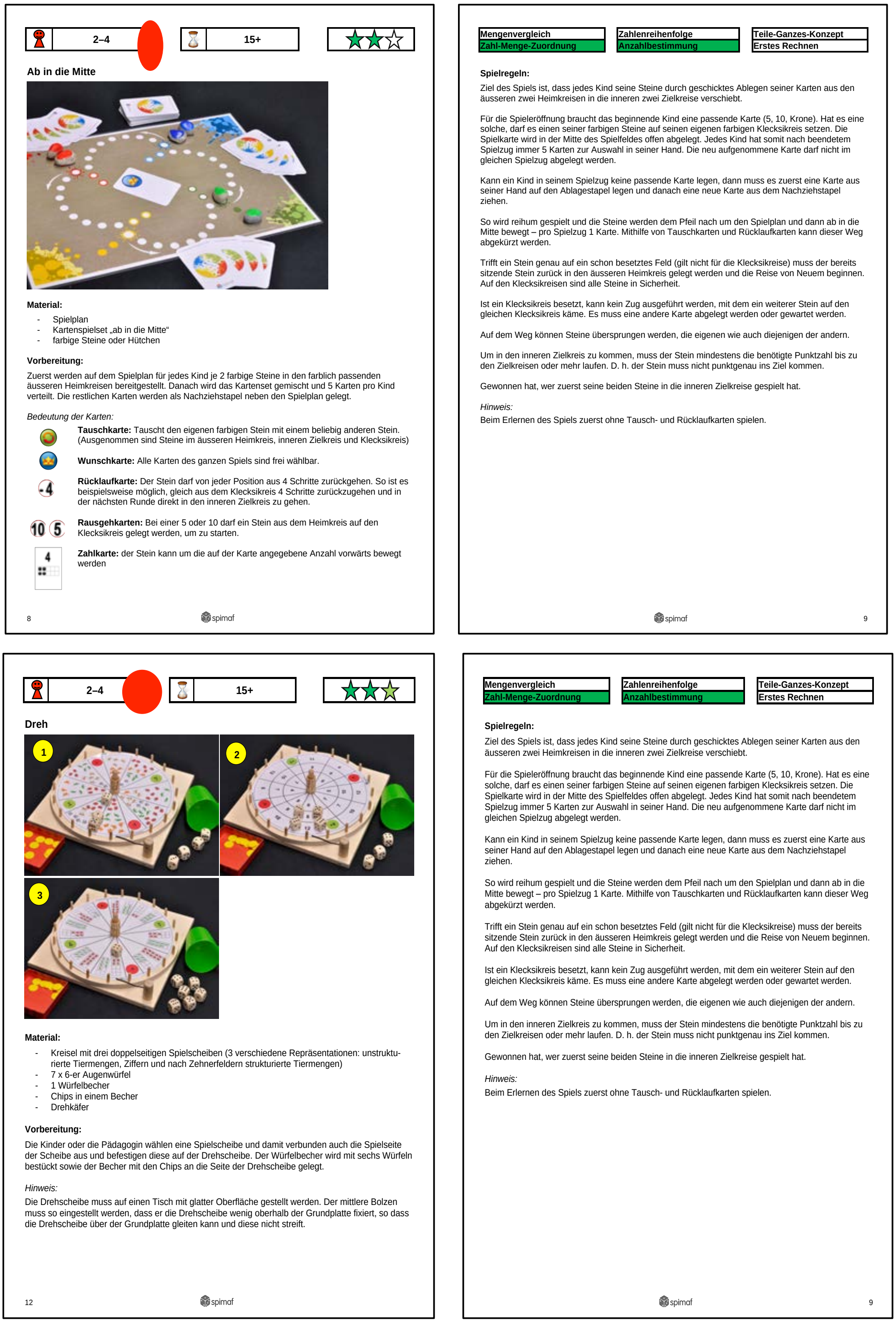
9.8.5 Herstellung der Kartenhalter

Für die Kartenspiele wurden den Kindergärten sogenannte Kartenhalter (vgl. Abbildung 42) zur Verfügung gestellt, um den Kindern das Spielen mit Spielkarten zu erleichtern. Diese wurden in den Kindergärten mit grosser Beliebtheit aufgenommen und benutzt.

Abbildung 42: Herstellung und Gebrauch der Kartenhalter

9.9 Auszug aus der Spielanleitung der Spiele aus dem Projekt „spimaf“

Die Spielanleitungen des Projekts „spimaf“ (Rechsteiner et al., 2014) wurden mit den jeweiligen Symbolen ergänzt, doppelseitig (Vorderseite: Material/Vorbereitung etc./Rückseite: Spielregeln) auf die Grösse A5 laminiert (vgl. Abbildung 43).



2–4 15+

Ab in die Mitte

Material:

- Spielplan
- Kartenspielset „ab in die Mitte“
- farbige Steine oder Hütchen

Vorbereitung:

Zuerst werden auf dem Spielplan für jedes Kind je 2 farbige Steine in den farblich passenden äusseren Heimkreisen bereitgestellt. Danach wird das Kartenset gemischt und 5 Karten pro Kind verteilt. Die restlichen Karten werden als Nachziehstapel neben den Spielplan gelegt.

Bedeutung der Karten:

Tauschkarte: Tauscht den eigenen farbigen Stein mit einem beliebig anderen Stein. (Ausgenommen sind Steine im äusseren Heimkreis, inneren Zielkreis und Klecksikreis)

Wunschkarte: Alle Karten des ganzen Spiels sind frei wählbar.

-4 **Rücklaufkarte:** Der Stein darf von jeder Position aus 4 Schritte zurückgehen. So ist es beispielsweise möglich, gleich aus dem Klecksikreis 4 Schritte zurückzugehen und in der nächsten Runde direkt in den inneren Zielkreis zu gehen.

10 5 **Rausgehkarten:** Bei einer 5 oder 10 darf ein Stein aus dem Heimkreis auf den Klecksikreis gelegt werden, um zu starten.

4 **Zahlkarte:** der Stein kann um die auf der Karte angegebene Anzahl vorwärts bewegt werden

8 spimaf

Mengenvergleich | Zahlenreihenfolge | Teile-Ganzes-Konzept
Zahl-Menge-Zuordnung | Anzahlbestimmung | Erstes Rechnen

Spielregeln:

Ziel des Spiels ist, dass jedes Kind seine Steine durch geschicktes Ablegen seiner Karten aus den äusseren zwei Heimkreisen in die inneren zwei Zielkreise verschiebt.

Für die Spieleröffnung braucht das beginnende Kind eine passende Karte (5, 10, Krone). Hat es eine solche, darf es einen seiner farbigen Steine auf seinen eigenen farbigen Klecksikreis setzen. Die Spielkarte wird in der Mitte des Spielfeldes offen abgelegt. Jedes Kind hat somit nach beendetem Spielzug immer 5 Karten zur Auswahl in seiner Hand. Die neu aufgenommene Karte darf nicht im gleichen Spielzug abgelegt werden.

Kann ein Kind in seinem Spielzug keine passende Karte legen, dann muss es zuerst eine Karte aus seiner Hand auf den Ablagestapel legen und danach eine neue Karte aus dem Nachziehstapel ziehen.

So wird reihum gespielt und die Steine werden dem Pfeil nach um den Spielplan und dann ab in die Mitte bewegt – pro Spielzug 1 Karte. Mithilfe von Tauschkarten und Rücklaufkarten kann dieser Weg abgekürzt werden.

Trifft ein Stein genau auf ein schon besetztes Feld (gilt nicht für die Klecksikreise) muss der bereits sitzende Stein zurück in den äusseren Heimkreis gelegt werden und die Reise von Neuem beginnen. Auf den Klecksikreisen sind alle Steine in Sicherheit.

Ist ein Klecksikreis besetzt, kann kein Zug ausgeführt werden, mit dem ein weiterer Stein auf den gleichen Klecksikreis käme. Es muss eine andere Karte abgelegt werden oder gewartet werden.

Auf dem Weg können Steine übersprungen werden, die eigenen wie auch diejenigen der andern.

Um in den inneren Zielkreis zu kommen, muss der Stein mindestens die benötigte Punktzahl bis zu den Zielkreisen oder mehr laufen. D. h. der Stein muss nicht punktgenau ins Ziel kommen.

Gewonnen hat, wer zuerst seine beiden Steine in die inneren Zielkreise gespielt hat.

Hinweis:

Beim Erlernen des Spiels zuerst ohne Tausch- und Rücklaufkarten spielen.

spimaf 9

2–4 15+

Dreh

1 2 3

Material:

- Kreisel mit drei doppelseitigen Spielscheiben (3 verschiedene Repräsentationen: unstrukturierte Tiermengen, Ziffern und nach Zehnerfeldern strukturierte Tiermengen)
- 7 x 6-er Augenwürfel
- 1 Würfelbecher
- Chips in einem Becher
- Drehkäfer

Vorbereitung:

Die Kinder oder die Pädagogin wählen eine Spielscheibe und damit verbunden auch die Spielseite der Scheibe aus und befestigen diese auf der Drehscheibe. Der Würfelbecher wird mit sechs Würfeln bestückt sowie der Becher mit den Chips an die Seite der Drehscheibe gelegt.

Hinweis:

Die Drehscheibe muss auf einen Tisch mit glatter Oberfläche gestellt werden. Der mittlere Bolzen muss so eingestellt werden, dass er die Drehscheibe wenig oberhalb der Grundplatte fixiert, so dass die Drehscheibe über der Grundplatte gleiten kann und diese nicht streift.

12 spimaf

Mengenvergleich | Zahlenreihenfolge | Teile-Ganzes-Konzept
Zahl-Menge-Zuordnung | Anzahlbestimmung | Erstes Rechnen

Spielregeln:

Ziel des Spiels ist, dass jedes Kind seine Steine durch geschicktes Ablegen seiner Karten aus den äusseren zwei Heimkreisen in die inneren zwei Zielkreise verschiebt.

Für die Spieleröffnung braucht das beginnende Kind eine passende Karte (5, 10, Krone). Hat es eine solche, darf es einen seiner farbigen Steine auf seinen eigenen farbigen Klecksikreis setzen. Die Spielkarte wird in der Mitte des Spielfeldes offen abgelegt. Jedes Kind hat somit nach beendetem Spielzug immer 5 Karten zur Auswahl in seiner Hand. Die neu aufgenommene Karte darf nicht im gleichen Spielzug abgelegt werden.

Kann ein Kind in seinem Spielzug keine passende Karte legen, dann muss es zuerst eine Karte aus seiner Hand auf den Ablagestapel legen und danach eine neue Karte aus dem Nachziehstapel ziehen.

So wird reihum gespielt und die Steine werden dem Pfeil nach um den Spielplan und dann ab in die Mitte bewegt – pro Spielzug 1 Karte. Mithilfe von Tauschkarten und Rücklaufkarten kann dieser Weg abgekürzt werden.

Trifft ein Stein genau auf ein schon besetztes Feld (gilt nicht für die Klecksikreise) muss der bereits sitzende Stein zurück in den äusseren Heimkreis gelegt werden und die Reise von Neuem beginnen. Auf den Klecksikreisen sind alle Steine in Sicherheit.

Ist ein Klecksikreis besetzt, kann kein Zug ausgeführt werden, mit dem ein weiterer Stein auf den gleichen Klecksikreis käme. Es muss eine andere Karte abgelegt werden oder gewartet werden.

Auf dem Weg können Steine übersprungen werden, die eigenen wie auch diejenigen der andern.

Um in den inneren Zielkreis zu kommen, muss der Stein mindestens die benötigte Punktzahl bis zu den Zielkreisen oder mehr laufen. D. h. der Stein muss nicht punktgenau ins Ziel kommen.

Gewonnen hat, wer zuerst seine beiden Steine in die inneren Zielkreise gespielt hat.

Hinweis:

Beim Erlernen des Spiels zuerst ohne Tausch- und Rücklaufkarten spielen.

spimaf 9

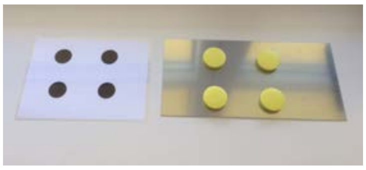
Abbildung 43: Auszug aus der Spielanleitung zu den spimaf-Spielen nach Rechsteiner et al., 2014

9.10 Anleitungen „Magnetspiel“ und „Rüeblijagd“

Die aufgeführten Spiele (vgl. Abbildung 44) ergänzten die „spimaf“-Spiele.

2 | 10

Magnet-Spiel



Material:

- 2 Blechstücke
- Vorlagekarten mit schwarzen Punkten
- Filzdecke
- 18 Magnete
-

Vorbereitung:

Beide Kinder sitzen sich wenn möglich gegenüber. Beide haben vor sich das Bleckstück, die Magnete liegen in der Mitte.

Mengenvergleich	Zahlenreihenfolge	Teile-Ganzes-Konzept
Zahl-Menge-Zuordnung	Anzahlbestimmung	Erstes Rechnen

Spielregeln:

Ziel des Spiels ist es, das gleiche Bild wie mein Spielpartner mit den Magneten zu legen.

Dazu dreht sich ein Kind weg, so dass es nicht sehen kann, was auf dem Tisch passiert. Das andere Kind such sich eine Vorlagekarte aus und legt mit den Magneten nach, was es auf der Vorlage sieht. Wenn es fertig ist, legt es das Vorlagebild weg (darf nicht mehr zu sehen sein) und deckt sein Bild zu.

Das Kind, welches weggeschaut hat dreht sich wieder zum Tisch. Das Kind, welches das Bild gelegt hat, zählt auf 3 und zeigt sein Bild für 1 Sekund dem anderen Kind. Dieses versucht nun, das Bild, welches es gesehen hat, auf seinem Blech nachzulegen.

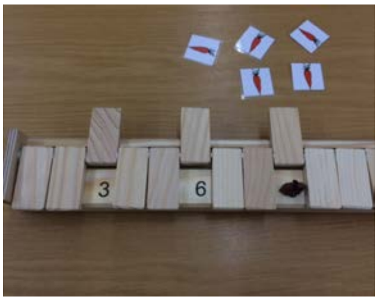
Bei Bedarf kann das Bild auch noch ein zweites Mal gezeigt werden.

Spielvariation 1:

Es können von den Kindern eigene (nicht zu schwierige!) Muster ausgedacht und gelegt werden.

1-2 | 10

Rüeblijagd



Material:

- Holzleiste mit verdeckten Zahlen 1-10
- Filzunterlage
- 2x ein 3er Feld
- 6 Bilder mit einer Karotte darauf
- 1 Hase
- 6-er Augenwürfel

Vorbereitung:

Die Karotten-Bilder werden vor die Holzleiste gelegt. Der Hase steht links vor der Holzleiste, das leere 3er-Feld liegt rechts neben der Holzleiste.

Mengenvergleich	Zahlenreihenfolge	Teile-Ganzes-Konzept
Zahl-Menge-Zuordnung	Anzahlbestimmung	Erstes Rechnen

Spielregeln:

Ziel des Spiels ist es, 3 Karotten-Bilder auf die leeren Felder zu legen.

Ein Kind würfelt mit dem 6-er Augenwürfel. Es hüpft so viele umklappbare Felder vorwärts, wie es gewürfelt hat. Bevor es das Feld umklappen darf muss es sagen, welche Zahl darunter versteckt ist. Stimmt seine Aussage, darf der Hase auf der nun sichtbaren Zahl stehen bleiben. Wenn nicht, muss er an den Anfang zurück oder auf die letzte aufgeklappte Zahl.

Ist der Hase am Ende angelangt, darf eine Karotten-Karte auf ein leeres Feld gelegt werden. Nun fängt der Hase wieder von Vorne an. Für den erneuten Durchgang werden alle Zahlen wieder zugedeckt.

Spielvariation 1:

Das Spiel mit einem 3-er oder 4-er Augenwürfel spielen.

Abbildung 44: Spielbeschreibungen "Rüeblijagd" und Magnetspiel

9.11 Spielplan

Folgender Spielplan (Abbildung 45) wurde den Kindern (auf Wunsch der Kindergartenlehrpersonen) zur Verfügung gestellt.

DAS HABE ICH GESPIELT: NAME:______________________

	SPIELNAME		1.	2.	3.	4.	5.
wenn möglich spielen!!	AB IN DIE MITTE	⬮					
	DREH	●					
	DSCHUNGEL	▲					
	5ER RAUS	★					
	KLIPP KLAPP	■					
	MEHR IST MEHR	♥					
	PLOPP	⬢					
	STECHEN	✚					
	RÜEBLIJAGD						
einfach einzuführen	NACHBARZAHLEN	●					
	PASCH	■					
	STEINE SAMMELN	▲					
	MAGNETSPIEL	☺					
muss nicht sein	KLECKSIMONSTER	▲					
	NIMM WEG	■					
	SCHNAPP DAS QUARTETT	★					
	VERFLIXTE 5	♥					

Abbildung 45: Spielplan für die Kindergartenkinder

9.12 Tabelle für die Durchführung der Subtests je nach Klassenstufe für die Kernbatterie und die gesamte Testbatterie des TEDI-MATH

Folgende Abbildung 46 zeigt eine Tabelle zur Durchführung der Subtests (Untertests) je nach Klassenstufe:

Tabelle 1: Durchführung der Untertests je nach Klassenstufe für Kernbatterie und gesamte Testbatterie

Untertest	Items	vIKG_2	IKG_1	IKG_2	1_1	1_2	2_1	2_2	3_1
1. Zählprinzipien	13								
2. Abzählen	13								
3. Entscheidung arabische Zahl?	8								
4. Größenvergleich arabische Zahlen	18/12°				°	° ♀♂	° ♀♂	°	°
5. Entscheidung Zahlwort?	12								
6. Entscheidung Zahlwortsyntax?	12								
7. Größenvergleich Zahlwörter	21/12°				°	° ♀♂	° ♀♂	°	°
8. Dekadisches Positionssystem – Repräsentation mit Stäbchen	11								
9. Dekadisches Positionssystem – Repräsentation mit Plättchen	10						♀♂		
10. Dekadisches Positionssystem – Erkennen der E-/Z-/H-Stelle	15								
11. Transkodieren – Zahlen schreiben nach Diktat	28/18°				♀♂	♀♂	° ♀♂	° ♀♂	°
12. Transkodieren – Zahlen lesen	28/18°				♀♂	♀♂	° ♀♂	° ♀♂	°
13. Ordnen nach numerischer Größe – Bäume	2								
14. Ordnen nach numerischer Größe – Zahlen	1								
15. Klassifizieren nach numerischer Größe	1								
16. Mengeninvarianz	2								
17. Numerische Inklusion	3								
18. Additive Zerlegung	6								
19. Rechnen mit Objektabbildungen	6								
20. Addition	18								
21. Unvollständige Addition	4								
22. Subtraktion	15								
23. Unvollständige Subtraktion	4								
24. Multiplikation	14								
25. Textaufgaben	12								
26. Kenntnisse arithmetischer Konzepte	8								
27. Approximativer Größenvergleich – Punktmengen	6								
28. Approximativer Größenvergleich – numerische Distanz	12								

Anmerkungen: Untertest wird in dieser Klassenstufe nicht durchgeführt; Teil der Kernbatterie; Teil der Gesamtbatterie (optional); ° gekürzte Itemanzahl in Kernbatterie; ♀♂ geschlechtskorrigierte Werte.

33

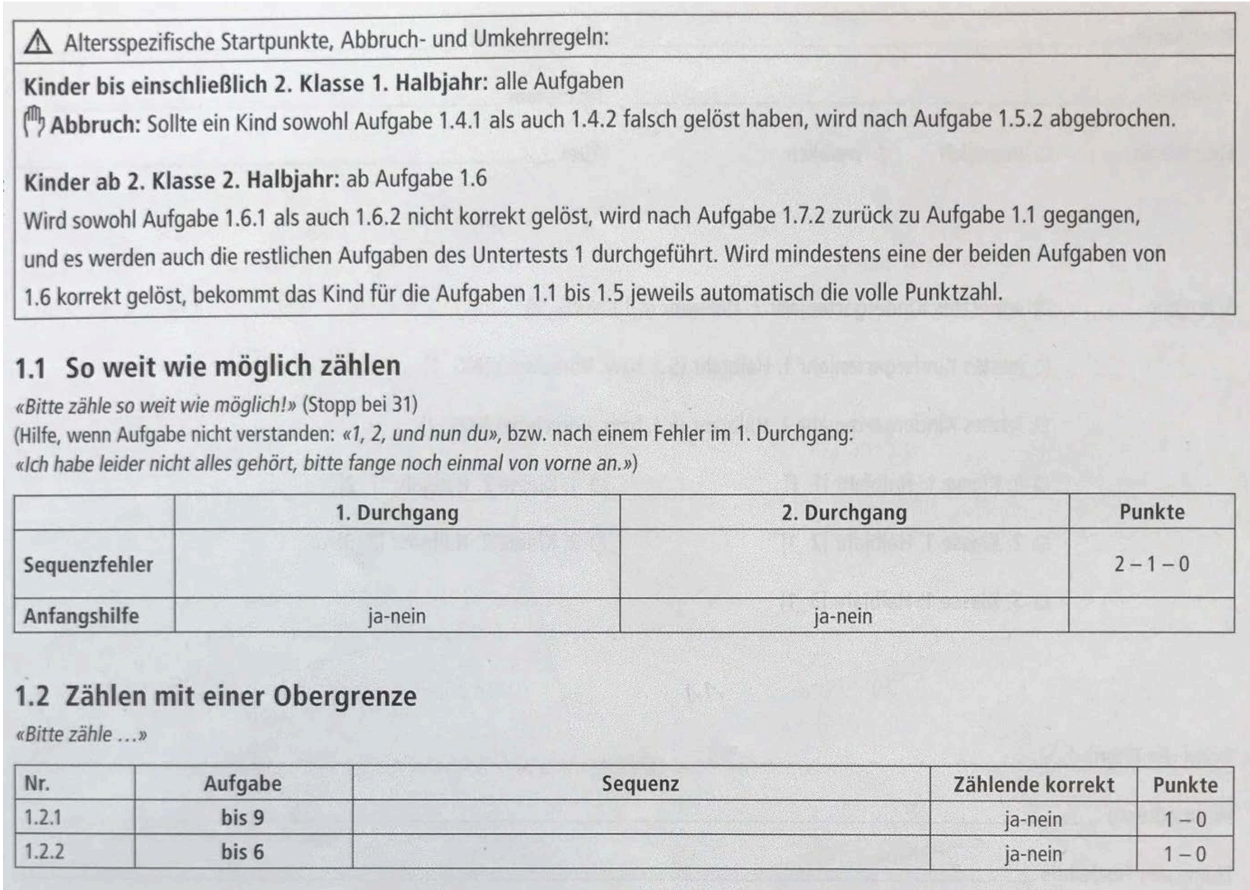
4. Testdurchführung

Abbildung 46: Auszug aus dem TEDI-MATH Manual - Durchführung der Subtests

9.13 Einblick in ein paar Subtests der TEDI-MATH-Testbatterie

Folgende Einblicke (Abbildungen 47 bis 51) stammen aus dem Protokollbogen des TEDI-MATH-Test nach Kaufmann et al. (2009):

9.13.1.1 Items des Subtests „Zählprinzipien“



⚠ Altersspezifische Startpunkte, Abbruch- und Umkehrregeln:

Kinder bis einschließlich 2. Klasse 1. Halbjahr: alle Aufgaben

Abbruch: Sollte ein Kind sowohl Aufgabe 1.4.1 als auch 1.4.2 falsch gelöst haben, wird nach Aufgabe 1.5.2 abgebrochen.

Kinder ab 2. Klasse 2. Halbjahr: ab Aufgabe 1.6

Wird sowohl Aufgabe 1.6.1 als auch 1.6.2 nicht korrekt gelöst, wird nach Aufgabe 1.7.2 zurück zu Aufgabe 1.1 gegangen, und es werden auch die restlichen Aufgaben des Untertests 1 durchgeführt. Wird mindestens eine der beiden Aufgaben von 1.6 korrekt gelöst, bekommt das Kind für die Aufgaben 1.1 bis 1.5 jeweils automatisch die volle Punktzahl.

1.1 So weit wie möglich zählen

«Bitte zähle so weit wie möglich!» (Stopp bei 31)
(Hilfe, wenn Aufgabe nicht verstanden: *«1, 2, und nun du»*, bzw. nach einem Fehler im 1. Durchgang:
«Ich habe leider nicht alles gehört, bitte fange noch einmal von vorne an.»)

	1. Durchgang	2. Durchgang	Punkte
Sequenzfehler			2 – 1 – 0
Anfangshilfe	ja-nein	ja-nein	

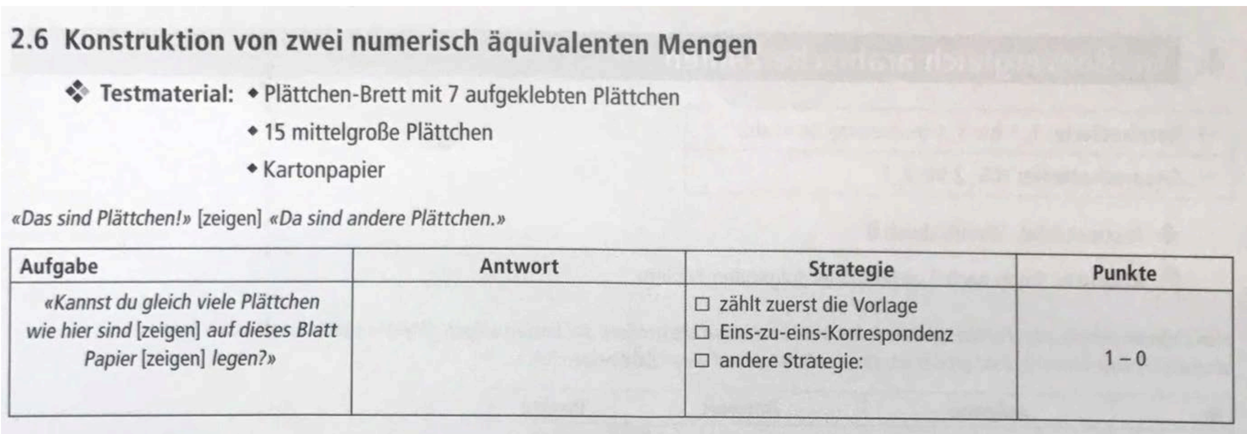
1.2 Zählen mit einer Obergrenze

«Bitte zähle …»

Nr.	Aufgabe	Sequenz	Zählende korrekt	Punkte
1.2.1	bis 9		ja-nein	1 – 0
1.2.2	bis 6		ja-nein	1 – 0

Abbildung 47: Subtest "Zählprinzipien" aus dem TEDI-MATH-Test (Kaufmann et al., 2009)

9.13.2 Item des Subtests „Abzählen“



2.6 Konstruktion von zwei numerisch äquivalenten Mengen

Testmaterial:
- Plättchen-Brett mit 7 aufgeklebten Plättchen
- 15 mittelgroße Plättchen
- Kartonpapier

«Das sind Plättchen!» [zeigen] *«Da sind andere Plättchen.»*

Aufgabe	Antwort	Strategie	Punkte
«Kannst du gleich viele Plättchen wie hier sind [zeigen] *auf dieses Blatt Papier* [zeigen] *legen?»*		☐ zählt zuerst die Vorlage ☐ Eins-zu-eins-Korrespondenz ☐ andere Strategie:	1 – 0

Abbildung 48: Item des Subtests "Abzählen" aus dem TEDI-MATH-Test (Kaufmann et al., 2009)

9.13.3 Subtest „Entscheidung arabische Zahl“

❖ **Testmaterial:** Stimulusbuch B

Abbruch: keine Abbruchregeln

«Ich zeige dir Bilder, und du sollst mir sagen, ob dies Zahlen sind oder nicht. Ich meine die Zahlen, welche man beim Zählen wie 1, 2, 3… braucht. Versuchen wir es?»

Nr.	Aufgabe	Antwort	Punkte
3.1	3	ja-nein	1 – 0
3.2	f	ja-nein	1 – 0
3.3	8	ja-nein	1 – 0
3.4	6	ja-nein	1 – 0
3.5	a	ja-nein	1 – 0
3.6	§	ja-nein	1 – 0
3.7	9	ja-nein	1 – 0
3.8	@	ja-nein	1 – 0

Rohwert [RW] Untertest 3 (Summe 3.1–3.8):______________________

Abbildung 49: Subtest "Entscheidung arabische Zahl" aus dem TEDI-MATH (Kaufmann et al, 2009)

9.13.4 Subtest „Grössenvergleich arabische Zahl“

❖ **Testmaterial:** Stimulusbuch B

Abbruch: Stopp nach 5 aufeinander folgenden Fehlern

«Ich zeige dir jeweils zwei Zahlen, und du sollst bitte immer auf die größere der beiden zeigen. Wenn ich dich zum Beispiel frage, ob diese [5] oder diese [3] Zahl größer ist, dann solltest du auf diese Zahl zeigen [5].»

Nr.	Aufgabe	Antwort	Punkte
4.1	2 / 6		1 – 0
4.2	4 / 5		1 – 0
4.3	8 / 7		1 – 0
4.4	9 / 3		1 – 0
4.5	16 / 11		1 – 0
4.6	60 / 50		1 – 0
4.7	**13 / 14**		**1 – 0**
4.8	**40 / 90**		**1 – 0**
4.9	**59 / 73**		**1 – 0**
4.10	**42 / 38**		**1 – 0**
4.11	**109 / 180**		**1 – 0**
4.12	**403 / 420**		**1 – 0**
4.13	**689 / 723**		**1 – 0**
4.14	**370 / 308**		**1 – 0**
4.15	**2769 / 3451**		**1 – 0**
4.16	**5213 / 4768**		**1 – 0**
4.17	**5301 / 5042**		**1 – 0**
4.18	**6089 / 6709**		**1 – 0**

← **Start Kernbatterie ab 1_1**

Fett gedruckt: reduzierte Itemzahl der Kernbatterie ab 1. Klasse 1. Halbjahr

Abbildung 50: Subtest "Grössenvergleich arabische Zahl" aus dem TEDI-MATH-Test (Kaufmann et al., 2009)

9.13.5 Subtest 25. „Textaufgaben“

Testmaterial: Stimulusbuch C

Abbruch: Stopp nach 5 aufeinander folgenden Fehlern

Spezifische Instruktion für jede Aufgabe. Wenn nötig, noch einmal vorlesen (max. 1 Wiederholung!).

Legen Sie nacheinander die folgenden Aufgaben vor das Kind und lesen Sie vor:

25.1: *«Peter hat 2 Bälle und bekommt 2 dazu. Wie viele Bälle hat er insgesamt?»*

25.2: *«Johanna hat 4 Kirschen und isst 2 davon. Wie viele Kirschen bleiben übrig?»*

25.3: *«Karoline hat 3 Bücher. Ihr Vater schenkt ihr 5 neue Bücher. Wie viele Bücher hat sie insgesamt?»*

25.4: *«Sophie hat 5 Bälle und verliert 3. Wie viele Bälle hat sie noch?»*

25.5: *«Im Aquarium sind 4 Fische. David gibt noch ein paar Fische dazu. Danach sind 8 Fische im Aquarium. Wie viele Fische hat David dazu gegeben?»*

25.6: *«7 Vögel sitzen auf der Mauer. Einige Vögel fliegen davon, und 3 Vögel bleiben auf der Mauer sitzen. Wie viele Vögel sind davongeflogen?»*

25.7: *«Toni hat einige Murmeln. Bei einem Spiel gewinnt er 3 Murmeln dazu und hat nun insgesamt 6 Murmeln. Wie viele Murmeln hat Toni vorher gehabt?»*

25.8: *«Julia hat ein paar Eier in der Einkaufstasche, davon gehen 2 Eier kaputt. Nun sind noch 3 ganze Eier in der Einkaufstasche. Wie viele Eier hat Julia vorher gehabt?»*

25.9: *«Christof hat 16 Bücher. Er hat 4 Bücher mehr als Stefan. Wie viele Bücher hat Stefan?»*

25.10: *«Anna hat 6 Postkarten geschrieben. Sie hat 3 Postkarten weniger als Paul geschrieben. Wie viele Postkarten hat Paul geschrieben?»*

25.11: *«In Maximilians Gruppe sind 9 Kinder. Das sind 5 Kinder mehr als in Jakobs Gruppe. Wie viele Kinder sind in Jakobs Gruppe?»*

25.12: *«Klara hat 20 Euro (bzw. Franken) ausgegeben. Sie hat 8 Euro (bzw. Franken) weniger ausgegeben als Paula. Wie viel Euro (bzw. Franken) hat Paula ausgegeben?»*

Nr.	Inhalt	Lösung	Antwort	Punkte
25.1	2 + 2 = …	4		1 – 0
25.2	4 – 2 = …	2		1 – 0
25.3	3 + 5 = …	8		1 – 0
25.4	5 – 3 = …	2		1 – 0
25.5	4 + … = 8	4		1 – 0
25.6	7 – … = 3	4		1 – 0
25.7	… + 3 = 6	3		1 – 0
25.8	… – 2 = 3	5		1 – 0
25.9	16 – 4 = …	12		1 – 0
25.10	6 + 3 = …	9		1 – 0
25.11	9 – 5 = …	4		1 – 0
25.12	20 + 8 = …	28		1 – 0

Abbildung 51: Subtest "Textaufgaben" aus dem TEDI-MATH-Test (Kaufmann et al. 2009)

9.14 Auswertungstabellen aus dem Manual des TEDI-MATH

Folgende Tabellen 17 und 18 stammen aus dem Manual des TEDI-MATH nach Kaufmann et al., 2009:

Tabelle 17: Berechnung der Subtests der Kernbatterie nach Kaufmann et al., 2009, S. 131

Tabelle B-3: **Prozentränge und C-Werte für die Untertests der Kernbatterie, letztes Kindergartenjahr 2. Halbjahr**

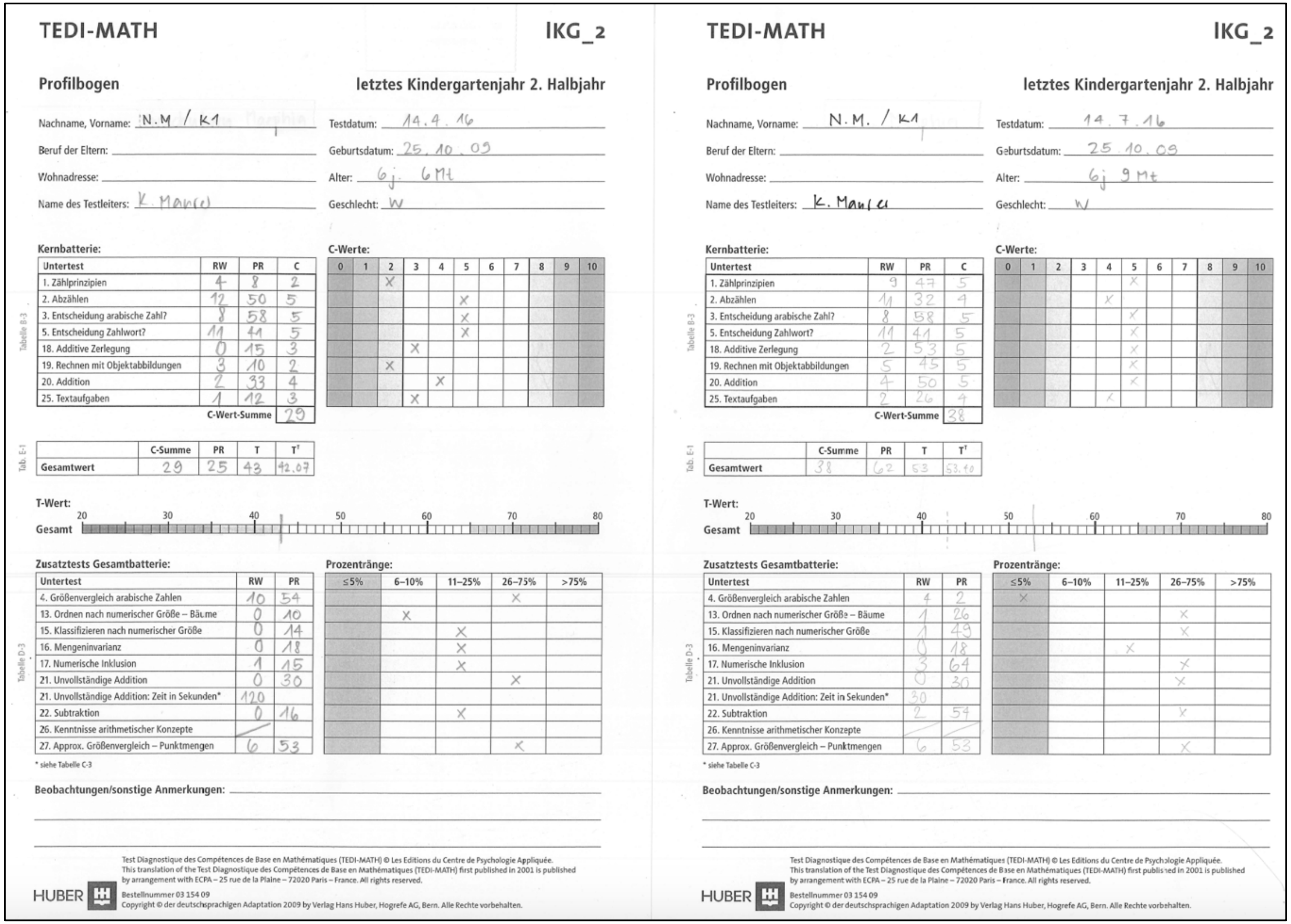
	1. Zählprinzipien		2. Abzählen		3. Entscheidung arabische Zahl?		5. Entscheidung Zahlwort?		18. Additive Zerlegung		19. Rechnen mit Objekt-abbildungen		20. Addition		25. Textaufgaben	
	90%-K.I. ±1.57		90%-K.I. ±1.79		90%-K.I. ±1.13		*		90%-K.I. ±1.60		90%-K.I. ±2.28		90%-K.I. ±1.13		90%-K.I. ±1.36	
RW	PR	C	PR	C	PR	C	PR	C	PR	C	PR	C	PR	C	PR	C
0	0	1	0	0	1	0	0	0	15	3	0	0	8	2	3	1
1	0	1	0	0	2	1	0	0	39	4	1	0	23	3	12	3
2	3	1	0	0	2	1	0	0	53	5	3	1	33	4	26	4
3	6	2	0	0	2	1	0	0	63	6	10	2	41	5	43	5
4	8	2	0	0	3	1	0	0	71	6	24	4	50	5	53	5
5	13	3	0	0	6	2	0	0	79	7	45	5	56	5	62	6
6	21	3	3	1	7	2	0	0	92	8	79	7	64	6	73	6
7	30	4	6	2	11	3	1	1					73	6	81	7
8	36	4	9	2	58	5	3	1					79	7	86	7
9	47	5	12	3			9	2					85	7	90	8
10	61	6	20	3			25	4					91	8	94	8
11	74	6	32	4			41	5					94	8	97	9
12	85	7	50	5			74	6					95	8	99	10
13	93	8	81	7									96	9		
14	98	9											97	9		
15													99	9		
16													100	10		
17													100	10		
18													100	10		

Tabelle 18: Berechnung der Subtests der Gesamtbatterie nach Kaufmann et al., 2009, S. 143

Tabelle D-3: **Prozentränge für die zusätzlichen Untertests der Gesamtbatterie, letztes Kindergartenjahr 2. Halbjahr**

	4. Größen vergleich arabische Zahlen	13. Ordnen nach numerischer Größe – Bäume	15. Klasssi-fizieren nach numerischer Größe	16. Mengen-invarianz	17. Numerische Inklusion	21. Unvollständige Addition	22. Subtraktion	26. Kenntnis arithmetischer Konzepte	27. Approximativer Größen-vergleich – Punktmengen
RW	PR	PR	PR	PR	PR	PR	PR	PR	PR
0	0	10	14	18	6	30	16	38	*0*
1	1	26	49	37	15	66	41	80	*0*
2	2	67	85	43	22	77	54	85	*0*
3	3			49	64	84	62	90	1
4	6			76		93	68	95	2
5	6						74	97	4
6	9						84	99	53
7	14						91	*100*	
8	26						93	*100*	
9	42						94		
10	54						96		
11	67						97		
12	78						98		
13	86						100		
14	91						*100*		
15	95						*100*		
16	98								
17	99								
18	100								

9.15 Zwei Auswertungsbeispiele mittels dem Profilbogen (TEDI-MATH)



TEDI-MATH IKG_2

Profilbogen — letztes Kindergartenjahr 2. Halbjahr

Nachname, Vorname: N.M / K1 — Testdatum: 14.4.16
Beruf der Eltern: — Geburtsdatum: 25.10.09
Wohnadresse: — Alter: 6j. 6Mt
Name des Testleiters: K. Manfel — Geschlecht: W

Kernbatterie (Tabelle B-3):

Untertest	RW	PR	C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. Zählprinzipien	4	8	2			X								
2. Abzählen	12	50	5						X					
3. Entscheidung arabische Zahl?	8	58	5						X					
5. Entscheidung Zahlwort?	11	41	5						X					
18. Additive Zerlegung	0	15	3				X							
19. Rechnen mit Objektabbildungen	3	10	2			X								
20. Addition	2	33	4					X						
25. Textaufgaben	1	12	3				X							
C-Wert-Summe			29											

Tab. E-1:

	C-Summe	PR	T	T'
Gesamtwert	29	25	43	42.07

T-Wert: Gesamt 20 30 40 50 60 70 80

Zusatztests Gesamtbatterie (Tabelle D-3) / Prozentränge:

Untertest	RW	PR	≤5%	6–10%	11–25%	26–75%	>75%
4. Größenvergleich arabische Zahlen	10	54				X	
13. Ordnen nach numerischer Größe – Bäume	0	10		X			
15. Klassifizieren nach numerischer Größe	0	14			X		
16. Mengeninvarianz	0	18			X		
17. Numerische Inklusion	1	15			X		
21. Unvollständige Addition	0	30				X	
21. Unvollständige Addition: Zeit in Sekunden*	120						
22. Subtraktion	0	16			X		
26. Kenntnisse arithmetischer Konzepte							
27. Approx. Größenvergleich – Punktmengen	6	53				X	

* siehe Tabelle C-3

Beobachtungen/sonstige Anmerkungen:

TEDI-MATH IKG_2

Profilbogen — letztes Kindergartenjahr 2. Halbjahr

Nachname, Vorname: N.M. / K1 — Testdatum: 14.7.16
Beruf der Eltern: — Geburtsdatum: 25.10.09
Wohnadresse: — Alter: 6j 9Mt
Name des Testleiters: K. Manfel — Geschlecht: W

Kernbatterie (Tabelle B-3):

Untertest	RW	PR	C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. Zählprinzipien	9	47	5						X					
2. Abzählen	11	32	4					X						
3. Entscheidung arabische Zahl?	8	58	5						X					
5. Entscheidung Zahlwort?	11	41	5						X					
18. Additive Zerlegung	2	53	5						X					
19. Rechnen mit Objektabbildungen	5	45	5						X					
20. Addition	4	50	5						X					
25. Textaufgaben	2	26	4					X						
C-Wert-Summe			38											

Tab. E-1:

	C-Summe	PR	T	T'
Gesamtwert	38	62	53	53.10

T-Wert: Gesamt 20 30 40 50 60 70 80

Zusatztests Gesamtbatterie (Tabelle D-3) / Prozentränge:

Untertest	RW	PR	≤5%	6–10%	11–25%	26–75%	>75%
4. Größenvergleich arabische Zahlen	4	2	X				
13. Ordnen nach numerischer Größe – Bäume	1	26				X	
15. Klassifizieren nach numerischer Größe	1	49				X	
16. Mengeninvarianz	0	18			X		
17. Numerische Inklusion	3	64				X	
21. Unvollständige Addition	0	30				X	
21. Unvollständige Addition: Zeit in Sekunden*	30						
22. Subtraktion	2	54				X	
26. Kenntnisse arithmetischer Konzepte							
27. Approx. Größenvergleich – Punktmengen	6	53				X	

* siehe Tabelle C-3

Beobachtungen/sonstige Anmerkungen:

Test Diagnostique des Compétences de Base en Mathématiques (TEDI-MATH) © Les Editions du Centre de Psychologie Appliquée.
This translation of the Test Diagnostique des Compétences de Base en Mathématiques (TEDI-MATH) first published in 2001 is published by arrangement with ECPA – 25 rue de la Plaine – 72020 Paris – France. All rights reserved.
HUBER Bestellnummer 03 154 09
Copyright © der deutschsprachigen Adaptation 2009 by Verlag Hans Huber, Hogrefe AG, Bern. Alle Rechte vorbehalten.

Abbildung 52: Auswertungsbeispiel 1 (Profilbogen vor und nach der Auswertung)

TEDI-MATH IKG_2

Profilbogen — letztes Kindergartenjahr 2. Halbjahr

Nachname, Vorname: V.L.R. / K2 — Testdatum: 14.4.16
Beruf der Eltern: — Geburtsdatum: 4.3.10
Wohnadresse: — Alter: 6j. 1Mt
Name des Testleiters: K. Maurer — Geschlecht: W

Kernbatterie: (Tabelle B-3)

Untertest	RW	PR	C	C-Werte: 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. Zählprinzipien	7	30	4					X						
2. Abzählen	12	50	5						X					
3. Entscheidung arabische Zahl?	4	3	1		X									
5. Entscheidung Zahlwort?	6	0	0	X										
18. Additive Zerlegung	0	15	3				X							
19. Rechnen mit Objektabbildungen	3	10	2			X								
20. Addition	0	8	2			X								
25. Textaufgaben	2	26	4					X						
		C-Wert-Summe	21											

(Tab. E-1)

	C-Summe	PR	T	T^T
Gesamtwert	21	6	35	33.02

T-Wert: Gesamt 20 30 40 50 60 70 80

Zusatztests Gesamtbatterie: (Tabelle D-3)

Untertest	RW	PR	Prozentränge: ≤5%	6–10%	11–25%	26–75%	>75%
4. Größenvergleich arabische Zahlen	8	26				X	
13. Ordnen nach numerischer Größe – Bäume	2	67				X	
15. Klassifizieren nach numerischer Größe	1	49				X	
16. Mengeninvarianz	0	18			X		
17. Numerische Inklusion	3	64				X	
21. Unvollständige Addition	0	30				X	
21. Unvollständige Addition: Zeit in Sekunden*	0						
22. Subtraktion	0	16			X		
26. Kenntnisse arithmetischer Konzepte	/						
27. Approx. Größenvergleich – Punktmengen	6	53				X	

* siehe Tabelle C-3

Beobachtungen/sonstige Anmerkungen: subvokale Hilfen beim Zählen
erkennt arabische Zahlen beim Lesen (Vergleichen) Aufg. 3 und hören Aufg. 5 nicht.

TEDI-MATH IKG_2

Profilbogen — letztes Kindergartenjahr 2. Halbjahr

Nachname, Vorname: V.L.R / K2 — Testdatum: 14.7.16
Beruf der Eltern: — Geburtsdatum: 4.3.10
Wohnadresse: — Alter: 6j. 4 Mt.
Name des Testleiters: K. Maurer — Geschlecht: W

Kernbatterie: (Tabelle B-3)

Untertest	RW	PR	C	C-Werte: 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. Zählprinzipien	8	36	4					X						
2. Abzählen	12	50	5						X					
3. Entscheidung arabische Zahl?	7	11	3				X							
5. Entscheidung Zahlwort?	10	25	4					X						
18. Additive Zerlegung	2	53	5						X					
19. Rechnen mit Objektabbildungen	4	45	5						X					
20. Addition	6	64	6							X				
25. Textaufgaben	5	62	6											
		C-Wert-Summe	38											

(Tab. E-1)

	C-Summe	PR	T	T^T
Gesamtwert	38	62	53	53.40

T-Wert: Gesamt 20 30 40 50 60 70 80

Zusatztests Gesamtbatterie: (Tabelle D-3)

Untertest	RW	PR	Prozentränge: ≤5%	6–10%	11–25%	26–75%	>75%
4. Größenvergleich arabische Zahlen	10	54				X	
13. Ordnen nach numerischer Größe – Bäume	1	26			X		
15. Klassifizieren nach numerischer Größe	1	49				X	
16. Mengeninvarianz	0	18			X		
17. Numerische Inklusion	3	64				X	
21. Unvollständige Addition	1	66				X	
21. Unvollständige Addition: Zeit in Sekunden*	110						
22. Subtraktion	2 ~~4~~	~~44~~ 54				X	
26. Kenntnisse arithmetischer Konzepte	/	/					
27. Approx. Größenvergleich – Punktmengen	6	53				X	

* siehe Tabelle C-3

Beobachtungen/sonstige Anmerkungen:

Abbildung 53: Auswertungsbeispiel 2 (Profilbogen vor und nach der Auswertung)

9.16 Verteilung der Kinder auf den Auswertungsbogen des TEDI-MATH

In den Abbildungen 54 bis 57 wird die Verteilung der Kinder im Profilbogen des TEDI-MATH-Tests aufgezeigt:

Kernbatterie: / **C-Werte:**

Tabelle B-3

Untertest	RW	PR	C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. Zählprinzipien						2	3	7	5	2	3	2		
2. Abzählen						1	2	5	11		5			
3. Entscheidung arabische Zahl					1	1	2		20					
5. Entscheidung Zahlwort				1	1	5		13	3	1				
18. Additive Zerlegung							12	5	1	4		2		
19. Rechnen mit Objektabbildungen					1	7		4	7		5			
20. Addition						7	3	4	5	4		1		
25. Textaufgaben					2		6	4	8	3	1			
	C-Wert-Summe													

Abbildung 54: Kernbatterie: Verteilung der getesteten Kinder nach der 1. Erhebung

Kernbatterie: / **C-Werte:**

Tabelle B-3

Untertest	RW	PR	C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. Zählprinzipien								3	5	5	9	1	1	
2. Abzählen								2	5		17			
3. Entscheidung arabische Zahl						1	2		21					
5. Entscheidung Zahlwort						8		6	3	7				
18. Additive Zerlegung							2	1	9	4	2	6		
19. Rechnen mit Objektabbildungen						1			7		16			
20. Addition							1	4	3	7	8	1		
25. Textaufgaben								2	7	9	4	2		
	C-Wert-Summe													

Abbildung 55: Kernbatterie: Verteilung der getesteten Kinder nach der 2. Erhebung

Zusatztests Gesamtbatterie:

Tabelle D-3

Untertest	RW	PR	<5%	6-10%	11-25%	26-75%	>75%
4. Grössenvergleich arabische Zahl				1	1	16	6
13. Ordnen nach numerischer Grösse				4		20	
15. Klassifizieren nach numerischer Grösse					10	12	2
16. Mengeninvarianz					12	8	4
17. Numerische Inklusion				3	9	12	
21. Unvollständige Addition						20	4
21. Unvollständige Addition: Zeit in Sek.*							
22. Subtraktion					18	5	1
27. Approx. Grössenvergleich - Punktemenge			4			20	

*siehe Tabelle C-3

Abbildung 56: Zusatztests Gesamtbatterie: Verteilung der getesteten Kinder nach der 1. Erhebung

Zusatztests Gesamtbatterie:

Tabelle D-3

Untertest	RW	PR	<5%	6-10%	11-25%	26-75%	>75%
4. Grössenvergleich arabische Zahl			1			13	10
13. Ordnen nach numerischer Grösse						24	
15. Klassifizieren nach numerischer Grösse					2	18	4
16. Mengeninvarianz					8	3	13
17. Numerische Inklusion					2	22	
21. Unvollständige Addition						12	12
21. Unvollständige Addition: Zeit in Sek.*							
22. Subtraktion					2	19	3
27. Approx. Grössenvergleich - Punktemenge						24	

*siehe Tabelle C-3

Abbildung 57: Zusatztests Gesamtbatterie: Verteilung der getesteten Kinder nach der 2. Erhebung

9.17 Auswertung TEDI-MATH-Testergebnisse

9.17.1 Auswertung Kernbatterie 1. Testdurchlauf

Tabelle 19: Auswertungstabelle TEDI-MATH Kernbatterie 1. Testdurchlauf

Kernbatterie:

Kind	Kindergarten	1. Zählprinzipien RW	PR	C	Differenz	2. Abzählen RW	PR	C	Differenz	3. Entscheidung arabische Zahl RW	PR	C	Differenz	5. Entscheidung Zahlwort RW	PR	C	Differenz	18. Additive Zerlegung RW	PR	C	Differenz	19. Rechnen mit Objektabbildung RW	PR	C	Differenz	20. Addition RW	PR	C	Differenz	25. Textaufgaben RW	PR	C	Differenz	Summe Rohwert Kernbatterie	Summe C-Wert	Prozentrang PR	T-Wert	Tt
1. Testdurchlauf 12. - 19.04.16																																						
J.N.	K1	7	30	4		12	50	5		8	58	5		10	25	4		1	39	4		5	45	5		7	73	6		3	43	5		53	38	62	53	53.40
M.H.	K1	9	47	5		13	81	7		8	58	5		10	25	4		0	15	3		6	79	7		2	33	4		3	43	5		51	40	71	55	55.66
M.N.	K1	4	8	2		12	50	5		8	58	5		11	41	5		0	15	3		3	10	2		2	33	4		1	12	3		41	29	25	43	42.07
K.K.	K1	9	47	5		13	50	5		8	58	5		10	25	4		1	15	3		5	45	5		2	33	4		1	12	3		49	34	44	48	47.74
R.W.	K1	10	61	6		11	32	4		8	58	5		10	25	4		0	15	3		5	45	5		0	8	2		4	53	5		48	34	44	48	47.74
V.L.R.	K2	7	30	4		12	50	5		4	3	1		6	0	0		0	15	3		3	10	2		0	8	2		2	26	4		34	21	6	35	33.02
E.E.	K2	8	36	4		11	32	4		8	58	5		10	25	4		0	15	3		2	3	1		0	8	2		3	43	5		42	28	20	41	39.81
A.P.	K2	5	13	3		10	20	3		8	58	5		10	25	4		0	15	3		3	10	2		0	8	2		1	12	3		37	25	12	38	36.41
J.P.	K2	7	30	4		13	81	7		8	58	5		9	9	2		0	15	3		3	10	2		1	23	3		1	12	3		42	29	25	43	42.07
Y.B.	K2	8	36	4		12	50	5		8	58	5		10	25	4		1	39	4		3	10	2		0	8	2		0	3	1		42	27	16	40	38.68
T.E.	O2	8	36	4		12	50	5		8	58	5		9	9	2		4	71	6		5	45	5		6	64	6		2	26	4		54	37	59	52	52.26
L.N.	O2	13	93	8		12	50	5		8	58	5		12	74	6		6	92	8		5	45	5		4	50	5		3	43	5		63	47	94	66	68.12
L.H.	O2	6	21	3		11	32	4		8	58	5		9	9	2		1	39	4		4	24	4		4	50	5		5	62	6		48	33	41	48	47.74
E.M.	O2	9	47	5		13	81	7		7	11	3		10	25	4		0	15	3		4	24	4		0	8	2		1	12	3		44	31	34	46	45.47
J.Z.	Z	13	93	8		13	81	7		8	58	5		11	41	5		6	92	8		6	79	7		12	95	8		8	86	7		77	55	100	74	77.17
L.H.	Z	9	47	5		11	32	4		8	58	5		10	25	4		1	39	4		6	79	7		7	73	6		6	73	6		58	41	74	57	57.93
S.F.	Z	12	85	7		12	50	5		8	58	5		10	25	4		0	15	3		5	45	5		1	23	3		1	12	3		49	35	50	50	50.00
E.H.	Z	7	30	4		13	81	7		8	58	5		10	25	4		4	71	6		6	79	7		3	41	5		6	73	6		57	44	87	61	62.46
F.N.	Z	3	6	2		10	20	3		6	7	2		7	1	1		0	15	3		3	10	2		0	8	2		0	3	1		29	16	2	29	26.22
E.D.	W7	6	21	3		8	6	2		7	11	3		10	25	4		0	15	3		3	10	2		1	23	3		2	26	4		37	24	10	37	35.28
M.O.	W7	9	47	5		12	50	5		8	58	5		11	41	5		3	63	6		4	24	4		6	64	6		4	53	5		57	41	74	57	57.93
Y.K.	W7	10	61	6		11	32	4		8	58	5		9	9	2		3	63	6		5	45	5		3	41	5		3	43	5		52	38	62	53	53.40
H.N.	W7	12	85	7		12	50	5		8	58	5		10	25	4		1	39	4		6	79	7		3	41	5		2	26	4		54	41	74	57	57.93
S.J.	W7	12	85	7		12	50	5		8	58	5		9	9	2		2	53	5		4	24	4		2	33	4		4	53	5		53	37	59	52	52.26
SUMME		**203**	**1095**	**115**		**281**	**1161**	**118**		**184**	**1192**	**109**		**233**	**568**	**84**		**34**	**880**	**101**		**104**	**879**	**101**		**66**	**849**	**96**		**66**	**850**	**101**		**1171**	**825**	**1145**	**1183**	
M		**8.458**	**45.63**	**4.792**		**11.71**	**48.38**	**4.917**		**7.667**	**49.67**	**4.542**		**9.708**	**23.67**	**3.5**		**1.417**	**36.67**	**4.208**		**4.333**	**36.63**	**4.208**		**2.75**	**35.38**	**4**		**2.75**	**35.42**	**4.208**		**48.79**	**34.38**	**47.71**	**49.29**	
SD		**2.702**	**26.49**	**1.719**		**1.197**	**20.95**	**1.349**		**0.917**	**19.08**	**1.103**		**1.233**	**15.61**	**1.414**		**1.909**	**26.21**	**1.615**		**1.239**	**26.54**	**1.956**		**3.025**	**24.91**	**1.719**		**2.027**	**23.82**	**1.503**		**10.29**	**8.747**	**28.97**	**10.27**	

9.17.2 Auswertung Kernbatterie 2. Testdurchlauf

Tabelle 20: Auswertungstabelle TEDI-MATH Kernbatterie 2. Testdurchlauf

Kind	Kindergarten	1. Zählprinzipien			Differenz	2. Abzählen			Differenz	3. Entscheidung arabische Zahl			Differenz	5. Entscheidung Zahlwort			Differenz	18. Additive Zerlegung			Differenz	19. Rechnen mit Objektabbildung			Differenz	20. Addition			Differenz	25. Textaufgaben			Differenz	Summe Rohwert Kernbatterie	Summe C-Wert	Prozentrang PR	T-Wert	Tt
	Kernbatterie:	RW	PR	C		RW	PR	C		RW	PR	C		RW	PR	C		RW	PR	C		RW	PR	C		RW	PR	C		RW	PR	C						
2. Testdurchlauf 12. - 14.07.16																																						
J.N.	K1	7	30	4	0	13	81	7	1	8	58	5	0	10	25	4	0	6	92	8	5	6	79	7	1	7	73	6	0	8	86	7	5	**65**	**48**	**97**	**68**	**70.38**
M.H.	K1	11	74	6	2	13	81	7	0	8	58	5	0	12	74	6	2	2	53	5	2	6	79	7	0	6	64	6	4	6	73	6	3	**64**	**48**	**97**	**68**	**70.38**
M.N.	K1	9	47	5	5	11	32	4	-1	8	58	5	0	11	41	5	0	2	53	5	2	5	45	5	2	4	50	5	2	2	26	4	1	**52**	**38**	**62**	**53**	**53.40**
K.K.	K1	12	85	7	3	13	81	7	0	8	58	5	0	10	25	4	0	2	53	5	1	5	45	5	0	8	79	7	6	6	73	6	5	**64**	**46**	**92**	**64**	**65.85**
R.W.	K1	12	85	7	2	13	81	7	2	8	58	5	0	9	9	2	-1	6	92	8	6	6	79	7	1	8	79	7	8	5	62	6	1	**67**	**49**	**99**	**74**	**77.17**
V.L.R.	K2	8	36	4	1	12	50	5	0	7	11	3	3	10	25	4	4	2	53	5	2	4	45	5	1	6	64	6	6	5	62	6	3	**54**	**38**	**62**	**53**	**53.40**
E.E.	K2	9	47	5	1	12	50	5	1	8	58	5	0	9	9	2	-1	2	53	5	2	5	45	5	3	2	33	4	2	3	43	5	0	**50**	**36**	**56**	**51**	**51.13**
A.P.	K2	10	61	6	5	13	81	7	3	8	58	5	0	9	9	2	-1	2	53	5	2	5	45	5	2	4	50	5	4	3	53	5	2	**54**	**40**	**71**	**55**	**55.66**
J.P.	K2	9	47	5	2	13	81	7	0	8	58	5	0	9	9	2	0	3	53	5	3	5	45	5	2	2	33	4	1	4	53	5	3	**53**	**38**	**62**	**53**	**53.40**
Y.B.	K2	10	61	6	2	13	81	7	1	8	58	5	0	9	9	2	-1	2	53	5	1	6	79	7	3	6	64	6	6	5	62	6	5	**59**	**44**	**87**	**61**	**62.46**
T.E.	O2	12	85	7	4	13	81	7	1	8	58	5	0	12	74	6	3	6	92	8	2	6	79	7	1	8	79	7	2	10	94	8	8	**75**	**55**	**100**	**74**	**77.17**
L.N.	O2	14	98	9	1	13	81	7	1	8	58	5	0	12	74	6	0	5	79	7	-1	6	79	7	1	8	79	7	4	8	86	7	5	**74**	**55**	**100**	**74**	**77.17**
L.H.	O2	9	47	5	3	13	81	7	2	8	58	5	0	9	9	2	0	6	92	8	5	6	79	7	2	8	79	7	4	4	53	5	-1	**63**	**46**	**92**	**64**	**65.85**
E.M.	O2	9	47	5	0	11	32	4	-2	8	58	5	1	11	41	5	1	0	15	3	0	5	45	5	1	4	33	4	4	5	62	6	4	**53**	**37**	**59**	**52**	**52.26**
J.Z.	Z	12	85	7	-1	13	81	7	0	8	58	5	0	12	74	6	1	6	92	8	0	6	79	7	0	12	95	8	0	10	94	8	2	**79**	**56**	**100**	**74**	**77.17**
L.H.	Z	10	61	6	1	13	81	7	2	8	58	5	0	10	25	4	0	4	71	6	3	6	79	7	0	7	73	6	0	7	81	7	1	**65**	**48**	**97**	**68**	**70.30**
S.F.	Z	11	74	6	-1	13	81	7	1	8	58	5	0	9	9	2	-1	4	71	6	4	6	79	7	1	7	73	6	6	3	43	5	2	**61**	**44**	**87**	**61**	**62.46**
E.H.	Z	12	85	7	5	12	50	5	-1	8	58	5	0	10	25	4	0	4	71	6	0	6	79	7	0	8	79	7	5	6	73	6	0	**66**	**47**	**94**	**66**	**68.12**
F.N.	Z	7	30	4	4	12	50	5	2	6	7	2	0	11	25	4	4	0	15	3	0	3	10	2	0	2	33	4	2	4	53	5	4	**45**	**29**	**25**	**43**	**42.07**
E.D.	W7	12	85	7	6	13	81	7	5	8	58	5	1	11	41	5	1	2	53	5	2	6	79	7	3	1	23	3	0	2	26	4	0	**55**	**43**	**82**	**59**	**60.19**
M.O.	W7	12	85	7	3	13	81	7	1	8	58	5	0	12	74	6	1	6	92	8	3	6	79	7	2	9	85	7	3	8	86	7	4	**74**	**54**	**100**	**74**	**77.17**
Y.K.	W7	12	85	7	2	12	50	5	1	8	58	5	0	9	9	2	0	1	39	4	-2	6	79	7	1	6	64	6	3	6	73	6	3	**60**	**42**	**78**	**58**	**59.06**
H.N.	W7	13	93	8	1	13	81	7	1	8	58	5	0	12	74	6	2	4	71	6	3	6	79	7	0	3	41	5	0	4	53	5	2	**63**	**49**	**99**	**74**	**77.17**
S.J.	W7	12	85	7	0	13	81	7	1	7	11	3	-1	12	74	6	3	5	79	7	3	6	79	7	2	8	79	7	6	6	73	6	2	**69**	**50**	**100**	**74**	**77.17**
SUMME		**254**	**1618**	**147**		**303**	**1691**	**152**		**188**	**1247**	**113**		**250**	**863**	**97**		**82**	**1540**	**141**		**133**	**1589**	**149**		**144**	**1504**	**140**		**130**	**1543**	**141**		**1484**	**1080**	**1998**	**1515**	
MW		**10.58**	**67.42**	**6.13**		**12.63**	**70.46**	**6.33**		**7.83**	**51.96**	**4.71**		**10.42**	**35.96**	**4.04**		**3.42**	**64.17**	**5.88**		**5.54**	**66.21**	**6.21**		**6.00**	**62.67**	**5.83**		**5.42**	**64.29**	**5.88**		**61.83**	**45.00**	**83.25**	**63.13**	
STABW		**1.89**	**21.32**	**1.30**		**0.65**	**17.37**	**1.09**		**0.48**	**16.34**	**0.81**		**1.25**	**26.98**	**1.65**		**2.00**	**22.71**	**1.57**		**0.78**	**19.70**	**1.28**		**2.72**	**20.45**	**1.31**		**2.24**	**19.04**	**1.08**		**8.72**	**6.85**	**19.80**	**9.35**	
XD					**2.13**				**0.92**				**0.17**				**0.71**				**2.00**				**1.21**				**3.25**				**2.67**					
SD					**1.96**				**1.41**				**0.70**				**1.55**				**1.93**				**1.02**				**2.38**				**2.10**					
t					**5,32**				**3,19**				**1.19**				**2,24**				**5,07**				**5,81**				**6,69**				**6,22**					
df					**46**				**46**				**46**				**46**				**46**				**46**				**46**				**46**					
P					**0,000**				**0,002**				**0,240**				**0,029**				**0,000**				**0,000**				**0,000**				**0,000**					

9.17.3 Auswertung Zusatztests Gesamtbatterie 1. Testdurchlauf

Tabelle 21: Auswertungstabelle TEDI-MATH Zusatztests Gesamtbatterie 1. Testdurchlauf

Kind	Kindergarten	4. Grössenvergleich arabische Zahl		Differenz	13. Ordnen nach numerischer Grösse - Bäume		Differenz	15. Klassifizieren nach numerischer Grösse		Differenz	16. Mengeninvarianz		Differenz	17. Numerische Inklusion		Differenz	21. Unvollständige Addition		Differenz	22. Subtraktion		Differenz	27. Approx. Grössenvergleich - Punktmengen		Differenz	Summe Rohwert Zusatztests
Zusatztests Gesamtbatterie:		RW	PR		RW	PR		RW	PR		RW	PR		RW	PR		RW	PR		RW	PR		RW	PR		
1. Testdurchlauf 12. - 19.04.16																										
J.N.	K1	18	100		2	67		1	49		3	49		3	64		1	66		1	41		6	53		**35**
M.H.	K1	10	54		2	67		2	85		3	49		3	64		0	30		1	41		6	53		**27**
M.N.	K1	10	54		0	10		0	14		0	18		1	15		0	30		0	16		6	53		**17**
K.K.	K1	9	42		2	67		1	49		2	43		3	64		0	30		0	16		6	53		**23**
R.W.	K1	12	78		2	67		0	14		0	18		2	22		0	30		0	16		6	53		**22**
V.L.R.	K2	8	26		2	67		1	49		0	18		3	64		0	30		0	16		6	53		**20**
E.E.	K2	11	67		2	67		1	49		0	18		0	6		0	30		0	16		5	4		**19**
A.P.	K2	8	26		1	26		0	14		0	18		3	64		0	30		0	16		6	53		**18**
J.P.	K2	10	54		1	26		0	14		0	18		3	64		0	30		0	16		6	53		**20**
Y.B.	K2	7	14		0	10		2	85		0	18		0	6		0	30		0	16		6	53		**15**
T.E.	O2	9	42		2	67		1	49		4	76		3	64		4	93		1	41		6	53		**30**
L.N.	O2	8	26		2	67		0	14		4	76		3	22		0	30		1	41		6	53		**24**
L.H.	O2	11	67		1	26		1	49		0	18		3	64		0	30		0	16		6	53		**22**
E.M.	O2	10	54		1	26		1	49		0	18		2	22		0	30		0	16		5	4		**19**
J.Z.	Z	8	26		1	26		1	49		3	49		3	64		4	93		9	94		6	53		**35**
L.H.	Z	10	54		2	67		0	14		3	49		2	22		0	30		0	16		6	53		**23**
S.F.	Z	9	42		1	10		0	14		0	18		1	15		0	30		0	16		6	53		**17**
E.H.	Z	12	78		2	67		0	14		3	49		3	64		4	93		0	16		6	53		**30**
F.N.	Z	5	6		0	10		0	14		0	18		0	6		0	30		0	16		5	4		**10**
E.D.	W7	9	42		1	26		1	49		0	18		1	15		0	30		1	16		5	4		**18**
M.O.	W7	12	78		2	67		1	49		3	49		2	22		3	84		2	54		6	53		**31**
Y.K.	W7	13	68		2	67		1	49		1	37		1	15		0	30		0	16		6	53		**24**
H.N.	W7	17	99		2	67		0	14		4	76		2	64		0	30		0	16		6	53		**31**
S.J.	W7	13	86		2	67		1	49		4	76		3	64		0	30		0	16		6	53		**29**
SUMME		**249**	**1283**		**35**	**1134**		**16**	**898**		**37**	**894**		**50**	**956**		**16**	**999**		**16**	**600**		**140**	**1076**		**559**
M		**10.38**	**53.46**		**1.46**	**47.25**		**0.6667**	**37.42**		**1.542**	**37.25**		**2.083**	**39.83**		**0.667**	**41.63**		**0.667**	**25**		**5.833**	**44.83**		**23.29**
SD		**2.916**	**25.57**		**0.72**	**24.42**		**0.637**	**22.48**		**1.693**	**22.18**		**1.1**	**25.11**		**1.435**	**23.66**		**1.857**	**18.75**		**0.381**	**18.65**		**6.504**

9.17.4 Auswertung Zusatztests Gesamtbatterie 2. Testdurchlauf

Tabelle 22: Auswertungstabelle TEDI-MATH Zusatztests Gesamtbatterie 2. Testdurchlauf

Zusatztests Gesamtbatterie:

Kind	Kindergarten	4. Grössenvergleich arabische Zahl		Differenz	13. Ordnen nach numerischer Grösse - Bäume		Differenz	15. Klassifizieren nach numerischer Grösse		Differenz	16. Mengeninvarianz		Differenz	17. Numerische Inklusion		Differenz	21. Unvollständige Addition		Differenz	22. Subtraktion		Differenz	27. Approx. Grössenvergleich - Punktmengen		Differenz	Summe Rohwert Zusatztests
		RW	PR		RW	PR		RW	PR		RW	PR		RW	PR		RW	PR		RW	PR		RW	PR		
2. Testdurchlauf 12. - 14.07.16																										
J.N.	K1	18	100	0	2	67	0	1	49	0	4	76	1	3	64	0	4	93	3	4	68	3	6	53	0	**42**
M.H.	K1	9	42	-1	2	67	0	0	14	-2	4	76	1	3	64	0	0	30	0	3	62	2	6	53	0	**27**
M.N.	K1	4	2	-6	1	26	1	1	49	1	0	18	0	3	64	2	0	30	0	2	54	2	6	53	0	**17**
K.K.	K1	13	86	4	1	26	-1	1	49	0	4	76	2	3	64	0	4	93	4	3	62	3	6	53	0	**35**
R.W.	K1	14	91	2	2	67	0	0	14	0	3	49	3	3	64	1	3	84	3	6	84	6	6	53	0	**37**
V.L.R.	K2	10	54	2	1	26	-1	1	49	0	0	18	0	3	64	0	1	66	1	2	54	2	6	53	0	**24**
E.E.	K2	9	42	-2	2	67	0	1	49	0	4	76	4	3	64	3	0	30	0	4	68	4	6	53	1	**29**
A.P.	K2	11	67	3	1	26	0	1	49	1	0	18	0	3	64	0	0	30	0	3	62	3	6	53	0	**25**
J.P.	K2	9	42	-1	2	67	1	1	49	1	0	18	0	1	15	-2	0	30	0	0	16	0	6	53	0	**19**
Y.B.	K2	10	54	3	1	26	1	1	49	-1	0	18	0	3	64	3	0	30	0	5	74	5	6	53	0	**26**
T.E.	O2	12	78	3	2	67	0	1	49	0	4	76	0	3	64	0	4	93	0	4	68	3	6	53	0	**36**
L.N.	O2	13	86	5	2	67	0	1	49	1	4	76	0	3	64	0	3	84	3	4	68	3	6	53	0	**36**
L.H.	O2	8	26	-3	2	67	1	1	49	0	0	18	0	3	64	0	3	84	3	2	54	2	6	53	0	**25**
E.M.	O2	10	54	0	2	67	1	1	49	0	0	18	0	3	64	1	0	30	0	1	41	1	6	53	1	**23**
J.Z.	Z	8	26	0	2	67	1	1	49	0	4	76	1	3	64	0	3	84	-1	8	93	-1	6	53	0	**35**
L.H.	Z	10	54	0	2	67	0	1	49	1	4	76	1	3	64	1	0	30	0	5	74	5	6	53	0	**31**
S.F.	Z	12	78	3	2	67	1	1	49	1	4	76	4	3	64	2	4	93	4	2	54	2	6	53	0	**34**
E.H.	Z	11	67	-1	2	67	0	1	49	1	4	76	1	3	64	0	3	84	-1	3	62	3	6	53	0	**33**
F.N.	Z	10	54	5	1	26	1	1	49	1	2	43	2	1	15	1	0	30	0	0	16	0	6	53	1	**21**
E.D.	W7	12	86	3	2	67	1	2	85	1	0	18	0	3	64	2	0	30	0	1	41	0	6	53	1	**26**
M.O.	W7	14	91	2	2	67	0	2	85	1	4	76	1	3	64	1	4	93	1	6	84	4	6	53	0	**41**
Y.K.	W7	15	95	2	2	67	0	1	49	0	4	76	3	3	64	2	0	30	0	4	68	4	6	53	0	**35**
H.N.	W7	13	86	-4	2	67	0	2	85	2	2	43	-2	3	64	1	2	77	2	3	62	3	6	53	0	**33**
S.J.	W7	10	54	-3	2	67	0	2	85	1	4	76	0	3	64	0	4	93	4	4	68	4	6	53	0	**35**
SUMME		**265**	**1515**		**42**	**1362**		**26**	**1250**		**59**	**1267**		**68**	**1438**		**42**	**1451**		**79**	**1457**		**144**	**1272**		**725**
MW		**11.04**	**63.13**		**1.75**	**56.75**		**1.08**	**52.08**		**2.46**	**52.79**		**2.83**	**59.92**		**1.75**	**60.46**		**3.29**	**60.71**		**6.00**	**53.00**		**30.21**
STABW		**2.82**	**25.39**		**0.44**	**18.14**		**0.50**	**17.94**		**1.86**	**27.10**		**0.56**	**13.83**		**1.78**	**29.22**		**1.92**	**18.37**		**0.00**	**0.00**		**6.81**
	XD			**0.67**			**0.29**			**0.42**			**0.92**			**0.75**			**1.08**			**2.63**			**0.17**	
	SD			**2.90**			**0.62**			**0.83**			**1.44**			**1.15**			**1.67**			**1.74**			**0.38**	
	t			**1,13**			**2,29**			**2,48**			**3,13**			**3,19**			**3,17**			**7,40**			**2,19**	
	df			**46**			**46**			**46**			**46**			**46**			**46**			**46**			**46**	
	P			**0,263**			**0,026**			**0,016**			**0,003**			**0,002**			**0,002**			**0,000**			**0,033**	

9.17.5 Auswertung Kernbatterie 2. Testdurchlauf mit zusätzlichen detaillierten Subtests

Tabelle 23: Auswertungstabelle TEDI-MATH Kernbatterie 2. Testdurchlauf mit detaillierten Subtests

Kernbatterie:

2. Testdurchlauf 12. - 14.07.16

Kind	Kindergarten	1. Zählprinzipien RW	PR	C	Differenz	2. Abzählen RW	PR	C	Differenz	3. Entscheidung arabische Zahl RW	PR	C	Differenz	5. Entscheidung Zahlwort RW	PR	C	Differenz
J.N.	K1	7	30	4	0	13	81	7	1	8	58	5	0	10	25	4	0
M.H.	K1	11	74	6	2	13	81	7	0	8	58	5	0	12	74	6	2
M.N.	K1	9	47	5	5	11	32	4	-1	8	58	5	0	11	41	5	0
K.K.	K1	12	85	7	3	13	81	7	0	8	58	5	0	10	25	4	0
R.W.	K1	12	85	7	2	13	81	7	2	8	58	5	0	9	9	2	-1
V.L.R.	K2	8	36	4	1	12	50	5	0	7	11	3	3	10	25	4	4
E.E.	K2	9	47	5	1	12	50	5	1	8	58	5	0	9	9	2	-1
A.P.	K2	10	61	6	5	13	81	7	3	8	58	5	0	9	9	2	-1
J.P.	K2	9	47	5	2	13	81	7	0	8	58	5	0	9	9	2	0
Y.B.	K2	10	61	6	2	13	81	7	1	8	58	5	0	9	9	2	-1
T.E.	O2	12	85	7	4	13	81	7	1	8	58	5	0	12	74	6	3
L.N.	O2	14	98	9	1	13	81	7	1	8	58	5	0	12	74	6	0
L.H.	O2	9	47	5	3	13	81	7	2	8	58	5	0	9	9	2	0
E.M.	O2	9	47	5	0	11	32	4	-2	8	58	5	1	11	41	5	1
J.Z.	Z	12	85	7	-1	13	81	7	0	8	58	5	0	12	74	6	1
L.H.	Z	10	61	6	1	13	81	7	2	8	58	5	0	10	25	4	0
S.F.	Z	11	74	6	-1	13	81	7	1	8	58	5	0	9	9	2	-1
E.H.	Z	12	85	7	5	12	50	5	-1	8	58	5	0	10	25	4	0
F.N.	Z	7	30	4	4	12	50	5	2	6	7	2	0	11	25	4	4
E.D.	W7	12	85	7	6	13	81	7	5	8	58	5	1	11	41	5	1
M.O.	W7	12	85	7	3	13	81	7	1	8	58	5	0	12	74	6	1
Y.K.	W7	12	85	7	2	12	50	5	1	8	58	5	0	9	9	2	0
H.N.	W7	13	93	8	1	13	81	7	1	8	58	5	0	12	74	6	2
S.J.	W7	12	85	7	0	13	81	7	1	7	11	3	-1	12	74	6	3
SUMME		254	1618	147		303	1691	152		188	1247	113		250	863	97	
MW		10.58	67.42	6.13		12.63	70.46	6.33		7.83	51.96	4.71		10.42	35.96	4.04	
STABW		1.89	21.32	1.30		0.65	17.37	1.09		0.48	16.34	0.81		1.25	26.98	1.65	
XD					2.13				0.92				0.17				0.71
SD					1.96				1.41				0.70				1.55
t					5,32				3,19				1.19				2,24
df					46				46				46				46
P					0,000				0,002				0,240				0,029

Kind	18. Additive Zerlegung RW	PR	C	Differenz	19. Rechnen mit Objektabbildung RW	PR	C	Differenz	20. Addition RW	PR	C	Differenz	25. Textaufgaben RW	PR	C	Differenz	Summe Rohwert Kernbatterie	Summe C-Wert	Prozentrang PR	T-Wert	Tt
J.N.	6	92	8	5	6	79	7	1	7	73	6	0	8	86	7	5	65	48	97	68	70.38
M.H.	2	53	5	2	6	79	7	0	6	64	6	4	6	73	6	3	64	48	97	68	70.38
M.N.	2	53	5	2	5	45	5	2	4	50	5	2	2	26	4	1	52	38	62	53	53.40
K.K.	2	53	5	1	5	45	5	0	8	79	7	6	6	73	6	5	64	46	92	64	65.85
R.W.	6	92	8	6	6	79	7	1	8	79	7	8	5	62	6	1	67	49	99	74	77.17
V.L.R.	2	53	5	2	4	45	5	1	6	64	6	6	5	62	6	3	54	38	62	53	53.40
E.E.	2	53	5	2	5	45	5	3	2	33	4	2	3	43	5	0	50	36	56	51	51.13
A.P.	2	53	5	2	5	45	5	2	4	50	5	4	3	53	5	2	54	40	71	55	55.66
J.P.	3	53	5	3	5	45	5	2	2	33	4	1	4	53	5	3	53	38	62	53	53.40
Y.B.	2	53	5	1	6	79	7	3	6	64	6	6	5	62	6	5	59	44	87	61	62.46
T.E.	6	92	8	2	6	79	7	1	8	79	7	2	10	94	8	8	75	55	100	74	77.17
L.N.	5	79	7	-1	6	79	7	1	8	79	7	4	8	86	7	5	74	55	100	74	77.17
L.H.	6	92	8	5	6	79	7	2	8	79	7	4	4	53	5	-1	63	46	92	64	65.85
E.M.	0	15	3	0	5	45	5	1	4	33	4	4	5	62	6	4	53	37	59	52	52.26
J.Z.	6	92	8	0	6	79	7	0	12	95	8	0	10	94	8	2	79	56	100	74	77.17
L.H.	4	71	6	3	6	79	7	0	7	73	6	0	7	81	7	1	65	48	97	68	70.30
S.F.	4	71	6	4	6	79	7	1	7	73	6	6	3	43	5	2	61	44	87	61	62.46
E.H.	4	71	6	0	6	79	7	0	8	79	7	5	6	73	6	0	66	47	94	66	68.12
F.N.	0	15	3	0	3	10	2	0	2	33	4	2	4	53	5	4	45	29	25	43	42.07
E.D.	2	53	5	2	6	79	7	3	1	23	3	0	2	26	4	0	55	43	82	59	60.19
M.O.	6	92	8	3	6	79	7	2	9	85	7	3	8	86	7	4	74	54	100	74	77.17
Y.K.	1	39	4	-2	6	79	7	1	6	64	6	3	6	73	6	3	60	42	78	58	59.06
H.N.	4	71	6	3	6	79	7	0	3	41	5	0	4	53	5	2	63	49	99	74	77.17
S.J.	5	79	7	3	6	79	7	2	8	79	7	6	6	73	6	2	69	50	100	74	77.17
SUMME	82	1540	141		133	1589	149		144	1504	140		130	1543	141		1484	1080	1998	1515	
MW	3.42	64.17	5.88		5.54	66.21	6.21		6.00	62.67	5.83		5.42	64.29	5.88		61.83	45.00	83.25	63.13	
STABW	2.00	22.71	1.57		0.78	19.70	1.28		2.72	20.45	1.31		2.24	19.04	1.08		8.72	6.85	19.80	9.35	
XD				2.00				1.21				3.25				2.67					
SD				1.93				1.02				2.38				2.10					
t				5,07				5,81				6,69				6,22					
df				46				46				46				46					
P				0,000				0,000				0,000				0,000					

Detaillierte Auswertung Untertests "Zählprinzipien" und "Abzählen"

Kind	Zählprinzipien vorwärts zählen (1) RW	Differenz	Zählprinzipien Weiterzählen/Rückwärts zählen (2) RW	Differenz	Zählprinzipien Zählen in Schritten (2) RW	Differenz	Abzählen Zählakt RW	Differenz	Abzählen Nennung Anzahl RW	Differenz
J.N.	4	3	3	-3	0	0	6	0	7	1
M.H.	4	2	6	-1	1	1	6	0	7	0
M.N.	4	0	4	4	1	1	5	-1	6	0
K.K.	4	0	7	2	1	1	6	1	7	0
R.W.	4	1	7	1	1	0	6	1	7	1
V.L.R.	4	0	4	1	0	0	6	0	6	0
E.E.	4	0	5	1	0	0	5	-1	7	2
A.P.	4	2	6	3	0	0	6	1	7	2
J.P.	4	2	5	0	0	0	6	0	7	0
Y.B.	4	0	6	2	0	0	6	0	7	1
T.E.	4	0	6	3	2	1	6	0	7	1
L.N.	4	0	8	1	2	0	6	0	7	1
L.H.	4	0	5	4	0	-1	6	0	7	2
E.M.	4	0	5	0	0	0	5	-1	6	-1
J.Z.	4	0	6	-1	2	0	6	0	7	0
L.H.	4	0	5	1	1	0	6	1	7	1
S.F.	4	0	6	-1	1	-1	6	1	7	0
E.H.	4	2	6	0	2	2	5	0	7	0
F.N.	4	2	4	3	0	0	6	1	6	1
E.D.	4	2	6	2	2	2	6	1	7	4
M.O.	4	0	8	3	0	0	6	0	7	1
Y.K.	4	0	7	2	1	0	6	1	6	0
H.N.	4	0	7	0	2	1	6	1	7	0
S.J.	2	-2	8	2	2	0	6	1	7	0
SUMME	94		140		21		140		163	
MW	4		6		1		6		7	
STABW	0		1		1		0		0	
XD		1		1		0		0		1
SD		1		2		1		1		1
t		4,89		2,45		0,00		0,00		4,89
df		46		46		46		46		46
P		0,000		0,018		1,000		1,000		0,000

9.18 Interpretation der einzelnen Subtests

Folgende Tabellen 24 bis 26 zeigen eine Zusammenfassung der verwendeten Subtests aus dem TEDI-MATH-Manual nach Kaufmann et al. (2009, S. 92 – 96).

Tabelle 24: Beschreibung der Subtests 1 bis 5

Untertest 1 *Zählprinzipien* Bei diesem Untertest wird geprüft, inwieweit das Kind die verbale Zählsequenz beherrscht. Überprüft wird hier die Korrektheit der Zählwortabfolge und die Flexibilität der Anwendung (z. B. *Rückwärtszählen, in Zweierschritten zählen*). Zu beachten ist, dass korrektes und flüssiges Zählen nicht unbedingt bedeuten muss, dass das Kind eine Vorstellung von der Numerosität der Zahl hat bzw. weiß, dass 4 mehr ist als 3 aber weniger als 5.
Untertest 2 *Abzählen* Hier wird geprüft, inwieweit das Kind die Zählprozeduren und die Zählprinzipien beherrscht. Stimuli sind lineare und nicht lineare sowie reguläre und nicht reguläre Muster. Das Zählprinzip *Stabilität der Zählwortabfolge* wird gemeistert, wenn das Kind die Zahlwortfolge beim Abzählen richtig rezitieren kann. Das Zählprinzip *Eins-zu-eins-Zuordnung* wird beherrscht, wenn das Kind beim Zählen jedem Zahlwort genau ein Objekt zuordnet (Koordination Zeigen-Zählen). Das Zählprinzip der *Kardinalität* wird abgefragt, indem das Kind nach dem Abzählen gefragt wird, wie viele Objekte es denn nun insgesamt gezählt habe. Das Zählprinzip der *Irrelevanz der Zählfolge* wird erfasst, indem bei einigen Aufgaben die Kinder nach dem Abzählen gefragt werden, wie viele es sind, wenn sie mit dem Zählen am anderen Ende beginnen würden. Das Zählprinzip der *Objektirrelevanz* wird indirekt erfasst: Bei einigen Abbildungen gibt es unterschiedliche Tiere (z. B. 3 Schildkröten und 2 Löwen), die zusammen gezählt werden sollen.
Untertest 3 *Entscheidung arabische Zahl?* Dieser Untertest erfasst, inwieweit die Kinder geschriebene arabische Zahlen von anderen Symbolen und Zeichen unterscheiden können. Wenn Kinder bei diesem Untertest Probleme haben, ist die Durchführung aller anderen Untertests, die die Verarbeitung arabischer Zahlen erfordern, nicht sinnvoll. Überprüft wird die visuelle Modalität (arabische Zahlen).
Untertest 4 *Größenvergleich arabische Zahlen* Dieser Untertest gibt Aufschluss darüber, ob ein Kind ein Größenverständnis arabischer Zahlen hat (visuelle Modalität). Bei diesem Untertest werden auch zwei- und mehrstellige Zahlenpaare präsentiert. Da die jüngeren Kinder mehrstellige Zahlen noch nicht gelernt haben, werden sie zum *Raten* aufgefordert. Durch das *Raten* wird erfasst, wie gut das intuitive Zahlenverständnis ist.
Untertest 5 *Entscheidung Zahlwort?* Analog zu Untertest 3 soll hier überprüft werden, inwieweit das Kind die Zahlwortstrukturen kennt und ob es gesprochene/gehörte Zahlwörter von nicht-numerischen verbalen Stimuli (Wörtern) differenzieren kann. Überprüft wird die verbal-phonologische Modalität (gesprochene/gehörte Zahlwörter).

Tabelle 25: Beschreibung der Subtests 13 bis19

Untertest 13 *Ordnen nach numerischer Größe – Bäume* sowie Untertest 14 *Ordnen nach numerischer Größe – Zahlen* Diese beiden Untertests überprüfen, ob das Kind ein ordinales Mengen- bzw. Zahlenverständnis hat. Während bei UT 13 konkrete Mengen (Bäume) entsprechend ihrer Anzahl geordnet werden sollen, sollen bei UT 14 symbolische Mengen (arabische Zahlen) geordnet werden.
Untertest 15 *Klassifizieren nach numerischer Größe* Bei diesem Untertest wird überprüft, ob das Kind eine numerische Sortierregel auch ohne explizite Anweisung anwendet. Beim ersten Durchgang werden dazu Karten mit verschiedenen Zeichen (bzw. Symbolen) verwendet und das Kind bekommt lediglich die Anweisung, diese Karten zu ordnen (aber nicht, nach welchem Kriterium). Falls das Kind auch bei einem zweiten Versuch nach Zeichen anstatt nach numerischer Größe sortiert, werden bei einem weiteren Durchgang Karten mit einer einzigen Art Zeichen (nämlich Kreuze) verwendet, sodass sich die Kärtchen nur mehr hinsichtlich der Anzahl der abgebildeten Zeichen unterscheiden.
Untertest 16 *Mengeninvarianz* Dieser Untertest prüft, inwieweit die Größenrepräsentation von Mengen durch deren räumliche Objekteigenschaften (z. B. Länge) beeinflusst wird. Das Numerositäts- bzw. Zahlenverständnis ist dann etabliert, wenn es abstrakt ist und von konkreten (z. B. räumlichen) Objekteigenschaften unabhängig ist.
Untertest 17 *Numerische Inklusion* Dieser Untertest erfasst das Größenverständnis von Zahlen. Das Kind soll – ohne nachzuzählen – erkennen, dass 6 Plättchen (die in einem Umschlag sind) weniger oder mehr sind als z. B. 8 oder 4.
Untertest 18 *Additive Zerlegung* Dieser Untertest überprüft, inwieweit das Kind verstanden hat, dass sich Zahlen aus anderen Zahlen zusammensetzen (Teil-Ganzes Prinzip).
Untertest 19 *Rechnen mit Objektabbildungen* Bei diesem Untertest wird das Rechnen mit Anschauungshilfen überprüft. Erfasst werden einfache Additionen und Subtraktionen.

Tabelle 26: Beschreibung der Subtests 20 bis 28

Untertest 20 *Addition* sowie Untertest 22 *Subtraktion* sowie Untertest 24 *Multiplikation* Diese drei Subtests erfassen die symbolischen Rechenfertigkeiten bzw. das Rechnen mit arabischen Zahlen. Dabei werden Rechenaufgaben visuell präsentiert (auf Wunsch auch vorgelesen) und das Kind soll die Lösung möglichst rasch nennen. Das heißt, zusätzlich zur Bearbeitungsgenauigkeit wird hier auch die Bearbeitungsgeschwindigkeit protokolliert. Die Bearbeitungsgeschwindigkeit reflektiert den Grad der Automatisierung des rechnerischen Wissens. Benötigt ein Kind sehr lange für die Lösung dieser Untertests, so ist dies ein Hinweis dafür, dass das Kind sehr umständliche und zeitaufwändige Lösungsschritte anwenden muss. Schnelle Bearbeitungszeiten reflektieren demgegenüber den raschen Abruf von eingespeichertem rechnerischen Wissen. Die separate Erfassung je Grundrechenart (Addition, Subtraktion, Multiplikation) ermöglicht die Überprüfung eventuell vorhandener operationsspezifischer Rechenschwierigkeiten.
Untertest 21 *Unvollständige Addition* sowie Untertest 23 *Unvollständige Subtraktion* Im Gegensatz zu UT 20, UT 22 und UT 24 werden hier bei den Additionen und Subtraktionen nicht die Lösungen der Rechenaufgaben abgefragt. Das heißt, bei den Additionen fehlt einer der beiden Addenden und bei den Subtraktionen fehlt entweder der Minuend oder der Subtrahend. Dieser Untertest erfasst, ob die Kinder das einfache rechnerische Wissen auch dann abrufen und anwenden können, wenn das Präsentationsformat ungewöhnlich bzw. weniger automatisiert ist.
Untertest 25 *Textaufgaben* Bei diesem Untertest wird überprüft, ob das Kind einfache Rechnungen lösen kann, die in kurzen Rechengeschichten (Textaufgaben) präsentiert werden. Die Aufgaben werden vorgelesen (das Kind darf zusätzlich mitlesen). Textaufgaben erfassen das angewandte rechnerische Wissen und die Fähigkeit, relevante von irrelevanten Textbausteinen zu differenzieren.
Untertest 26 *Kenntnisse arithmetischer Konzepte* Dieser Untertest erfasst das konzeptuelle arithmetische Wissen. Dabei werden dem Kind jeweils zwei Rechnungen visuell präsentiert, eine dieser Rechnungen mit Resultat, die andere Rechnung ohne. Das Kind soll – ohne explizites Nachrechnen – angeben, ob das Resultat der einen Rechnung bei der Lösungsgenerierung der anderen Rechnung hilft. Die Rechnungen sind absichtlich zweistellig, damit das Kind das fehlende Ergebnis nicht automatisch (ohne willentliches Rechnen) abrufen kann. Überprüft werden die Inversionsregel (Addition/Subtraktion), die Kommutativregel sowie die Regel, dass Multiplikationen aus wiederholten Additionen bestehen.
Untertest 27 *Approximativer Größenvergleich – Punktmengen* Untertest 28 *Approximativer Größenvergleich – numerische Distanz* Diese beiden Untertests überprüfen das Größenverständnis. Bei UT 27 wird das nicht-symbolische Mengenverständnis (Vergleich von Punktmengen) überprüft, während bei UT 28 das symbolische Mengenverständnis (Vergleich von zwei numerischen Distanzen) erfasst wird.

9.19 Auswertung Testergebnisse Kernbatterie

Folgende Abbildungen zeigen die Effektstärken der Kernbatterie (Abbildung 58) und jene der Zusatztests der Gesamtbatterie (Abbildung 59) im Vergleich der Rohwert-Summen in den Pre- und Posttests der gesamten Gruppe anhand von Diagrammen. Die Einfärbungen bezüglich der Effektstärken sind identisch mit vorangehenden Darstellungen (vgl. Kapitel 6).

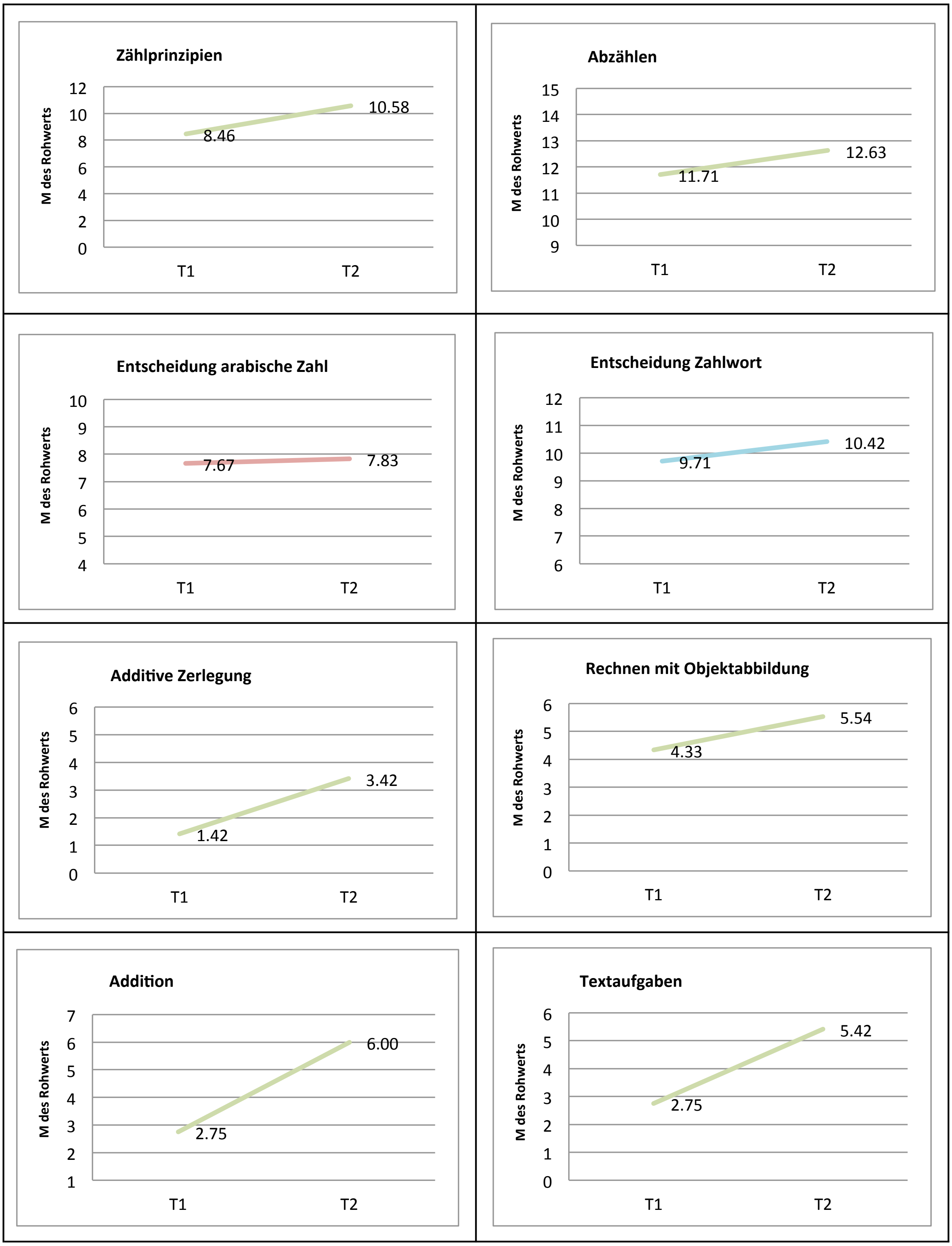


Abbildung 58: Diagramme der Testergebnisse der Kernbatterie

9.20 Auswertung Testergebnisse Zusatztests Gesamtbatterie

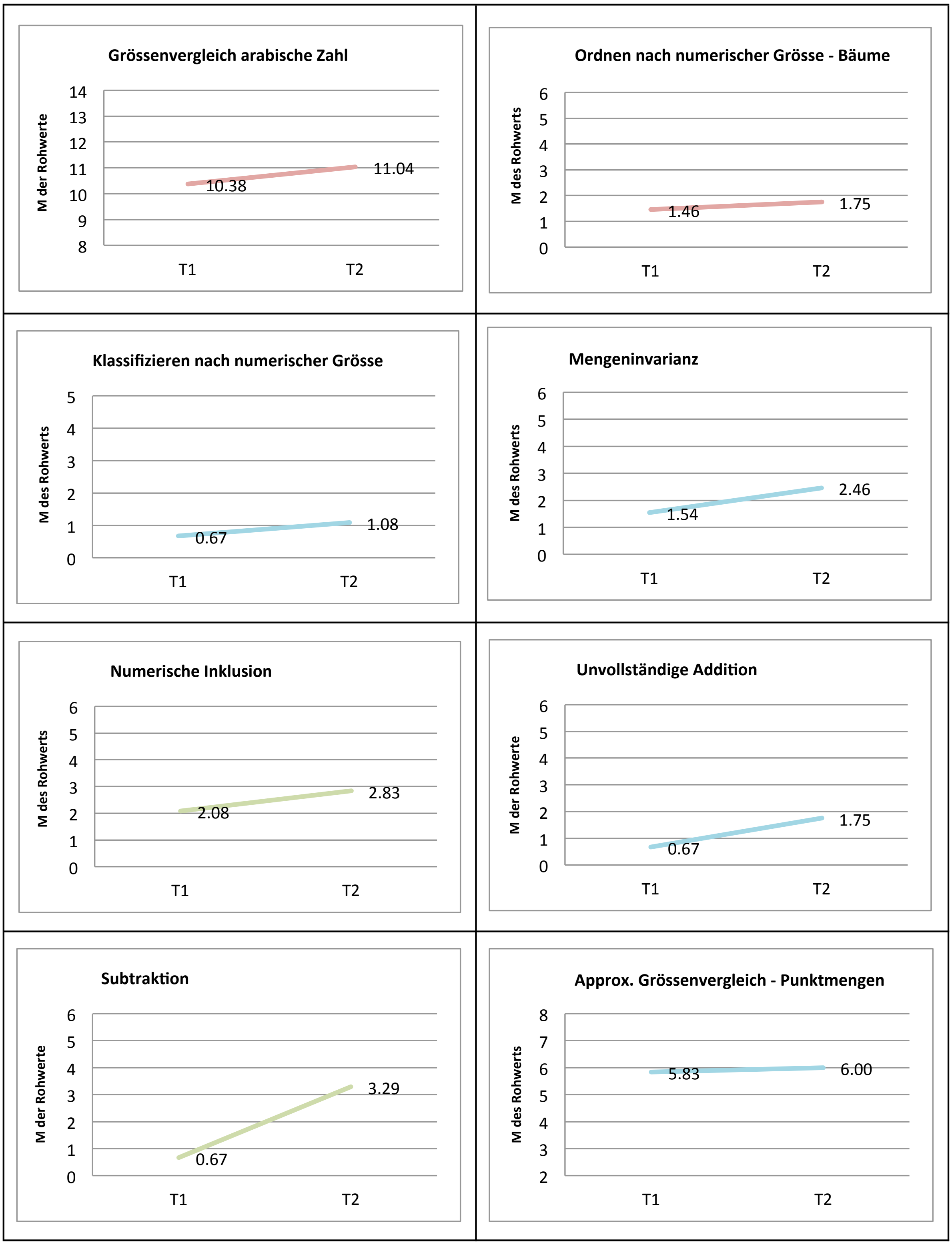


Abbildung 59: Diagramme der Testergebnisse der Zusatztests Gesamtbatterie

9.21 Fragebogen

Der vorliegende Fragebogen (Abbildung 60) wurde den Kindergartenlehrpersonen nach Beendigung des Projekts überreicht.

Masterarbeit Kathrin Maurer

Fragebogen

Um das Ausfüllen des Fragebogens zu erleichtern, wurden die Fördereinheiten noch einmal kurz beschrieben und vereinzelt bei Fragen Begriffsdefinitionen angefügt.

MZZ (kurze Informationen zur Fördereinheit „Mengen, zählen, Zahlen“ kurz MZZ):
Empfohlene Intervention der Originalversion anhand 3x20 min. Förderung pro Woche mit max. 6 Kindern. Für das durchgeführte Projekt wurden die Lektionen zusammengefasst und gebündelt → entsprachen demnach nicht der Originalversion.

Welche Stärken und Schwächen hat deiner Meinung nach das Programm MZZ (Mengen, zählen, Zahlen)?

Stärken: **Schwächen:**

Spielintegrierte Förderung (kurze Informationen zur Fördereinheit anhand von Regelspielen):
Es empfiehlt sich, die gesamte Spielsammlung einzusetzen, da diese eine umfassende Frühförderung im Bereich Arithmetik ermöglicht (Stemmer, 2016). Über eine zeitliche Vorgabe ist nichts bekannt.

Welche Stärken und Schwächen hat deiner Meinung nach die spielintegrierte Förderung?

Stärken: **Schwächen:**

Fragebogen

Was würden deine Kinder über die beiden Fördereinheiten sagen? Gibt es dazu konkrete Beobachtungen oder Aussagen hinsichtlich der „Schlussbefragung"?

Beobachtungen /Aussagen der Kinder zum Förderprogramm MZZ (Mengen, zählen, Zahlen):

Beobachtungen /Aussagen der Kinder zur Förderung anhand der Regelspiele:

War bei den Kindern einen Unterschied zwischen der trainingsbasierter Förderung (MZZ) und der spielintegrierten Förderung (Regelspiele) bemerkbar bezüglich der Motivation und Freude während der Durchführung?

(Unter Motivation in dieser Frage wird verstanden, dass das Kind bereit ist, sich intensiv und anhaltend mit dem vorliegenden Gegenstand zu beschäftigen und dabei selbstbestimmt wirken kann)

Masterarbeit Kathrin Maurer

Inwieweit denkst du, haben sich die mathematischen Kompetenzen der Kinder durch die gesamte Fördereinheit verbessert?
(Gemeint ist durch den Einfluss der Förderung, nicht durch die normale Entwicklung, welche Kind in einer Zeitspanne machen):

O Die Fördereinheit hat überhaupt nichts bewirkt
O Die Fördereinheit hat ein wenig bewirkt
O Die Fördereinheit hat viel bewirkt
O Die Fördereinheit hat sehr viel bewirkt

Begründe deine Antwort:

____
____
____
____

Wenn du dich für eine der Beiden Fördereinheiten entscheiden müsstest - welche würdest du bevorzugt in deinen Kindergartenalltag aufnehmen und weshalb?

____
____
____
____

Was möchtest du abschliessend noch sagen?

____
____
____
____
____

Fragebogen

Abbildung 60: 3-Seitiger Fragebogen zur Befragung der Lehrpersonen

9.22 Beantwortete Fragebögen der Kindergartenlehrpersonen

9.22.1 S.R. Kindergarten K2

Fragebogen

Um das Ausfüllen des Fragebogens zu erleichtern, wurden die Fördereinheiten noch einmal kurz beschrieben und vereinzelt bei Fragen Begriffsdefinitionen angefügt.

MZZ (kurze Informationen zur Fördereinheit „Mengen, zählen, Zahlen“ kurz MZZ):
Empfohlene Intervention der Originalversion anhand 3x20 min. Förderung pro Woche mit max. 6 Kindern. Für das durchgeführte Projekt wurden die Lektionen zusammengefasst und gebündelt → entsprachen demnach nicht der Originalversion.

Welche Stärken und Schwächen hat deiner Meinung nach das Programm MZZ (Mengen, zählen, Zahlen)?

Stärken:

Ansprechendes Material
Kann man auch für anderes brauchen

Schwächen:

Viele Material-Herumgeschiebe
Bis man einen Überblick hat über all die vielen Kärtchen usw. braucht es einen Augenblick
Lektionen zu schulisch und etwas langweilig

Spielintegrierte Förderung (kurze Informationen zur Fördereinheit anhand von Regelspielen):
Es empfiehlt sich, die gesamte Spielsammlung einzusetzen, da diese eine umfassende Frühförderung im Bereich Arithmetik ermöglicht (Stemmer, 2016). Über eine zeitliche Vorgabe ist nichts bekannt.

Welche Stärken und Schwächen hat deiner Meinung nach die spielintegrierte Förderung?

Stärken:

Weil es spielerisch ist, ist es gut
Schöne Spiele
Kinder hatten Freude daran

Schwächen:

Spiele einführen alleine geht eher lange, bis dann alle spielen können

Was würden deine Kinder über die beiden Fördereinheiten sagen? Gibt es dazu konkrete Beobachtungen oder Aussagen hinsichtlich der „Schlussbefragung"?

Beobachtungen /Aussagen der Kinder zum Förderprogramm MZZ (Mengen, zählen, Zahlen):

Die einen freuten sich jeweils auf die Lektionen und machten eifrig mit, andere waren passiv.

Beobachtungen /Aussagen der Kinder zur Förderung anhand der Regelspiele:

Die einen wollten möglichst alle Spiele einmal gespielt haben, andere machten immer nur diese, welche ihnen am meisten Spass machten. Am beliebtesten war das Spiel auf dem Bild hier!

War bei den Kindern einen Unterschied zwischen der trainingsbasierter Förderung (MZZ) und der spielintegrierten Förderung (Regelspiele) bemerkbar bezüglich der Motivation und Freude während der Durchführung?
(Unter Motivation in dieser Frage wird verstanden, dass das Kind bereit ist, sich intensiv und anhaltend mit dem vorliegenden Gegenstand zu beschäftigen und dabei selbstbestimmt wirken kann)

Lieber die Spiele

Inwieweit denkst du, haben sich die mathematischen Kompetenzen der Kinder durch die gesamte Fördereinheit verbessert?
(Gemeint ist durch den Einfluss der Förderung, nicht durch die normale Entwicklung, welche Kind in einer Zeitspanne machen):

O Die Fördereinheit hat überhaupt nichts bewirkt
X Die Fördereinheit hat ein wenig bewirkt
O Die Fördereinheit hat viel bewirkt
O Die Fördereinheit hat sehr viel bewirkt

Begründe deine Antwort:

Weil sie die Spiele machen mussten, war auch eine Verbesserung im mathematischen Bereich sichtbar

Masterarbeit Kathrin Maurer

Wenn du dich für eine der Beiden Fördereinheiten entscheiden müsstest - welche würdest du bevorzugt in deinen Kindergartenalltag aufnehmen und weshalb?

Weiss noch nicht

Was möchtest du abschliessend noch sagen?

Ich fand die Spiele sehr schön und ansprechend, die Kinder hatten Freude daran. Das ganze Projekt fand ich für mich als LP sehr aufwändig, vor allem auch die Lektionen, weil diese genau nach einem Schema durchgeführt werden mussten. Ich wünsche dir alles Gute für deine Masterarbeit!!

S.R. / Kindergarten Kivi 2

Fragebogen

Abbildung 61: Beantworteter Fragebogen von S.R., Kindergarten K2

9.22.2 N.S. Kindergarten K1

Masterarbeit Kathrin Maurer

Fragebogen

Um das Ausfüllen des Fragebogens zu erleichtern, wurden die Fördereinheiten noch einmal kurz beschrieben und vereinzelt bei Fragen Begriffsdefinitionen angefügt.

MZZ (kurze Informationen zur Fördereinheit „Mengen, zählen, Zahlen" kurz MZZ):
Empfohlene Intervention der Originalversion anhand 3x20 min. Förderung pro Woche mit max. 6 Kindern. Für das durchgeführte Projekt wurden die Lektionen zusammengefasst und gebündelt → entsprachen demnach nicht der Originalversion.

Welche Stärken und Schwächen hat deiner Meinung nach das Programm MZZ (Mengen, zählen, Zahlen)?

Stärken:

- Qualitativ gutes Material (Karton, Holz, Magnete…)
- Ansprechendes Material (Farben, Bilder,…)
- Guter Aufbau, man kann gut daran anschliessen
- Learning by doing -> super dass die SuS viel selber erfahren, anfassen, sortieren etc. können
- Material kann zur Verinnerlichung im Raum platziert werden (Zahlenstrahl, Zahlenhaus)

Schwächen:

- Viel Text in den Anleitungen, muss viel „abgelesen" werden während der Durchführung

Spielintegrierte Förderung (kurze Informationen zur Fördereinheit anhand von Regelspielen):
Es empfiehlt sich, die gesamte Spielsammlung einzusetzen, da diese eine umfassende Frühförderung im Bereich Arithmetik ermöglicht (Stemmer, 2016). Über eine zeitliche Vorgabe ist nichts bekannt.

Welche Stärken und Schwächen hat deiner Meinung nach die spielintegrierte Förderung?

Stärken:

- Selbständiges Arbeiten der SuS ist bei vielen Spielen möglich nach einer guten Einführung und unter Beobachtung
- Sehr (!) ansprechendes Material!
- Vielseitige Spielangebote
- Gute Übersicht der Spielmöglichkeiten
- Sehr gute Organisation, d.h. Spielanleitungen, Verpackungen, „Postenblatt" für jeden SuS, Pflicht- und Wahlspiele mit versch. Farben…

Schwächen:

- Evtl. Anzahl Spiele von Anfang an einschränken und erst bei Bedarf weitere hinzufügen, da man sonst manchmal vor lauter Bäumen den Wald nicht mehr sieht… ;-) War nach der Rückmeldung an dich möglich und entspannter für uns ;-)

Fragebogen

Was würden deine Kinder über die beiden Fördereinheiten sagen? Gibt es dazu konkrete Beobachtungen oder Aussagen hinsichtlich der „Schlussbefragung"?

Beobachtungen /Aussagen der Kinder zum Förderprogramm MZZ (Mengen, zählen, Zahlen):

- „Werden die Zahlen wirklich immer grösser so wie bei der Zahlentreppe?" ☺

Beobachtungen /Aussagen der Kinder zur Förderung anhand der Regelspiele:

- Die SuS waren mit Begeisterung dabei und freuten sich immer über neue Spiele. Sie spielten freiwillig im Freispiel damit und waren stolz auf jedes Kreuz, welches sie in ihrer Übersicht eintragen konnten

War bei den Kindern einen Unterschied zwischen der trainingsbasierter Förderung (MZZ) und der spielintegrierten Förderung (Regelspiele) bemerkbar bezüglich der Motivation und Freude während der Durchführung?
(Unter Motivation in dieser Frage wird verstanden, dass das Kind bereit ist, sich intensiv und anhaltend mit dem vorliegenden Gegenstand zu beschäftigen und dabei selbstbestimmt wirken kann)

Die Kinder waren bei der spielintegrierten Förderung mehr bei der Sache. Sie konnten mehr selber tätig sein und selbstbestimmter wirken. So wählten sie ihre Spielpartner und die Regelspiele selber aus.

Inwieweit denkst du, haben sich die mathematischen Kompetenzen der Kinder durch die gesamte Fördereinheit verbessert?
(Gemeint ist durch den Einfluss der Förderung, nicht durch die normale Entwicklung, welche Kind in einer Zeitspanne machen):

O Die Fördereinheit hat überhaupt nichts bewirkt
O Die Fördereinheit hat ein wenig bewirkt
O Die Fördereinheit hat viel bewirkt
X Die Fördereinheit hat sehr viel bewirkt

Begründe deine Antwort:

Die Fördereinheit hat sehr viel bewirkt. Die SuS, welche sich bisher wenig für Zahlen interessierten, lernten den Zugang auf eine spielerische Art und Weise kennen. Sie lernten, ohne zu merken, dass sie lernen. ☺

Masterarbeit Kathrin Maurer

Wenn du dich für eine der Beiden Fördereinheiten entscheiden müsstest - welche würdest du bevorzugt in deinen Kindergartenalltag aufnehmen und weshalb?

Ich würde mich für die spielintegrierte Förderung entscheiden. Diese lässt sich sehr gut in den Alltag integrieren und regt die Kinder meiner Meinung nach mehr zum selber Handeln, Denken, Spielen etc. an. Sie können spielerisch mehr verinnerlichen und der Lerneffekt ist grösser. Sie können sich besser an diese Spieleinheiten erinnern als an die trainingsbasierte Förderung (der Memoryeffekt ist grösser).

Was möchtest du abschliessend noch sagen?

Ich finde, dass du eine grossartige Arbeit geleistet hast! Es ist zu erkennen, mit wie viel Mühe und Tatendrang du dich zu diesem Thema befasst hat! Ich wünsche dir viel Erfolg damit und würde gerne auf die Spiele zurückgreifen zu einem späteren Zeitpunkt. ☺

N. S. / Kindergarten Kivi 1

Fragebogen

Abbildung 62: Beantworteter Fragebogen von N.S., Kindergarten K1

9.22.3 C.Z. Kindergarten W7

Fragebogen

Um das Ausfüllen des Fragebogens zu erleichtern, wurden die Fördereinheiten noch einmal kurz beschrieben und vereinzelt bei Fragen Begriffsdefinitionen angefügt.

<u>MZZ</u> (<u>kurze Informationen zur Fördereinheit „Mengen, zählen, Zahlen“ kurz MZZ</u>):
Empfohlene Intervention der Originalversion anhand 3x20 min. Förderung pro Woche mit max. 6 Kindern. Für das durchgeführte Projekt wurden die Lektionen zusammengefasst und gebündelt → entsprachen demnach nicht der Originalversion.

Welche Stärken und Schwächen hat deiner Meinung nach das Programm MZZ (Mengen, zählen, Zahlen)?

Stärken:
Starke Kinder können ihr Wissen erweitern.
Viel, verschiedenes Anschauungsmaterial.
Wiederholungen helfen den Kindern sich mit dem Material zu recht zu finden.
Die verschiedenen Arten von Mengen werden abgedeckt (Kuchenstück, Anzahl Finger, Anzahl Bilder etc.)

Schwächen:
Kinder, die Mühe im mathematischen Bereich haben, kommen zu wenig zum Zug. Wenn sie zum Zug kommen, ist es für die anderen ein „Warten“ und „langweilig“.
Die Kreissequenzen werden automatisch ziemlich lang, was für Kinder mit geringer Konzentrationsspanne zum Problem wird

<u>Spielintegrierte Förderung</u> (<u>kurze Informationen zur Fördereinheit anhand von Regelspielen</u>):
Es empfiehlt sich, die gesamte Spielsammlung einzusetzen, da diese eine umfassende Frühförderung im Bereich Arithmetik ermöglicht (Stemmer, 2016). Über eine zeitliche Vorgabe ist nichts bekannt.

Welche Stärken und Schwächen hat deiner Meinung nach die spielintegrierte Förderung?

Stärken:
Kinder können die Spiele frei wählen.
Die Spiele sind sehr motiviert durch die Spiele und die Kinder „arbeiten“ mit intrinsischer Motivation an ihnen.
Die Spiele machen noch mehr Spass, wenn man sie öfters spielt – Wiederholungen sind kein Problem.
Spielauswahl ist sehr gross, deshalb besteht keine Gefahr der Langeweile in der Spieleauswahl.
Die Kinder profitieren von den Stärken von den anderen Kindern, mit denen sie spielen.
Es empfiehlt sich den Hauptfokus auf die Mathematik zu setzen, während der Zeit, in der man die Spiele einführt und intensiv daran arbeitet. Danach könnte mit den Kindern eine Auswahl der Spiele bestimmt werden, welche im Kigaalltag bestehen bleiben, trotz eines anderes Themenfokus. Durch die grosse Auswahl an Spielen können verschiedenste, mathematische Kompetenzen gefördert werden.
Die Spieleauswahl lässt sich sehr gut in den Kindergartenalltag eingliedern, sofern man das Thema entsprechend anpasst.

Schwächen:
Einführung der einzelnen Spiele kann sehr zeitaufwändig sein, wenn man keine Fachlehrperson hat, welche dies übernimmt (ich hatte dies). Dann würde sich empfehlen, die Spiele fest ins Hauptthema zu integrieren.

Masterarbeit Kathrin Maurer

Was würden deine Kinder über die beiden Fördereinheiten sagen? Gibt es dazu konkrete Beobachtungen oder Aussagen hinsichtlich der „Schlussbefragung"?

Beobachtungen /Aussagen der Kinder zum Förderprogramm MZZ (Mengen, zählen, Zahlen):

Alle waren aktiv, wenn Spiele gemacht oder Gegenstände gesucht wurden.
Die Fördereinheit im Kreis gefiel einigen Kindern, die meisten machten keine Aussage dazu.
Einige Kinder schienen nur mit wenig Konzentration dabei zu sein (lange Kreissequenz, Überforderung).

Beobachtungen /Aussagen der Kinder zur Förderung anhand der Regelspiele:

Wenig konkrete Aussagen seitens der Kinder – aber Freude grundsätzlich sicht- und spürbar.

War bei den Kindern einen Unterschied zwischen der trainingsbasierter Förderung (MZZ) und der spielintegrierten Förderung (Regelspiele) bemerkbar bezüglich der Motivation und Freude während der Durchführung?
(Unter Motivation in dieser Frage wird verstanden, dass das Kind bereit ist, sich intensiv und anhaltend mit dem vorliegenden Gegenstand zu beschäftigen und dabei selbstbestimmt wirken kann)

Die Motivation wie auch die Freude war bei den Spielen bei allen Kindern viel grösser. Nur einige, wenige Kinder zeigen auch bei den Kreissequenzen eine solch grosse Motivation. Der Rest machte mit, aber war nicht mit spürbarer Freude dabei.

Inwieweit denkst du, haben sich die mathematischen Kompetenzen der Kinder durch die gesamte Fördereinheit verbessert?
(Gemeint ist durch den Einfluss der Förderung, nicht durch die normale Entwicklung, welche Kind in einer Zeitspanne machen):

O Die Fördereinheit hat überhaupt nichts bewirkt
x Die Fördereinheit hat ein wenig bewirkt
x Die Fördereinheit hat viel bewirkt
O Die Fördereinheit hat sehr viel bewirkt

Ich würde sagen bei einigen Kindern hat es wenig bewirkt, und bei anderen, welche mit viel Freude und Motivation teilnahmen, hat es hingegen viel bis sehr viel bewirkt.

Begründe deine Antwort:

Ich habe die Auswertungen der Test, welche mit meinen Kindern durchgeführt wurden nicht gesehen, aber ich vermute, dass es eine gute Förderung war und sich einige Kompetenzen der Kinder erweitern konnten.

Fragebogen

Masterarbeit Kathrin Maurer

Wenn du dich für eine der Beiden Fördereinheiten entscheiden müsstest - welche würdest du bevorzugt in deinen Kindergartenalltag aufnehmen und weshalb?

Spiele – lässt sich besser auf die gesamte Gruppe anpassen. Ist flexibler (Nicht alle arbeiten am Gleichen). Die Kreissequenzen könnte ich mir gut nur für die Grossen vorstellen und oder für die Kleinen in einer kürzeren, vereinfachten, spielerischen Form.

Was möchtest du abschliessend noch sagen?

Vielen Dank für die Umsetzung in meinem Kindergarten! ☺

C.Z. / Kindergarten W7

Fragebogen

Abbildung 63: Beantworteter Fragebogen von C.Z., Kindergarten W7

9.22.4 E.K. Kindergarten Z

Masterarbeit Kathrin Maurer

Fragebogen

Um das Ausfüllen des Fragebogens zu erleichtern, wurden die Fördereinheiten noch einmal kurz beschrieben und vereinzelt bei Fragen Begriffsdefinitionen angefügt.

MZZ (kurze Informationen zur Fördereinheit „Mengen, zählen, Zahlen“ kurz MZZ):
Empfohlene Intervention der Originalversion anhand 3x20 min. Förderung pro Woche mit max. 6 Kindern. Für das durchgeführte Projekt wurden die Lektionen zusammengefasst und gebündelt → entsprachen demnach nicht der Originalversion.

Welche Stärken und Schwächen hat deiner Meinung nach das Programm MZZ (Mengen, zählen, Zahlen)?

Stärken:

Tolles Material: Es ist robust, gross (gut sichtbar in Kreissequenzen) und vielfältig. Besonders gefällt mir das Variantenreiche Angebot (Zahlen, Uhrzeit, Menschen).

Schwächen:

Die Lektionen sind sehr „schulisch“.
Das Lernen am gemeinsamen Gegenstand kann nicht abgedeckt werden bei einer sehr heterogenen Klasse! Starke Kinder langweilen sich und schwache Kinder sind überfordert. Die Lektionen sind sehr eng und lassen wenig Freiraum für eigene Denkwege – ausser über die Sprache – was jedoch wieder einen Teil der Kinder ausschliesst.

Spielintegrierte Förderung (kurze Informationen zur Fördereinheit anhand von Regelspielen):
Es empfiehlt sich, die gesamte Spielsammlung einzusetzen, da diese eine umfassende Frühförderung im Bereich Arithmetik ermöglicht (Stemmer, 2016). Über eine zeitliche Vorgabe ist nichts bekannt.

Welche Stärken und Schwächen hat deiner Meinung nach die spielintegrierte Förderung?

Stärken:

Lernen am gemeinsamen Gegenstand findet statt. Die Kinder lieben das Lernen im Spiel und werden intrinsisch motiviert. Egal ob schwach oder stark, das Zusammenspiel funktioniert und die schwächeren Kinder können von den stärkeren profitieren – wobei die stärkeren Kinder ebenfalls profitieren und neues Lernen (Z.Bsp. Denkweisen zu erklären, neue Wege suchen)

Schwächen:

Hmh.. einige Spiele müssen begleitet werden von der LP, damit sie „richtig“ gespielt werden.

Fragebogen

Was würden deine Kinder über die beiden Fördereinheiten sagen? Gibt es dazu konkrete Beobachtungen oder Aussagen hinsichtlich der „Schlussbefragung“?

Beobachtungen /Aussagen der Kinder zum Förderprogramm MZZ (Mengen, zählen, Zahlen):

Schlussbefragung war schwierig. Aussage der Kinder war: „alles hat uns Spass gemacht“.
Jedoch haben sie stets reklamiert, wenn wieder eine Mathe-Stunde angesagt war. Aus meiner Beobachtung waren es zu lange Lektionen, welche trotz Bewegungspausen den Kindern nicht gerecht wurden.

Beobachtungen /Aussagen der Kinder zur Förderung anhand der Regelspiele:

→ habe dir einmal Notizen abgegeben, weiss die genauen Aussagen nicht mehr (Mädchen hat neue Erkenntnis mündlich mitgeteilt).
Die Kinder haben die Spiele geliebt, dies zeigte sich auch dadurch, dass sie im Freispiel freiwillig genutzt wurden. Starke Kinder konnten sich neu Herausfordern und schwache Kinder konnten durch ständiges Wiederholen die Grundfertigkeiten üben.

War bei den Kindern einen Unterschied zwischen der trainingsbasierter Förderung (MZZ) und der spielintegrierten Förderung (Regelspiele) bemerkbar bezüglich der Motivation und Freude während der Durchführung?
(Unter Motivation in dieser Frage wird verstanden, dass das Kind bereit ist, sich intensiv und anhaltend mit dem vorliegenden Gegenstand zu beschäftigen und dabei selbstbestimmt wirken kann)

Definitiv! Beim MZZ wurde reklamiert und die Kinder waren froh, wenn die Lektion vorbei war. Bei den Spielen waren sie mit Freude dabei und konnten kaum aufhören.

Inwieweit denkst du, haben sich die mathematischen Kompetenzen der Kinder durch die gesamte Fördereinheit verbessert?
(Gemeint ist durch den Einfluss der Förderung, nicht durch die normale Entwicklung, welche Kind in einer Zeitspanne machen):

O Die Fördereinheit hat überhaupt nichts bewirkt
O Die Fördereinheit hat ein wenig bewirkt
X Die Fördereinheit hat viel bewirkt
O Die Fördereinheit hat sehr viel bewirkt

Begründe deine Antwort:

Die Kinder konnten durch die Spiele auf ihrem Lernniveau abgeholt werden und durch Freude am Spiel gezielt (und von den Kindern unbemerkt) gefördert werden.

Masterarbeit Kathrin Maurer

Wenn du dich für eine der Beiden Fördereinheiten entscheiden müsstest - welche würdest du bevorzugt in deinen Kindergartenalltag aufnehmen und weshalb?

Natürlich die Spiele =)

Was möchtest du abschliessend noch sagen?

Vielen Dank für deine GROSSARTIGE Arbeit!

E.K. / Kindergarten Z

Fragebogen

Abbildung 64: Beantworteter Fragebogen von E.K., Kindergarten Z

9.22.5 E.T. Kindergarten O2

Masterarbeit Kathrin Maurer

Fragebogen

Um das Ausfüllen des Fragebogens zu erleichtern, wurden die Fördereinheiten noch einmal kurz beschrieben und vereinzelt bei Fragen Begriffsdefinitionen angefügt.

MZZ (kurze Informationen zur Fördereinheit „Mengen, zählen, Zahlen" kurz MZZ):
Empfohlene Intervention der Originalversion anhand 3x20 min. Förderung pro Woche mit max. 6 Kindern. Für das durchgeführte Projekt wurden die Lektionen zusammengefasst und gebündelt → entsprachen demnach nicht der Originalversion.

Welche Stärken und Schwächen hat deiner Meinung nach das Programm MZZ (Mengen, zählen, Zahlen)?

Stärken:

SHP durchgeführt – keine Beobachtungen

Schwächen:

SHP durchgeführt – keine Beobachtungen

Spielintegrierte Förderung (kurze Informationen zur Fördereinheit anhand von Regelspielen):
Es empfiehlt sich, die gesamte Spielsammlung einzusetzen, da diese eine umfassende Frühförderung im Bereich Arithmetik ermöglicht (Stemmer, 2016). Über eine zeitliche Vorgabe ist nichts bekannt.

Welche Stärken und Schwächen hat deiner Meinung nach die spielintegrierte Förderung?

Stärken:

- Die Kinder konnten einander die Spiele zeigen/beibringen (Expertenkind)
- Einige Kinder wurden von anderen zum Spielen animiert/motiviert
- Kinder spielten die Spiele gerne
- Sehr schön angefertigtes Material

Schwächen:

- Einführung brauchte teils viel Zeit
- Erwachsene Person musste das Spiel z.T. begleiten, damit es richtig gespielt wurde (v.a. bei den schwächeren Kindern)

Fragebogen

Was würden deine Kinder über die beiden Fördereinheiten sagen? Gibt es dazu konkrete Beobachtungen oder Aussagen hinsichtlich der „Schlussbefragung"?

Beobachtungen /Aussagen der Kinder zum Förderprogramm MZZ (Mengen, zählen, Zahlen):

SHP durchgeführt – keine Beobachtungen

Beobachtungen /Aussagen der Kinder zur Förderung anhand der Regelspiele:

Es war toll, dass jedes Kind ein Spiel fand, dass im Spass machte (war für jeden etwas dabei). Die Kinder waren neugierig und spielten motiviert und mit Freude die Spiele.

War bei den Kindern einen Unterschied zwischen der trainingsbasierter Förderung (MZZ) und der spielintegrierten Förderung (Regelspiele) bemerkbar bezüglich der Motivation und Freude während der Durchführung?
(Unter Motivation in dieser Frage wird verstanden, dass das Kind bereit ist, sich intensiv und anhaltend mit dem vorliegenden Gegenstand zu beschäftigen und dabei selbstbestimmt wirken kann)

Ich kann den Unterschied nicht beurteilen, da ich die andere Förderung nicht erlebt habe. Sagen kann ich, dass die Kinder beim Spielen der Regelspiele motiviert und mit Eifer dabei waren.

Inwieweit denkst du, haben sich die mathematischen Kompetenzen der Kinder durch die gesamte Fördereinheit verbessert?
(Gemeint ist durch den Einfluss der Förderung, nicht durch die normale Entwicklung, welche Kind in einer Zeitspanne machen):

O Die Fördereinheit hat überhaupt nichts bewirkt
x Die Fördereinheit hat ein wenig bewirkt
O Die Fördereinheit hat viel bewirkt
O Die Fördereinheit hat sehr viel bewirkt

Begründe deine Antwort:

Es war schwierig, die Regelässigkeit aufrecht zu erhalten, welche gefordert wurde.

Masterarbeit Kathrin Maurer

Wenn du dich für eine der Beiden Fördereinheiten entscheiden müsstest - welche würdest du bevorzugt in deinen Kindergartenalltag aufnehmen und weshalb?

Ich möchte Moment die Arbeit mit einem mir bekannten und bewährten Instrument arbeiten.

Was möchtest du abschliessend noch sagen?

Das Programm war etwas gedrängt während der Fördereinheit. Der Zeitpunkt war etwas ungünstig für meine Klasse. Ich schätzte die Anregungen und der Austausch mit der SHP über die Spiele. Es war auch spannend, mal dazu zu sitzen und mit den Kindern zu spielen oder sie zu beobachten.

E.T. / Kindergarten Oberdorf 2

Fragebogen

Abbildung 65: Beantworteter Fragebogen von E.T., Kindergarten O2